பொறியியல் வரைபடம்

ஊ.கு. பழனிசாமி

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்
தஞ்சாவூர்– 613 005.

பொறியியல் வரைபடம்

ஊ.கு. பழனிசாமி

அரசினர் தொழில்நுட்பக் கல்லூரி,
கோவை.

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்
தஞ்சாவூர் - 613 005.

ISBN : 81-7090-258-4

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழக வெளியீட்டு எண் : 198

திருவள்ளுவர் ஆண்டு 2028 சித்திரைத் திங்கள் – ஏப்ரல் 1997

நூல்	:	பொறியியல் வரைபடம்
பதிப்பாசிரியர்	:	ஊ. கு. பழனிசாமி
விலை	:	ரூ. 120 – 00
பதிப்பு	:	முதற்பதிப்பு
ஒளிஅச்சுக் கோவை	:	சுவிதா கம்ப்யூட்டர்ஸ் சென்னை
அச்சு	:	தமிழ்ப் பல்கலைக்கழக அச்சகம் தஞ்சாவூர்.

முனைவர் கி. கருணாகரன்,
துணைவேந்தர்

தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்
தஞ்சாவூர் – 613 005

அணிந்துரை

"முன்னைப் பழமைக்கும் பழமையாய்ப் பின்னைப் புதுமைக்கும் புதுமையாய்" என்பது தமிழின் ஆற்றலைக் குறிக்கும் ஒரு தொடராகவும் அமைகிறது. "பொறியியல் வரைபடம்" என்னும் இந்நூல் மேற்கண்ட தொடரை மேலும் உறுதிப்படுத்தும் சான்றாக அமைகிறது.

பொறியியல், மருத்துவம், வேளாண்மை முதலிய தொழிற் கல்வியைத் தமிழ் வழிக் கற்பிக்க ஏற்ற வண்ணம் பாடநூல்களையும் கலைச்சொல் அகராதிகளையும் களஞ்சியங்களையும் தயாரிக்கும் தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகத்தின் பொதுத்திட்டத்தின்கீழ் இந்நூல் வெளிவருகிறது. இப்பல்கலைக்கழகத்தின் அறிவியல் தமிழ் வளர்ச்சித்துறை தயாரித்துள்ள பொறியியல் மருத்துவப் பாடநூல் வரிசையில் இந்நூல் வெளிவருகிறது.

தமிழர் பொறியியல் தொழில்நுட்பத்தில் திறமை பெற்றிருந்தனர் என்பதற்கு ஏராளமான எழுத்துச் சான்றுகளோடு கல்லணை, மாமல்லபுரம், தஞ்சை பெரிய கோயில் போன்ற நம் கண்முன் நிற்கும் சான்றுகளும் உள்ளன. தாங்கள் அமைத்த கோட்டைகளில் ஏராளமான இயந்திரக் கருவிகளைப் பொருத்தியும் கரும்புச்சாறு எடுக்க இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தியும் தங்களது இயந்திர நுட்ப அறிவையும் தமிழர்கள் வெளிப்படுத்தினர். தொன்றுதொட்டுவரும் இந்த அறிவு காலச்சூழலுக்கு ஏற்ப

மேம்பட்டு, புதிய புதிய கட்டடத் தொழில் நுட்பங்களையும் இயந்திரத் தொழில் நுட்பங்களையும் பயன்படுத்த வழிகோலிற்று. புதிய தொழில் நுட்பத்திற்கு ஏற்பத் தமிழும் புதுமை பெற்றுப் புதுப்புதுக் கலைச்சொற்களைத் துறைதோறும் படைத்துச் செழுமை பெற்று வருகிறது.

இப்பொறியியல் நூல்முழுவதும் தமிழின் புதுப்பொலிவைக் காணலாம். பொறியியல் மாணவர்கள் மட்டுமின்றி ஏனையோரும் படித்துப் புரிந்து கொள்ளும் வகையில் அறிவியல் தமிழ் வளர்ச்சியில் ஆர்வங்காட்டிவரும் கோவை அரசு தொழில் நுட்பக் கல்லூரிப் பேராசிரியர் ஊ.கு. பழனிசாமி அவர்கள் தம் நிறுவனத்துக்குப் பெருமை சேர்க்கும் வகையில் இந்நூலைப் படைத்துள்ளார். அவருக்கு என் மனமார்ந்த பாராட்டுக்கள். வாழ்வு உயர வளர்தமிழில் தமது துறைசார்ந்த பல நூல்களை இந்நூலாசிரியர் எழுதவேண்டும் என்ற என் விருப்பத்தையும் இதன்மூலம் தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

நாள் : 24-04-1997

கி. கருணாகரன்

பதிப்புரை

முனைவர் இராம. சுந்தரம்
பேராசிரியர் – தலைவர்
அறிவியல் தமிழ் மற்றும் தமிழ் வளர்ச்சித் துறை
தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம்,
தஞ்சாவூர் – 613 005.

"வாழ்வு உயர வளர்தமிழில் அறிவியல்" என்ற குறிக்கோளின் அடிப்படையில் தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகம் பல அறிவியல் தொழில்நுட்ப நூல்களைத் தமிழில் வெளியிடத் திட்டமிட்டு அத்திட்டத்தின் முதற்கட்டமாகப் பொறியியல், மருத்துவப் பாடநூலாக்கத் திட்டத்தை மேற்கொண்டது. இத்திட்டத்தின்கீழ் தகுதிவாய்ந்த பொறிஞர்களும் மருத்துவர்களும் தரமான பாடநூல்களை எழுதித்தர முன்வந்தனர். குறிப்பிட்டகால எல்லைக்குள் 13 பொறியியல் நூல்களும் 14 மருத்துவ நூல்களும் உருவாயின. முன்பே வெளியான அடிப்படைக்கட்டுமான வடிவமைப்பு என்னும் நூலைத் தொடர்ந்து பொறியியல் வரைபடம் வெளிவருகிறது. இவ்வரிசையில் அடிப்படை இயந்திரவியல், அடிப்படை மின்னியல், கட்டடத்தொழில் நுட்பம், செயலாக்க நிலையியக்கவியல், மண்விசையியல், பொறியியல் தொழில்நுட்பக் கலைச்சொல்லகராதி ஆகியன அச்சிடப்பட்டு வருகின்றன.

நூலாசிரியர் திரு. ஊ.கு. பழனிசாமி தமிழார்வமும்

துறையறிவும் மிகுதியும் உடையவர். தரமான கலைச் சொற்களைக் கொண்டு கல்லூரி மாணவர்கள் எளிதில் படித்துப் புரிந்துகொள்ளும் வகையில் இந்நூலைப் படைத்தளித்துள்ளார். எவ்வகையான தொழில்நுட்ப அறிவையும் தமிழில் தங்குதடையின்றிச் சொல்ல முடியும் என்பதற்கு இந்நூல் சான்றாக அமைகின்றது. அவருக்கு இந்த நூலாக்கத் திட்டத்தின் பொறுப்பாளன் என்ற முறையில் என் மனங்கனிந்த நன்றியைப் புலப்படுத்திக் கொள்கிறேன்.

பொறியியல் கல்வியைத் தமிழ் வழிக் கற்பிக்கத் தமிழக அரசு உரிய நடவடிக்கைகளை எடுத்துவரும் இன்றைய சூழலில் வெளிவரும் இந்த நூல் பொறியியல் மாணவர்களுக்கும் ஆசிரியர்களுக்கும் மிகுபயன் நல்கும் என்பதில் ஐயமில்லை. நூலின் கருத்துப் புலப்பாட்டுத் திறனை இந்நூலைப் படித்துப் பயன்படுத்துவோர் சுட்டிக் காட்டினால் அடுத்த பதிப்பில் உரிய திருத்தங்களை மேற்கொள்ள வசதியாக இருக்கும். பொறியியல், மருத்துவம் மற்றும் கலைச்சொல்லகராதி நூலாக்கப்பணியில் முழுமையாகத் தன்னை ஈடுபடுத்திக் கொண்டு உழைத்த எங்கள் துறை ஆய்வு உதவியாளர் முனைவர் சா. உதயசூரியன் பணியைப் பாராட்டி மகிழ்கிறேன். இந்நூலின் மெய்ப்புத் திருத்தப் பணியைச் செய்து முடித்த பொறிஞர் ரங்கராஜன் (சென்னை) எஸ். முரளிகிருஷ்ணன் ஆகியோருக்கு நெஞ்சார்ந்த நன்றி. பொறியியல் வரைபடம் நூல் தொடர்பான ஒளியச்சுப் பணிகளைக் குறிப்பிட்ட கால எல்லைக்குள் செய்து முடித்திட்ட சுவிதா கம்ப்யூட்டர்ஸ் பணியை நன்றியோடு பாராட்டுகிறேன். இந்நூலைச் சிறந்த முறையில் அச்சிட்டு, பதிப்பித்த தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகப் பதிப்புத் துறையினருக்கும் அன்பார்ந்த நன்றி.

இராம. சுந்தரம்

முன்னுரை

வரைபடம், நிழற்படம், திரைப்படம் முதலியவை ஒருவரது எண்ணங்களையும் சிந்தனைகளையும் வெளிப்படுத்தும் கருவிகளாக அமைகின்றன. இவற்றுள் வரைபடம் தொழில்நுட்ப, பொறியியல் வல்லுநர்களின் மொழியெனக் கொள்ளப்பட்டுச் சிறப்பிக்கப்படுகிறது. எனவே அங்ஙனம் சிறப்பிக்கப்பட்ட வரைபடத்தினைப் பற்றி ஒருவர் நன்கு அறிய, அறிந்தவற்றைப் பிறர்க்குக் கற்பிக்க, நூல்கள் வேண்டும். ஆனால் வரைபடம் தொடர்பான நூல்கள் தமிழில் மிகக் குறைவு. இக்குறையினை நீக்க எடுத்துக்கொண்ட முயற்சியே "பொறியியல் வரைபடம்" என்னும் இந்நூலாகும்.

வரைபடங்களை வரைவதற்கான வழிமுறைகளும் பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைவதற்கான வழிமுறைகளும் இந்நூலில் எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டுள்ளன. வரைபடம் வரைவதற்குத் தேவையான கருவிகள் எழுதும் முறைகள், அளவு கோல்கள் முதலியவை நூலில் தொடக்க இயல்களில் விளக்கப்பட்டுள்ளன. ஐந்தாவது இயலில் கூம்பின் வெட்டு வடிவங்களைப் பற்றி விளக்கமாகக் கூறப்பட்டுள்ளது.

பின்னர் வரும் இயல்களில், புள்ளி, நேர்கோடு, பொருள்கள் ஆகியவற்றின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும் முறையைப் பற்றிக் கூறப்பட்டுள்ளது. இதனின்றும் மாறுபட்ட முப்பக்க சமதோற்றம், நோக்குத்தோற்றம் ஆகியனவும் நூலின் இறுதி இயல்களில் இடம் பெற்றுள்ளன. இவை தவிர மேலும் சில பகுதிகளும் இந்நூலில் இடம் பெற்றுள்ளன. ஒவ்வொரு பகுதியின் இறுதியிலும் பயிற்சி வினாக்கள் தரப்பட்டுள்ளன.

இந்தியத் தர நிருணயக் குழுவின் பரிந்துரைகள் பின்பற்றப் பட்டுள்ளன. மேலும் மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித்தோற்ற முறையே, நூல் முழுதும் கையாளப்பட்டுள்ளது. அத்துடன் தமிழ்ச் சொற்களில் ஐயம் ஏதும் எழாவண்ணம் ஆங்கிலச் சொற்களும் வேண்டிய இடத்து அடைப்புகளில் தரப்பட்டுள்ளன.

இந்நூலினை உருவாக்கும் பணியில் எனக்கு ஊக்கம் அளித்த, தஞ்சைத் தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகத்தின் முன்னைத் துணைவேந்தர் முனைவர் வ.அய். சுப்ரமணியன் அவர்கட்கும், திட்டம் தமிழ் வளர்ச்சித்துறையின் முன்னாள் இயக்குநரும், இன்றைய அறிவியல் தமிழ் மற்றும் தமிழ் வளர்ச்சித்துறையின் தலைவருமாகிய முனைவர் இராம. சுந்தரம் அவர்கட்கும் என் மனமுவந்த நன்றி.

இந்நூல் வெளிவருவதற்கு முழுமுயற்சி எடுத்துக்கொண்ட தமிழ்ப் பல்கலைக்கழகத் துணைவேந்தர் முனைவர் கி.கருணாகரன் அவர்களுக்கு என் நெஞ்சார்ந்த நன்றி.

இப்பணி நன்முறையில் நிறைவேறிட எனக்குப் பேருதவி நல்கிய கோவைத் தொழில் நுட்பக் கல்லூரி முதல்வர், பேராசிரியர் மௌ. குருசாமி அவர்களுக்கும், நண்பர்கள் அனைவர்க்கும் என் உளங்கனிந்த நன்றியைத் தெரிவித்துக் கொள்கிறேன்.

இந்நூலின் முதுகெலும்பான படங்களை அழகுற வரைந்துதவிய திரு.கண்ணன், (Design Drafting Centre, Coimbatore) அவர்களுக்கும் என் நன்றி உரித்தாகுக.

பொறியியல் வரைபடம்

பொருளடக்கம்

பக்கம்

1.	வரைகருவிகள்	4
2.	எழுதும் முறைகள்	14
3.	வரை முறைகள்	19
4.	அளவு கோல்கள்	38
5.	கூம்பின் வெட்டு வடிவங்களும் பிற வளைவுகளும்	59
6.	நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்	106
7.	புள்ளி, நேர்கோடுகளின் வீழ்ச்சி	115
8.	தளங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்	150
9.	பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்	159
10.	பொருள்களின் வெட்டுமுகம்	185
11.	ஊடுரு பரப்புகள்	202
12.	பரப்புகளின் விரிவமைப்பு	215
13.	திருகிகளும், மரைகளும்	233
14.	முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சி	239
15.	நோக்குத் தோற்றங்கள்	260
16.	வரைபடங்கள்	283
	கலைச் சொற் பட்டியல் (ஆங்கிலம்–தமிழ்)	306
	கலைச் சொற் பட்டியல் (தமிழ்–ஆங்கிலம்)	315

1. வரை கருவிகள்

(DRAWING INSTRUMENTS)

1.1. முகவுரை

ஓர் இனத்தின் அல்லது நாட்டின் முன்னேற்றம் அதன் தொழில் பொருளாதார முன்னேற்றங்களைக் கொண்டு கணக்கிடப்படுவது போல, கலை, இலக்கிய, நாடக வளர்ச்சிகள் அந்த இனத்தின் அல்லது நாட்டின் மொழி வளர்ச்சியைக் கொண்டே கணக்கிடப்படுவதால், ஒரு மொழியின் இன்றியமையாமை நன்கு புலப்படும். மொழி என்பது என்ன? ஒருவருடைய கருத்தை, எண்ணத்தை அளவாக, அழகாக மற்றவர்க்கு வாய் மூலமாகவே தெரிவிப்பதே மொழியாகும். அப்படியெனில் தாள்களில் ஓர் எந்திரத்தைப் பற்றிய நுணுக்கங் களையோ, ஒரு கட்டடத்தின் தன்மை பற்றியோ இன்னொருவருக்குப் புலப்படுத்தக்கூடிய வரைபடத்தையும் ஒரு மொழியென்று கூறலாமல்லவா? எனவே தான் 'பொறியியல் வரைபடம்' பொறியியல், தொழில்நுட்ப வல்லுநர்களின் மொழியெனக் கொள்ளப்படுகிறது.

ஒரு கட்டடம் தொடக்கப்படும் முன்போ, ஒரு பெரிய எந்திரம் அல்லது சிறு கருவி செய்யப்படும் முன்னரோ அவற்றின் விவரங்கள் யாவும் வல்லுநர்களால் கணக்கிடப்பட்டு அறியப்படல் வேண்டும் அத்துடன் அவற்றின் உருவ அமைப்பினை மனத்தில் உருவகப்படுத்தி, தாளில் வரைய வேண்டும். இதனால் வரைபடத்தின் இன்றியமையாமை எத்துணை என்பது தெளிவாகும்.

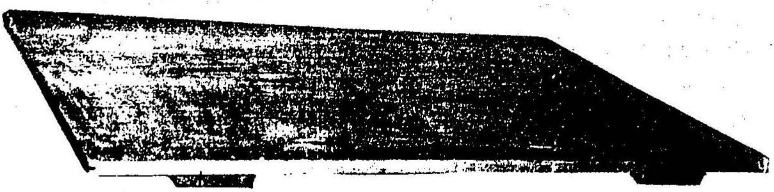
1.2.கருவிகள்

பல்வேறுபட்ட சிறிய பெரிய பாகங்கள் இணைக்கப்பட்டுப் பெரிய எந்திரம் உருவாக்கப்படு முன்னர், இந்தப் பாகங்களின் தனித்தனி வரைபடம் பல்வேறு கோணங்களின் துல்லியமாக வரையப்படுதல்

வேண்டும். கருவிகளின் வரைபடங்களைப் போலவே கட்டடங்களின் வரைபடமும் அவை கட்டப்படும் முன்னரே வரையப்படுதல் அவசியம். அழகாக, அளவுக்குத்தக்கவாறு துல்லியமாக வரையக் கீழ்க்கண்ட வரைபடக்கருவிகள் தேவைப்படுகின்றன.

1.2.1 வரைபலகை (Drawing Board)

இப்பலகை நன்றாக ஆறிய பைன் (pine) மரத்தால் செய்யப்பட்டுள்ளது. இப்பலகையின் இடப்பக்க ஓரத்தில் இடைச்சந்து (Groove) அமைக்கப்பட்டு, அந்தச் சந்தில் நேரான தடித்த சிறு நீள்பட்டை (strip) செருகப்பட்டுள்ளது. T–கம்பை முன்னும் பின்னும் இலகுவாக நகர்த்தவே இந்த ஓரம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே இந்த ஓரம் எப்போதும் இடப்பக்கமே வரும்படியாக வரைபடப்பலகை மேசையின்மேல் அமைக்கப்படல் வேண்டும்.



படம் 1.1.வரைப்படப்பலகை

இந்தியத் தர நிருணயக்குழு (Indian Standard Institution I.S.;1444-1963) பரிந்துரை செய்துள்ள வரைபடப் பலகைகளின் பல்வேறு அளவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பலகைகளில், முதலிரண்டும் தொழில் நுட்பப்பொறியியல் வல்லுநர்களின் அலுவலகங்களும் மூன்றாவது தொழில்நுட்பக் கல்லூரி மாணவர்களுக்கும் ஏதுவாக இருக்கும்.

அட்டவணை 1.1

குறி	நீளம் X அகலம் (மிமீ)	பரிந்துரை செய்யப்பட்டுள்ள வரைதாளின் அளவு
D_0	1500x1000	A_0
D_1	1000x 700	A_1
D_2	700x 500	A_2
D_3	500x 350	A_3

1.2.2 T-கூம்பு (T-square)

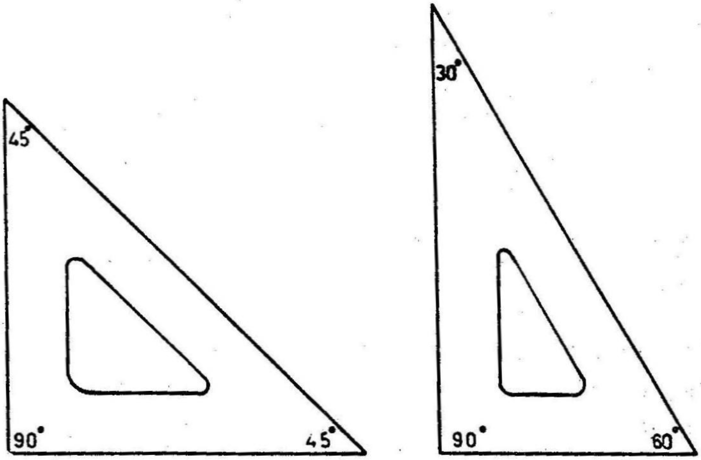
படம் 1.2.இல் கட்டப்பட்டுள்ள இந்த T-கருவியானது, கடின மரத்தினால் செய்யப்பட்டுள்ளது. T–கருவியின் இரு பாகங்களில் ஒன்றான கைப்பிடி(stock), வரைபடப் பலகையின் இடப்பக்க ஓரத்தின் மேலே முன்னும் பின்னும் நகரக்கூடியது. மற்றொன்றான நீள்வகை (Blade) பலகையின் மேல்பரப்பில் நகரக்கூடியது. இதன் உதவியால்தான் மூலைமட்டங்கள் (set squares) நகர்த்தப்பட்டுப் படுக்கைக்கோடுகளும், குத்துக்கோடுகளும், இணைகோடுகளும் வரையப்படுகின்றன.

படம் 1.2 கூம்பு

1.2.3 மூலைமட்டங்கள் (Set squares)

முக்கோண வடிவிலான மூலைமட்டங்களில் ஒரு கோணம் 90^0 ஆகும். இவை 'செலுலாய்டு'னால் செய்யப்படுகின்றன. இரண்டு மூலைமட்டங்களில் ஒன்று 60–30 பாகைகளையும், மற்றொன்று 45–45

பாகைகளையும் கொண்டனவாகும். இவற்றின் உதவிகொண்டு, படுக்கைக் கோடுகளும், குத்துக் கோடுகளும், இணைகோடுகளும் **30^0–45^0** மற்றும் **60^0** கோணக்கோடுகளும் வரையலாம்.



படம் 1.3 மூலைமட்டங்கள்

1.2.4 பாகைமானி (Protractor)

இக்கருவியும் செலுலாய்டினால் செய்யப்பட்டுள்ளது. அரைவட்ட வடிவிலான இக்கருவியின் உதவி கொண்டு, எந்தவொரு கோணத்தையும் வரையலாம்.

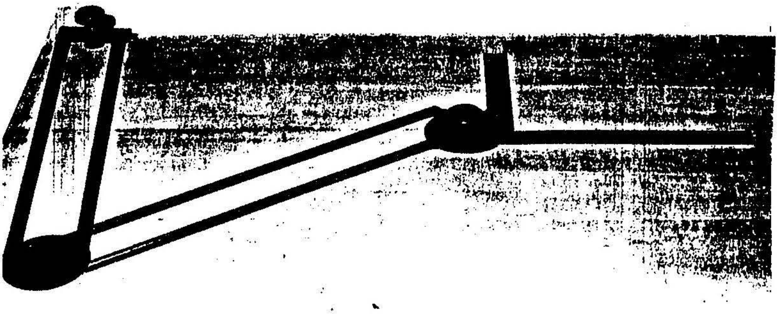
படம் 1.4 பாகைமானி

1.2.5 இணைவரைவி (Clinograph)

T கம்பு, இணைவரைவி ஆகிய இரண்டின் உதவியினால் எத்தனை இணைகோடுகள் வேண்டுமானாலும் வரையலாம்.

1.2.6 சிறு வரை கருவி (Mini Drafter)

மேலே குறிப்பிட்ட T– கம்பு, மூலைமட்டங்கள், பாகைமானி, இணைவரைவி ஆகியவற்றை ஒருங்கிணைத்துச் செய்யும் கருவி தான் 'வரை கருவி' (Drafting machine) ஆகும். இதன் வட்டமான உறுப்பின் மேல் சுழல்கின்ற ஒரு சதுரத்தில், இரண்டு அளவுகோல்கள் 90° வேறுபாட்டில் அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இக்கருவியானது வரைபலகையை (Drawing board) விடப் பெரியது. வரைபலகையில் இரண்டு இணைகரங்கள் பொருத்தப்பட்டு, எந்த ஒரு நிலையிலும், அதன் இணைத்தன்மை காக்கப்படுகிறது. 'வரை கருவியும்', வரை பலகையும் பெரிய அலுவலகங்களில் மட்டுமே இணைத்துப் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. வரை பலகை இல்லாத 'வரைகருவி'யின் சிறுவடிவமே (mini drafter) கல்லூரி மாணவர்களுக்காக வடிக்கப்பட்டு, வரைபலகையின் உதவியோடு பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இச்சிறு வரைகருவியினால் T–கம்பு, மூலைமட்டங்கள் முதலான கருவிகளின் தேவை தவிர்க்கப்படுகிறது.



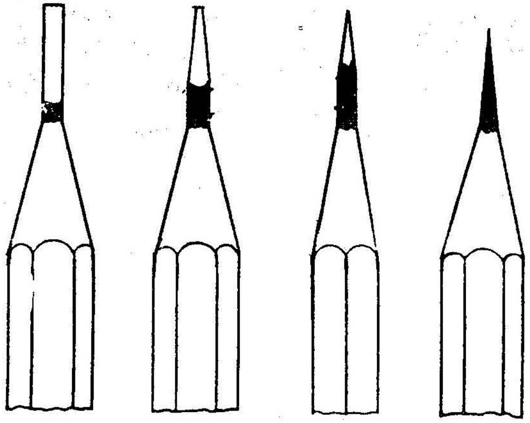
படம் 1.5. சிறு வரைகருவி

1.2.7 எழுதுகோல் (Pencil)

வரைபடம் நல்லமுறையில் அமைய மிகச் சிறந்த எழுதுகோல்களையே பயன்படுத்துதல் வேண்டும். தரக்குறைவான எழுதுகோலினால் ஒரே சீரான கோடுகளையோ, சீரான அழுத்தமுள்ள கோடுகளையோ வரைதல் இயலாது. ஆகவே, எழுதுகோலின்

ஓர் ஓரத்தில் அவற்றின் தரத்திற்கேற்றவாறு வெவ்வேறு குறிகள் குறிக்கப்பெற்றுள்ளன. அவற்றில் 'HB' என்று குறிப்பிட்ட எழுதுகோல் இடைத்தரமுடையதாகும். (medium grade) H– உடன் கூடிய குறிகள் கடினத்தன்மையைக் குறிக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, H, 2H, 3H, 4H, ... என்ற குறிகள் கடினத்தன்மை கூடிக் கொண்டேயிருப்பதைக் குறிக்கும். அதுபோல் B உடன் கூடிய குறிகள் மென்தன்மையைக் குறிக்கும். மென்தன்மை கூடிக்கொண்டே போவதை B, 2B, 3B, 4B, ... முதலிய குறிகள் குறிக்கும். இவற்றுள் 2H, H, HB, ஆகிய எழுதுகோல்களையே கல்லூரி மாணவர்கள் பெரிதும் பயன்படுத்துவர்.

எழுதுகோல்களை எப்படிச் சீவுதல் வேண்டும் என்பதைக் கீழ்க்கண்ட படங்கள் விளக்கும். எழுதுகோலின் முனை உளி போன்ற அமைப்புடனோ, கூர்மையான அமைப்புடனோ இருத்தல் (conical edges or chisel edge) வேண்டும். முதலில் சிறு 'பேனாக் கத்தியைக்' கொண்டு எழுதுகோலைக் கூர்மைப்படுத்தி, பின்னர், உப்புத் தாளின் (sand paper) உதவியினால் குறிப்பிட்ட முனையை உருவாக்கலாம்.



படம் 1.6 எழுதுகோல் சீவுதல்

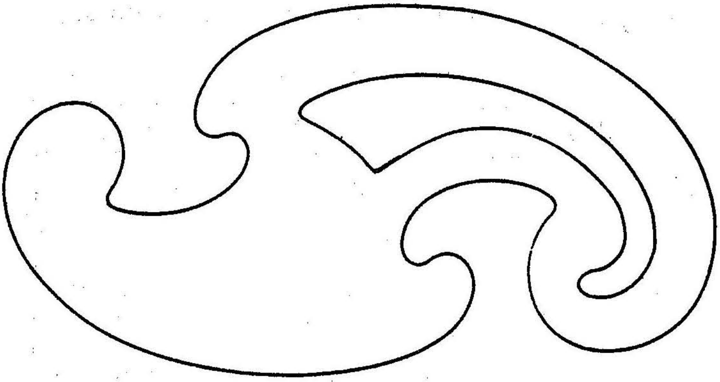
1.2.8 அழிப்பான் (Eraser)

தவறாக வரைந்தவற்றை அழிப்பதற்கு மென்மையான அழிப்பான்களைப் பயன்படுத்துதல் சிறந்தது. 'நைலான்' அழிப்பான்களும்

புழக்கத்தில் உள்ளன. ஆனால் திரும்பத் திரும்ப அழிப்பது தாள்களில் ஒட்டை விழ ஏதுவாகும். எனவே அழிப்பான்களின் உதவி குறைவாக இருக்கும் பொருட்டுத் திட்டமிட்டு வரைதல் வேண்டும்.

1.2.9 பிரெஞ்சு வளைவுகள் (French Curves)

பிளாஸ்டிக், செல்லுலாய்ட் அல்லது மரத்தினால் செய்யப்பட்ட பிரெஞ்சு வளைவானது பல்வேறு வளைவுகளையும் நெளிவுகளையும் இடையூறின்றிப் போடுவதற்கு ஏதுவானது. கவராயங்களினால் போட இயலாத வளைவுகளை இவற்றின் உதவியினால் வரையலாம்.



படம் 1.7 பிரெஞ்சு வளைவுகள்

1.2.10 வரைபடி ஆணி (Drawing pins)

வரைபடத் தாள்களைப் பலகையின் மேல் பொருத்துமாறு அமைக்க வரைபட ஆணிகள் உதவுகின்றன. அதே நோக்கத்திற்கு ஒட்டு நாடாக்களையும் பயன்படுத்தலாம்.

1.2.11 வரைபடக்கருவிப்பெட்டி (Instrument box)

இப்பெட்டியில் கவராயம், சிறுகவராயம், பிரிகருவி, சிறுபிரிகருவி முதலியன அடங்கியிருக்கும். அத்துடன் கவராயம், பிரிகருவி இவற்றின், நீளத்தை மிகைப்படுத்த ஒரு தனித்த அமைப்பு உண்டு. இதன் உதவி கொண்டு பெரிய வட்டங்களையும், வில்களையும் வரையலாம்.

1.2.12 அளவு கோல்கள் (Scales)

படங்களின் அளவுகள் வரைய அளவுகோல்கள் பயன் உடையனவாக உள்ளன. பொருள்களை அவற்றின் அளவுக்கு வரையவோ, அளவுகளைக் குறைத்தோ, மிகுதிப்படுத்தியோ வரைய இவை உதவுகின்றன. ஆனால் எக்காரணத்தைக்கொண்டும் நேர் கோடுகள் வரைய அளவுகோல்களைப் பயன்படுத்தக்கூடாது. மரம், பிளாஸ்டிக், செலுலாய்ட் இவற்றாலும், துருப்பிடிக்காத இரும்புத் தகடுகளினாலும் செய்யப்பட்ட கோல்கள் புழக்கத்தில் உள்ளன. வரைவாளரின் துன்பத்தைக் குறைக்க அலகுமாற்றம் செய்யப்பட்ட கோல்களும் உள்ளன. அவற்றின் பட்டியல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

பட்டியல் 1.2

குறிப்பு		அலகுமாற்றம்
	முழுஅளவு	1:1
M_1	1 மீக்கு 50 செமீ	1:2
M_2	1 மீக்கு 40 செமீ	1:2.5
	1 மீக்கு 20 செமீ	1:5
M_3	1 மீக்கு 10 செமீ	1:10
	1 மீக்கு 5 செமீ	1:20
M_4	1 மீக்கு 2 செமீ	1:50
	1 மீக்கு 1 செமீ	1:10

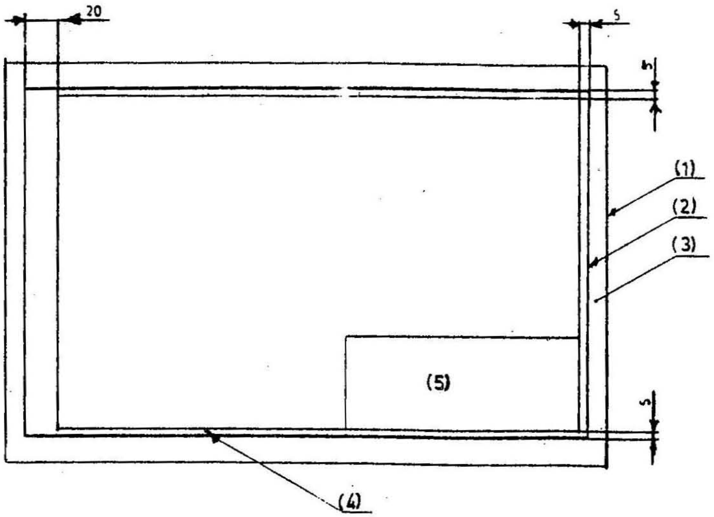
1.2.13 வரைபடத்தாள்கள் (Drawing sheets)

படம் வரையும் தாள்கள் வெண்மையாகவும், மென்மையாகவும் இருத்தல் வேண்டும். அழிப்பான்களைப் பயன்படுத்தும்போது ஓட்டை விழாமல் இருக்கும் தன்மையுடையனவாக இருப்பது அவசியம். A2 என்ற அளவுள்ள தாள்களையே கல்லூரி மாணவர்கள் பரவலாகப் பயன்படுத்துவார்கள். ஆயினும் இந்தியத் தர நிருணயக்குழு (IS 696 – 1972) பரிந்துரை செய்துள்ள வெவ்வேறு அளவுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

பட்டியல் 1-3

குறியீடு	ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட ஓரங்கள் (மிமீ)	ஒழுங்குபடுத்தப்படா ஓரங்கள் (மிமீ)
A0	841 X 1189	280 X 1230
A1	594 X 841	625 X 880
A2	420 X 594	450 X 625
A3	297 X 420	330 X 450
A4	210 X 297	240 X 330
A5	148 X 210	165 X 240

1.3 வரைதாளின் உருவம் (Layout of sheet)



படம் 1.8

ஒரு வரைபடத்தாளில் படம் வரையும் முன்னர் அதை எவ்வாறு அமைத்தல் வேண்டும் என்பதை அறிதல் நலம். வரைபடப் பலகையை ஒரு துணியால் துடைத்துத் தூய்மைப்படுத்திவிட்டு, வரைபடத்தாளை

அதன் மேல் பொருத்த வேண்டும். அத்துடன் T–கம்பு, குறுவரைகருவி, மூலைமட்டங்கள் முதலிய மற்றக் கருவிகளையும் துடைத்துக் கொள்ளவேண்டும். தாளின் மீது படத்தில் காட்டியவாறு எல்லைக்கோடுகளை (Border lines) நான்கு பக்கங்களிலும் வரைந்த பின்னர், (Title block) முகப்புக் கட்டம், அலகு மாற்றம் (Scale ratio) வீழ்ச்சிமுறை (method of projection) முதலான குறிப்புகளுக்கு இட ஒதுக்கீடு செய்தல் வேண்டும். வரைபடம் முழுமையாக முடிந்த பின்னர் தாளை மடிக்க வேண்டுமானால், தாளில் மடிப்புக்குறிகளையும் (Folding marks) குறித்தல் நலம்.

பயிற்சி 1

1. ஒரு தாளில் கீழ்க்கண்டவற்றை வரைந்து பழகுக.

   10 மிமீ இடைவெளி கொண்ட 5 இணைகோடுகள் (படுக்கைக்கோடுகளாகவும், நேர்குத்துக்கோடுகளாகவும்) வெவ்வேறு கோணங்கள் கொண்ட 4 முக்கோணங்கள். 40 மிமீ, 30 மிமீ, 20 மிமீ ஆரங்கொண்ட வட்டங்கள். 40–30 மிமீ பக்கங்கள் கொண்ட செவ்வகம்.

2. 65 மிமீ விட்டம் கொண்ட ஒரு வட்டம் வரைந்து கோணமானியின் துணையின்றி, அவ்வட்டத்தை 8, 16, 24 சம பாகங்களாகப் பிரி. பிரிக்கும் கோடுகள் வட்ட மையத்தின் மூலம் செல்ல வேண்டும்.

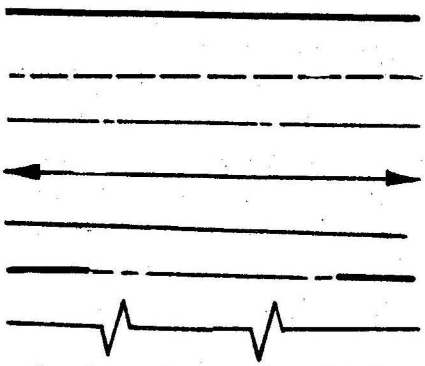
3. 120 மிமீ நீளமுள்ள ஒரு கோடு வரைந்து அதைப் 'பிரிப்பான்' மூலம் ஏழு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

2. எழுதும் முறைகள்

(LETTERING)

2.1 கோடுகள்

இந்தியச் செந்தர நிறுவனம் (IS 696 – 1972) பரிந்துரை செய்துள்ள பல்வேறு வகைப்பட்ட கோடுகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



கோடுகளின் குறிப்பு	அமைப்பு
1. எல்லைக்கோடு	0.8
2. விடுகோடு	0.4
3. அச்சுக்கோடு	0.3
4. அளவுக்கோடு	0.3
5. மெல்லிய கோடு	0.3
6. வெட்டுத்தளக் கோடு	0.8
7. நீள முறிவுக் கோடு	0.3

2.1.1 எல்லைக்கோடுகள் அல்லது வெளிக்கோடுகள் (Principal lines)

கண்ணுக்குத்தெரியக்கூடிய ஒரு பொருளின் ஓரங்களையும், பரப்பு எல்லைகளையும் வரைவதற்கு இந்த வெளிக்கோடுகள் பயன்படும். அப்பொருளின் உருவ அமைப்பை வெளிப்படுத்தும் வெளிக்கோடுகள் தொடர்கோடுகளாக அமையும்.

2.1.2 விடுகோடுகள் (Dashed lines)

ஒரு பொருளின் மறைந்திருக்கும் ஓரங்களை விடுகோடுகளால் வரைந்துகாட்ட வேண்டும். இக்கோடுகள் சீரான இடைவெளி விடப்பட்ட சிறுசிறு கோடுகளால் அமையும்.

2.1.3 மையக்கோடுகள் (Centre lines)

மெல்லியதாக நீண்டு, பிறகு சிறு துண்டுக்கோடுகள் இடைஇடையேயும் கொண்ட இவ்வமைப்பு அச்சுக்கோட்டினைக் குறிக்கும். அத்துடன் உருளை, கூம்பு முதலியவற்றின் அச்சினைக் குறிக்கவும் இக்கோடுகள் பயன்படும். இக்கோடுகள் வரையப் படும்போது முதன்மைக்கோடுகளுக்குச் சற்று வெளியே நீண்டிருக்குமாறு வரையப்படல் வேண்டும்.

2.1.4 அளவுக்கோடுகள் (Dimension lines)

தொடர்ச்சியான மெல்லிய இக்கோட்டின் இரு முனைகளிலும் அம்புக்குறிகள் பொறிக்கப்பட்டிருக்கும். இவ்வம்புக்குறிகள் நீட்டுக்கோடுகளைத் தொட்டுக்கொண்டு இருக்கும். மெல்லிய கோடுகள், சிலபொழுது இடையில் சிறு இடைவெளி கொண்டனவாக வரையப்படும். அளவுகள் தொடர்கோட்டின் சற்று மேற்புறத்திலோ, விடப்பட்ட இடைவெளியிலோ எழுதப்படல் வேண்டும். அச்சாக எழுதப் பட்ட அவ்வெண் இந்த இரு அம்புக்குறிகளுக்கு இடையேயுள்ள தூரத்தைக் குறிக்கும்.

2.1.5 மெல்லிய கோடு

மெல்லியதாக வரையப்படும் தொடர்கோடு, வெளிக்கோட்டில் இருந்து அளவுக்கோடுகளுக்காக நீட்டப்படுவதற்கோ, ஒரு பொருளின் வரைபடம் வரையப்படுவதற்கு முன் அதற்கு ஏதுவாக வரையப்படும் அமைப்புக்கோடுகளாகவோ, வெட்டுத் தோற்றத்தில் வரையப்படும் சாய்வுக்கோடுகளாகவோ பயன்படும்.

2.1.6 வெட்டுத்தளக்கோடு (Cutting plane lines)

ஒரு பொருளின் உள் விவரங்களை வெளிக் கொணர, வெட்டுத் தோற்றங்கள் பயன்படும். அவ்வெட்டுத் தோற்றம் எங்கே செய்யப் படுகிறது என்பதைக் குறிக்க இந்த வெட்டுத்தளக்கோடு வரையப்படும். இக்கோடு சிறு சிறு துண்டுக்கோடுகள், ஒரு மெல்லிய கோடு இவற்றால் அமைக்கப்பட்டிருக்கும்.

2.1.7 நீள முறிவுக்கோடு (Long break lines)

ஒரு பொருளின் அளவை ஒரு வரைபடத்தில் காட்ட இயலாவிடில், அந்த அளவை இந்தக்கோட்டின் மூலம் காட்டலாம். மெல்லிய கோட்டில் இருதிருப்பங் கொண்ட கோடு ஒன்று சேர்க்கப் பட்டிருக்கும்.

2.2 எழுத்துகள்

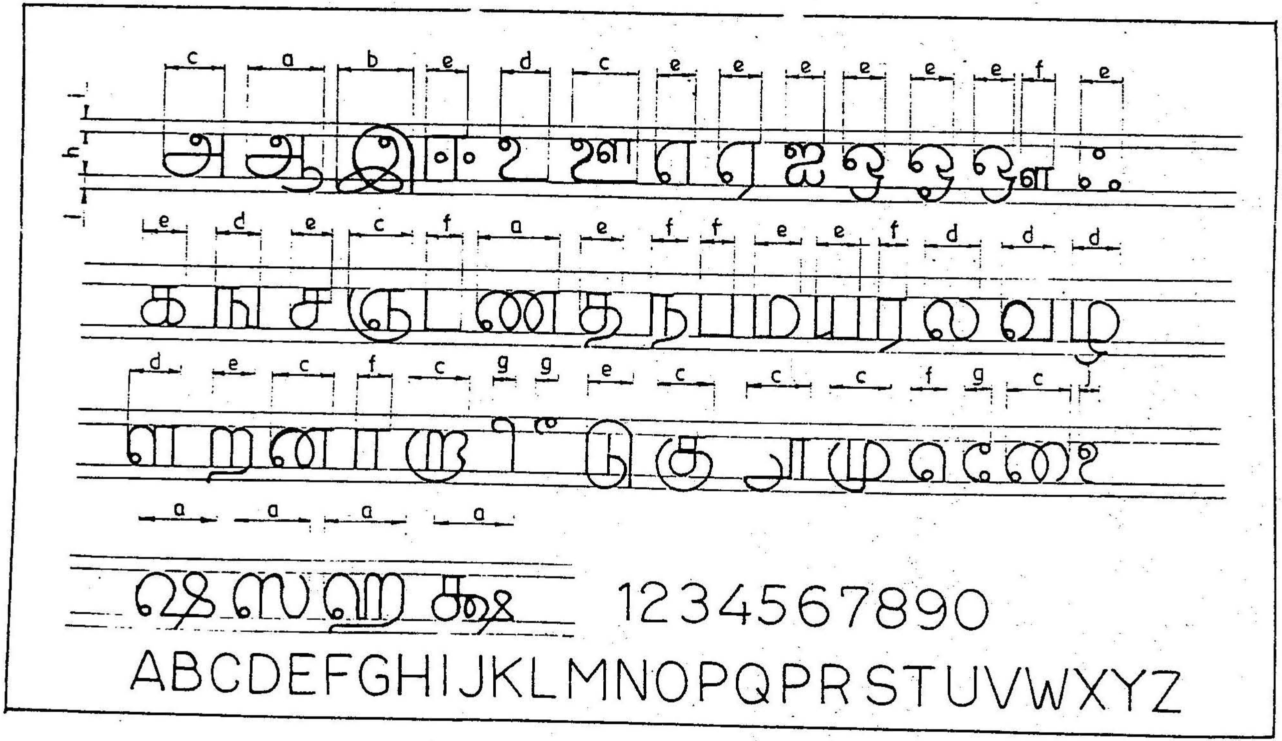
ஒரு வரைபடத்தில் அதன் தலைப்பு, அளவுகள், தேவைப்படும் பொருள்கள் முதலிய குறிப்புகளையும் மற்ற விவரங்களையும் அழகாகப் பதிக்க எழுத்துகள் தேவைப்படும்போது, அவற்றை எவ்வாறு கையாள்வது என்பதை அறிதல் நலம். அழகாக எழுதுவதற்குக் கருவிகள் எவற்றையேனும் பயன்படுத்தினால் காலக்கழிவு ஏற்படும் என்பதால், கையாலேயே எழுதப்பழகுதல் வேண்டும்.

எழுத்துகள் எழுதும் முறையை இரண்டாகப் பிரிக்கலாம். (1) நேர் எழுத்துகள் (2) சாய்வு எழுத்துகள். இவ்வெழுத்துகளை எழுதும் போது, ஒரு கோட்டு முறையைக் (Single stroke) கையாளுதல் வேண்டும். ஆனால் எழுத்துகளின் உயரம், அவற்றை எந்த இடத்தில் கையாள்கிறோம் என்பதைப் பொறுத்தே அமையும்.

அட்டவணை 2.1

கையாளும் இடங்கள்	உயரம் (மிமீ)
வரைபடத்தின் வரிசை எண், வெட்டுத்தரத்தின் குறிப்பு	10,12
வரைபடத்தின் தலைப்பு	6,8
வரைபடத்தின் துணைத்தலைப்புக் குறிப்பு	3,4,5,6
பொருள் குறிப்பு, எண் குறியீடு, சிறுகுறிப்பு முதலியன	3,4,5

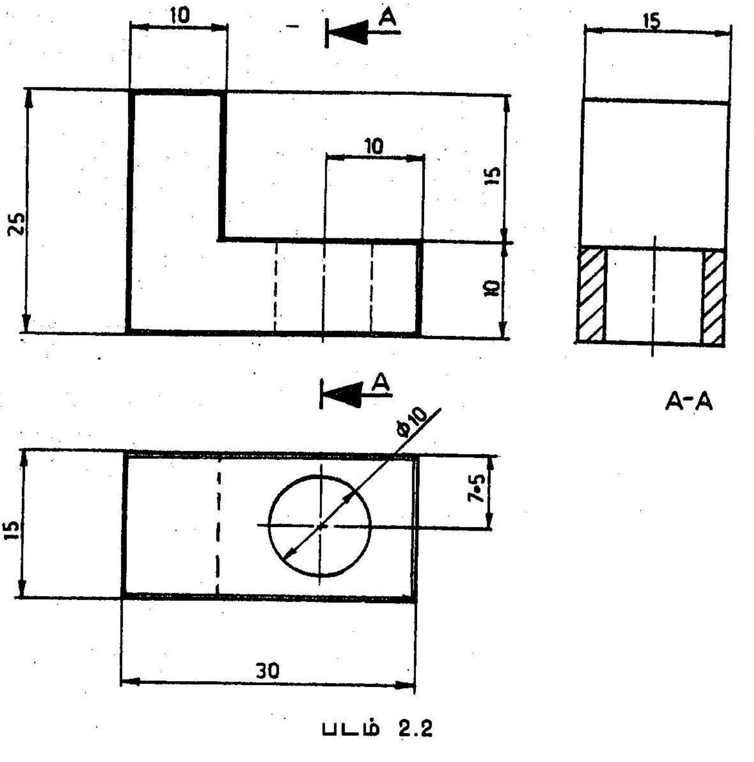
கீழே காணப்படுபவை எழுதும் முறையை விளக்கும்.



1234567890
ABCDEFGHIJKLMNOPQPRSTUVWXYZ

2.3 அளவுக்குறிப்பு (Dimensions)

ஒரு பொருளின் உருவ அமைப்பினைப் படமாகக் காட்டும்போது அதன் அளவுகளைக் குறிக்காவிட்டால் அந்த வரைபடம் முழுமையானது ஆகாது. மேலும் ஒரு பொருளில் ஒரு துளை இருப்பின் அஃது எவ்விடத்தில் அமைந்துள்ளது என்பது முதலான விவரங்களையும் தெரிவிக்க வேண்டும். அத்துடன் ஒரு பொருளின் படத்தை விளக்கும்போது அந்தப் பொருளில் எத்தனை எண்ணிக்கை தேவைப்படும் என்பதையும் குறிக்கவேண்டும். அளவுகளைக் குறிக்கும் போது, கீழ்க்கண்ட குறிப்புகளைக் கவனத்தில் கொள்வது நலம்.



படம் 2.2

1. முடிந்தவரையில் எல்லா அளவுக்குறிகளையும் படத்திற்கு வெளியே அமைத்தல் நன்று. ஒருவேளை படத்ினுள் எழுதும் குறிகள், படிக்க இயலும் வகையில் அழகாக எழுதமுடியுமாயின் தவறில்லை.

2.

2. அளவுக்கோடுகள் (Dimension lines) ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்ளல் கூடாது.

3. முடிந்தவரையில் விடுகோட்டிற்கிடையே அளவுகளைக் குறிப்பதைத் தவிர்த்தல் நலம்.

4. அளவுக்கோடுகளை முதன்மைக்கோட்டிலிருந்து 5 மிமீ தூரத்தில் வரைதல் நன்று. அத்துடன் இரு அளவுக்கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 5 மிமீ இருத்தல் வேண்டும்.

5. அளவுக்கோட்டில் ஓரத்திற்கு அம்புக்குறிகள் நன்றாகப் பளிச்சென்று 3 அல்லது 4மிமீ நீளத்தில் இருத்தல் வேண்டும். அம்புக்குறியின் அகலம் 1 அல்லது 1.5 மிமீ இருத்தல் வேண்டும்.

6. அளவு எண் அளவுக்கோட்டில் மையத்தில் விடப்பட்ட இடைவெளியில் எழுதப்படல் வேண்டும். ஒருவேளை இடைவேளை விடப்படாத தொடர்கோடாக இருப்பின் கோட்டின் மேற்புறத்தில் எழுதுதல் வேண்டும்.

7. எழுதப்படும் எண், படம் முழுவதும் ஓர் அலகினைக் கொண்டதாக இருப்பின் நன்று. பரிந்துரை செய்யப்பட்ட அலகு 'மிமீ' ஆகும். இருப்பினும் வரைபடத்தின் அடியில் 'குறிப்பு' என்று இதைத் தெரிவித்தெழுதுதல் சாலச்சிறந்தது. (அஃதாவது, "எல்லா அளவுகளும் மிமீ ஆகும்"என்று எழுதுதல்).

பயிற்சி-2

1. உங்கள் பெயர், முகவரி முதலியவற்றை ஒரு கோட்டு நேர் எழுத்து (Single stroke vertical letters) முறையில் எழுதுக.

2. 1,2,3 ....10 வரையில் எண்களை அச்சிடுக.

3. ஏதாவது ஒரு பொருளின் படம் வரைக.

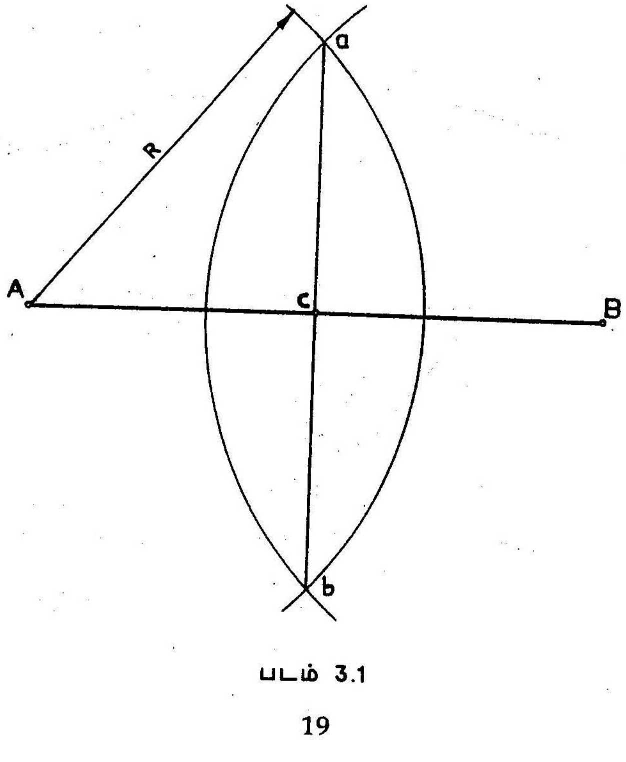
3. வரைமுறைகள்

(GEOMETRICAL CONSTRUCTION)

3.1 வரையும் முறைகள்

வரைபடங்களில் கோடுகள், கோணங்கள், பரப்பளவு இவற்றைச் சமபாகங்களாகப் பிரித்தல், வட்டம், செவ்வகம், முக்கோணம் இவற்றை வரைதல் போன்ற பல்வேறு உருவ அமைப்புகளை நாம் கையாள வேண்டியிருப்பதால், அவற்றில் பயன்படுத்தும் சில முறைகளை அறிதல் நலம்.

3.2 ஒரு கோட்டினை இரு சம பாகங்களாகப் பிரித்தல்

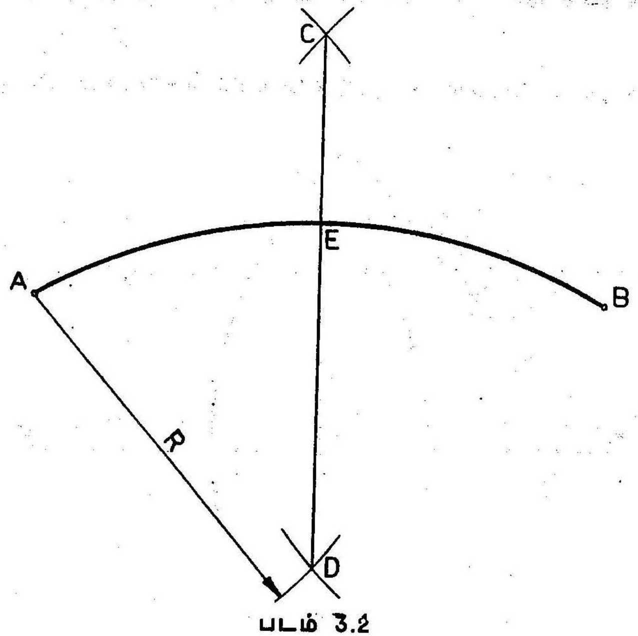


படம் 3.1

AB என்னும் கோட்டினை இரு சம பாகங்களாகப் பிரிப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்ட நீளத்திற்கு அக்கோட்டினை வரைக. பின்பு A என்னும் முனையை மையமாகக் கொண்டு, AB இன் பாதிக்கு மேல் ஆரமாகக்கொண்டு கோட்டின் இரு பக்கங்களிலும் வில்கள் வரைக. பின் அடுத்த முனையான 'B'ஐ மையமாகக் கொண்டு மேற்கூறியவாறு வரைக. இந்த இரு வில்களும் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளும் 'a', 'b' என்னும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு 'AB'இனை 'C' என்னும் புள்ளியில் இரு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும். அஃதாவது

$$AC = CB = \frac{1}{2}AB$$

3.3. ஒரு வில்லினை ஒரு சமன்களாகப் பிரித்தல்



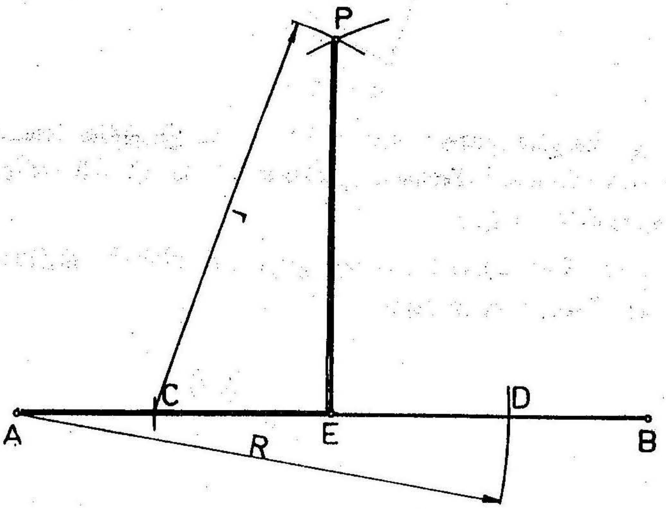
படம் 3.2

கொடுக்கப்பட்ட வில் AB எனக்கொள்க. 3–2இல் விளக்கிக் காட்டப்பட்ட அதே முறையை இங்கும் கையாள்க. CD என்னும் கோட்டை நீட்டினால், அது மையத்தின் வழியே செல்லும். வில் AE = வில் EB = வில் $\frac{1}{2}$AB.

3.4 கோட்டுக்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைதல்

3.4.1 கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிலிருந்து குத்துக்கோடு வரைதல்

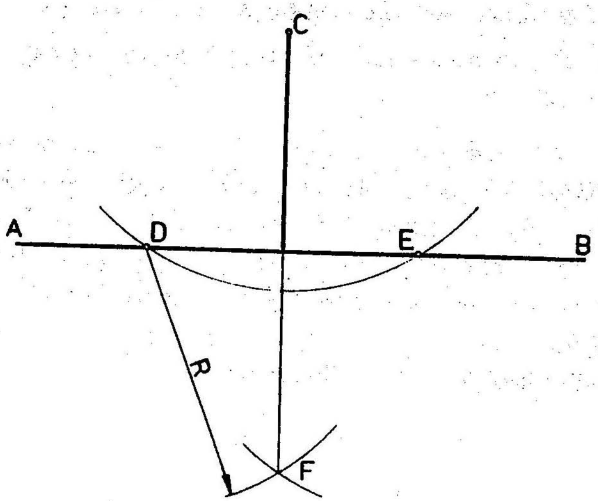
AB என்னும் கோட்டில் E என்னும் புள்ளியிலிருந்து குத்துக்கோடு வரைதல் வேண்டும். 'E' என்னும் புள்ளியிலிருந்து கோட்டின் இரு பக்கங்களிலும் இரு வில்கள் வரைக. அவை கோட்டினை C, D எனும் புள்ளிகளில் வெட்டட்டும். இந்த இரு புள்ளிகளிலிருந்தும் இரண்டு வில்களை வரைந்தால் அவை ஒன்றையொன்று P எனும் இடத்தில் வெட்டிக்கொள்ளும். Pஐ E உடன் இணை. PE, AB இற்குச் செங்குத்துக்கோடாகும்.



படம் 3.3

3.4.2 கோட்டின் வெளியிலிருக்கும் புள்ளியிலிருந்து கோட்டுக்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைதல்

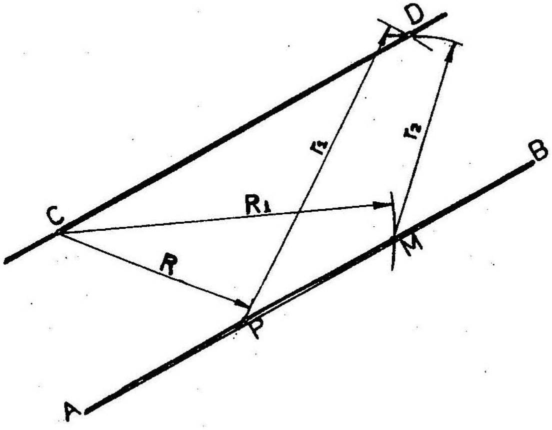
AB என்னும் கோட்டிற்கு வெளியே உள்ள C எனும் புள்ளியிலிருந்து குத்துக்கோடு வரைய வேண்டும். C மையமாகக் கொண்டு ஓர் ஆரம் வரைக. இந்த ஆரம் AB என்னும் கோட்டினை D, E என்னும் ஈரிடங்களில் வெட்டும். பின்னர் D, E என்னும் புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்டு, வேறு இரண்டு ஆரங்கள் வரையவும். இந்த



படம் 3.4

இரு ஆரங்களும் ஒன்றை ஒன்று F என்னும் இடத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்.Cயையும் Fயையும் இணைக்கும் கோடு AB என்னும் செங்குத்துக்கோடு ஆகும்.

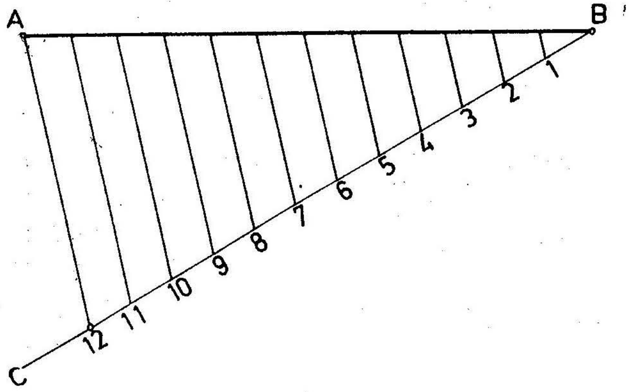
3.5 ஒரு கோட்டுக்கு வேறு ஒரு புள்ளியின் வழியாக இணைகோடு வரைதல்



படம் 3.5

AB என்னும் கோட்டுக்கு வெளியிலுள்ள C என்னும் புள்ளியின் வழியாக இணைகோடு வரைதல் வேண்டும். C ஐ மையமாகக் கொண்டு வெவ்வேறு ஆரங்களைக் கொண்டு AB ஐ P,M என்னும் இரு இடங்களில் வெட்டுக. பிறகு P ஐ மையமாகக் கொண்டு CMஐ ஆரமாகக் கொண்டு ஒரு வில்லும் M வை மையமாகக் கொண்டு CPஐ ஆரமாகக் கொண்டு மற்றொரு வில்லும் வரைக. இவ்விரண்டு ஆரங்களும் D என்னும் இடத்தில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்ளும். இணைக்கப்பட்ட CD என்னும் கோடு, AB இற்கு இணையாகும்.

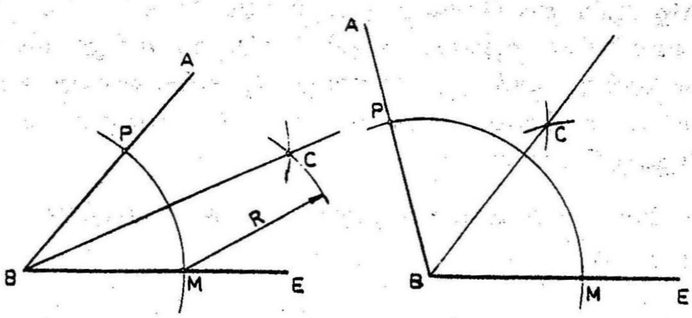
3.6 ஒரு கோட்டினைக் குறிப்பிட்ட சம பாகங்களாகப் பிரித்தல்



படம் 3.6

கொடுக்கப்பட்ட AB எனும் கோட்டினைப் பன்னிருசம பாகங்களாகப் பிரிப்பதாக வைத்துக் கொள்வோம். BC என்னும் மற்றுமொரு சாய்வுக்கோடு வரைக. B என்னும் புள்ளியிலிருந்து BC கோட்டின்மேல் 'பிரிப்பான்' உதவி கொண்டு 12 சம பிரிவுகளை உண்டாக்குக. அவற்றிற்கு 1,2,3....12 என்ற பெயரிட்டுக் கடைசிப் பிரிவினை A என்னும் முனையுடன் இணைக்கவும். பிறகு ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் A–12 என்னும் கோட்டுக்கு இணைகோடு வரைந்தால் அக்கோடுகள் ABஐப் பன்னிரு புள்ளிகளில் வெட்டும். இப்புள்ளிகள் ABஐ 12 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும்.

3.7 ஒரு கோணத்தை இரு சம கோணங்களாகப் பிரித்தல்

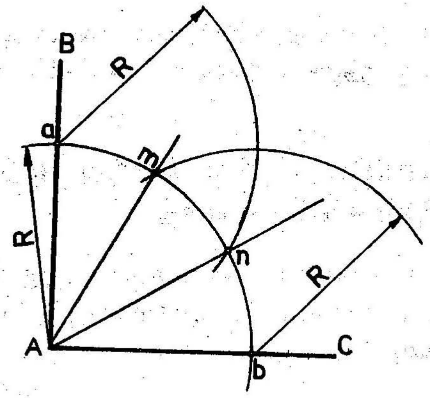


படம் 3.7

ABE என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோணம். நாம் இதை, இரு சமபாகங்களாகப் பிரித்தல் வேண்டும். Bஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வில், ABஐயும் BEஐயும் PM என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். பின்னர் PM என்னும் இரு புள்ளிகளையும் மையமாகக்கொண்டு வரையப்படும் இரு வில்கள் ஒன்றை ஒன்று C என்னும் புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும். Cஇனை P உடன் இணைக்கும் கோடு ABE என்னும் கோணத்தை இரண்டாகப் பிரிக்கும்.

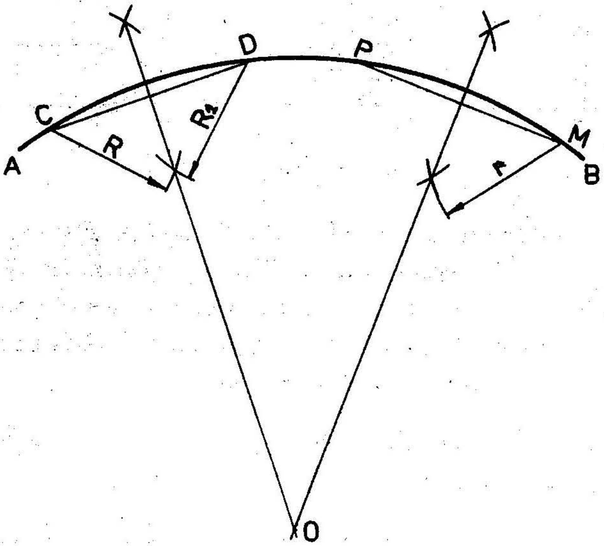
3.8 செங்கோணத்தை மூன்றாகப் பிரித்தல்

BAC என்னும் கோணம் செங்கோணமாகும். இதனை மூன்று சமன்களாகப் பிரித்தல் வேண்டும். A இணை மையமாகக் கொண்டு வரையும் வில் AB, AC என்னும் இரு கோட்டினையும் a,b என்னும்இரு புள்ளிகளில் வெட்டும். அதே ஆர அளவினைக் கொண்டு a,b என்னும் புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்டு முன்னர் வரைந்துள்ள வில்லினை இரு புள்ளிகளில் வெட்டவும். M,N என்னும் புள்ளிகள் கிடைக்கும். இவ்விரு புள்ளிகளையும் Aஉடன் இணைத்தால் மூன்று சமகோணங்கள் கிடைக்கும்.



படம் 3.8

3.9 கொடுக்கப்பட்ட வில்லிற்கு மையம் காணல்



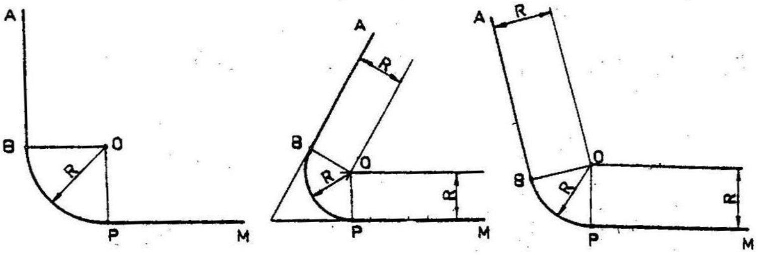
படம் 3.9

கொடுக்கப்பட்ட வில் ABஇற்கு மையம் காணவேண்டின், அவ்வில்லிற்கு CD,PM என்னும் இரு நாண்கள் வரைக. பின்னர்

ஒவ்வொரு நாண் கோட்டிற்கும் தனித்தனியே மையக்குத்துக்கோடுகள் வரைக. இவ்விரு குத்துக்கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளியே வில்லின் மையமாகும்.

3.10 கொடுக்கப்பட்ட இரு கோடுகளைத் தொடும்படியாக வில் வரைதல்

AB, PM என்பவை கொடுக்கப்பட்ட இரு கோடுகளாகும். இவைகளைத் தொடும்படியாக R அளவுள்ள ஆரத்தில் ஒரு வட்டவில் வரைதல் வேண்டும்.

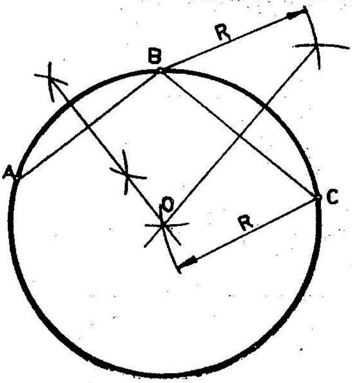


படம் 3.10

கொடுக்கப்பட்ட AB, PM கோடுகளுக்கு இணையாக R தூரத்தில் இருகோடுகள் வரைக. இவ்விரு இணைகோடுகளும் ஒன்றையொன்று O என்னும் புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும். Oஐ மையமாகக்கொண்டு R அளவுள்ள ஆரத்தில் வரையப்படும் வட்டப்பகுதி AB, PM கோடுகளைத் தொடும்படி அமையும்.

3.11 கொடுக்கப்பட்ட மூன்று புள்ளிகள் வழியாக வட்டம் வரைதல்:

A,B,C இவை மூன்றும் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிகளாகும். இவற்றின் வழியே செல்லும்படியாக ஒரு வட்டம் வரைக. Aஇனையும் Cஇனையும் Bஉடன் இணைத்திடுக. பின்னர் AB,BC ஆகிய இரு கோடுகளுக்கு மையக்குத்துக்கோடுகள் வரைக! அவை ஒன்றை யொன்று O என்னும் இடத்தில் வெட்டிக்கொள்ளும். Oஐ மையமாகக் கொண்டும் OAஐ ஆரமாகக்கொண்டும் வரையப்படும் வட்டம் A,B,C ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லும்.

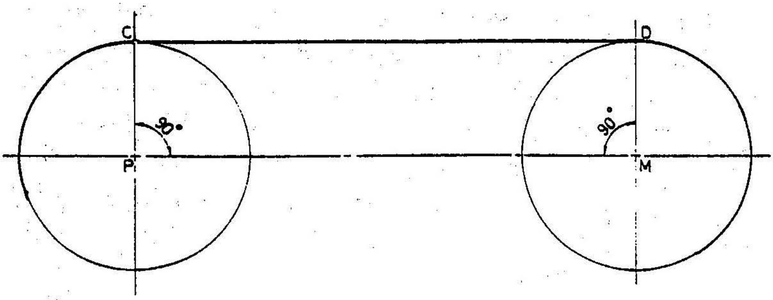


படம் 3.11

3.12 இரு வட்டங்களுக்கு ஒரு பொதுத்தொடுகோடு (Common tangent) வரைதல்

3.12.1 சம ஆரமுள்ள வட்டங்கள்

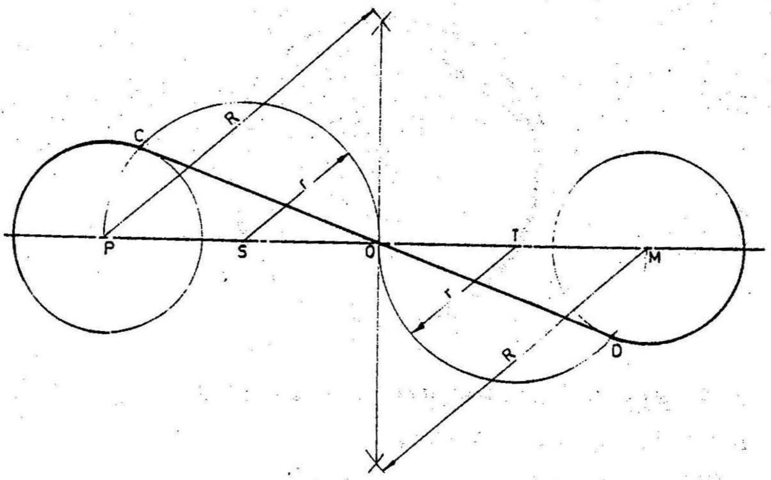
3.12.1.1 ஒருபுறத்தொடுகோடு



படம 3.12

கொடுக்கப்பட்ட இரு வட்டங்களின் மையம் PM எனில் அம்மையங்களை ஒன்றுடன் ஒன்று இணைக்கவும். இக்கோட்டிற்கு Pஇலிருந்தும் Mஇலிருந்தும் இரு செங்குத்துக்கோடுகள் வரைக. இக்குத்துக்கோடுகள் கொடுக்கப்பட்ட வட்டங்களை Cஇலும் Dஇலும் வெட்டும். C,D இவற்றை ஒன்றுடன் ஒன்று இணைக்கும் கோடே இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் ஒருபுறப் பொதுத் தொடுகோடு (Enternd common tangent) ஆகும்.

3.12.1.2. உட்புறத் தொடுகோடு

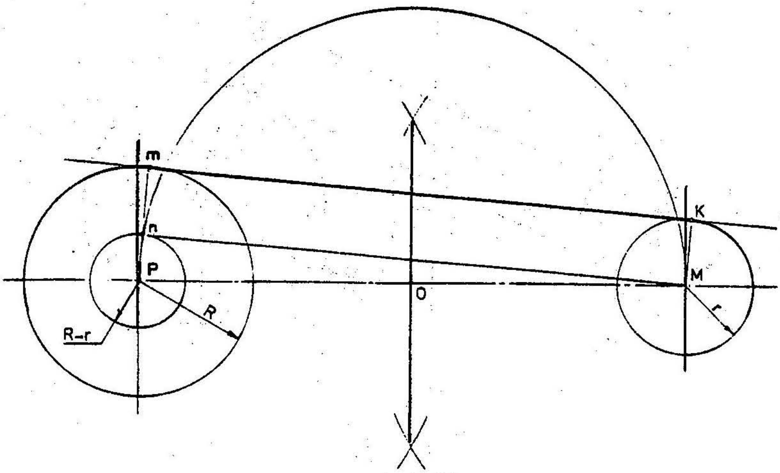


கொடுக்கப்பட்ட வட்டங்களின் மையம் PM இவற்றை இணைத்து அக்கோட்டிற்கு மையம் காண்க. அது O என்னும் புள்ளியாகும். பின்னர் PO,OM என்னும் இரு கோடுகளுக்கும் தனித்தனியே மையம் காண்க. அவை முறையே S,Tயாகும். அப்புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்ட PSஐ ஆரமாகக்கொண்டு இரு அரைவட்டங்களை எதிர் எதிர்ப்பக்கங்களில் வரைக. இவ்விரு அரைவட்டங்களும் கொடுக்கப்பட்ட வட்டங்களை C,D என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். Cஇனை Dயுடன் இணைக்கும் கோடே, இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் இரு புறப் பொதுத்தொடுகோடாகும். இக்கோடு O வழியே செல்லும்.

3.12.2 வெவ்வேறு ஆரமுள்ள வட்டங்கள்

3.12.2.1 ஒருபுறத் தொடுகோடு

வெவ்வேறு ஆரமுள்ள வட்டங்களின் மையங்கள் P,M என்க பெரியவட்டத்தின் ஆரம் R, சிறிய வட்டத்தின் ஆரம் r,P,M இவற்றை மையமாகக் கொண்டு (R - r) ஆரமாகக் கொண்டு மற்றுமொரு வட்டம் வரைக. பின்னர் PMஐ ஒன்றுடன் ஒன்று இணைத்து PMஐ விட்டமாகக் கொண்டு ஒரு அரைவட்டம் வரைக.



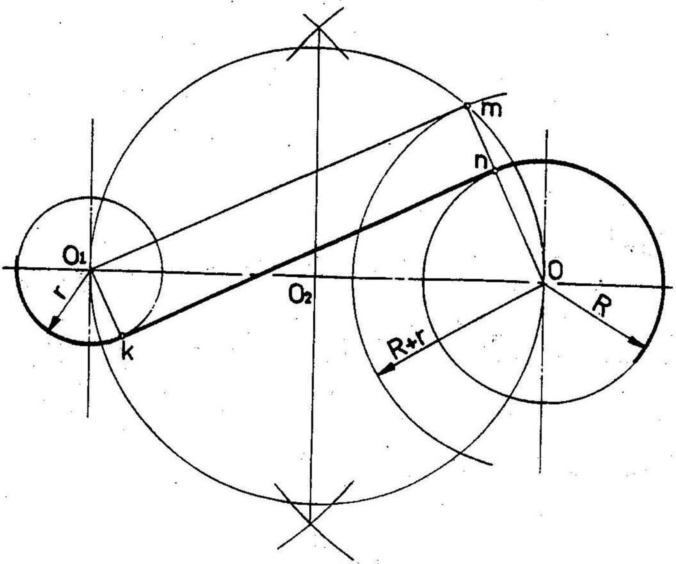
படம் 3.14

இந்த அரைவட்டம் Pஐ மையமாகக் கொண்டு (R - r)ஐ ஆரமாகக்கொண்டு வரையப்பட்டிருந்த சிறு வட்டத்தினை n என்னுமிடத்தில் வெட்டும். Pஐ nஉடன் இணைத்து நீட்டினால் இது பெரிய வட்டத்தை m என்னுமிடத்தில் தொடும். பின்னர், M வழியாக Pmஇற்கு ஒரு இணைகோடு வரைந்தால் அது சிறிய வட்டத்தை K என்னும் புள்ளியில் தொடும்.

பின்னர் mஐயும் Kயையும் இணைத்து வரையப்படும் கோடு, இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் பொதுத்தொடுகோடாகும்.

3.12.2.2 உட்புறத் தொடுகோடு

O, O_1 இவற்றை மையமாகக்கொண்ட வட்டங்களின் ஆரங்கள் முறையே R மற்றும் r Oஐ மையமாகக் கொண்டு (R + r)ஐ ஆரமாகக் கொண்டு ஒரு பெரியவட்டவில் வரைக. O,O_1 ஐ விட்டமாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைந்தால், இந்த வட்டமும், அந்த வட்டவில்லும் m என்னும் இடத்தில் ஒன்றையொன்று வெட்டிக் கொள்ளும். mஐ O உடன் இணைக்கும் கோடு பெரிய வட்டத்தினை n என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். O வழியாக Onஇக்கு ஓர் இணைகோட்டை



படம் 3.15

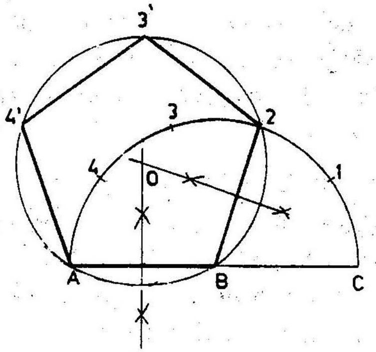
எதிர்த்திசையில் வரைக. இக்கோடு சிறிய வட்டத்தை K எனும் புள்ளியில் வெட்டும். mஐ K உடன் இணைக்கும் கோடே இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் பொதுத்தொடுகோடாகும்.

3.13 சீர் பல்கோணங்கள் (Regular polygons)

ஓர் ஐங்கோண வடிவத்தின் ஒரு பக்கம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின், அதை எங்ஙனம் வரைதல் வேண்டும் என்பதைக் காணலாம்.

வரைமுறை 1 :-

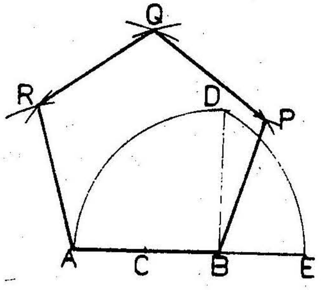
AB என்பது கொடுக்கப்பட்ட பக்கத்தின் அளவாகும். AC = 2AB என இருக்குமாறு AC என்னும் கோட்டினை வரைக. Bஇனை மையமாகக் கொண்டு ஓர் அரைவட்டம் (ஆரம் = BA) வரைக. இந்த அரைவட்டத்தைப் 'பிரிப்பானின்' உதவி கொண்டு ஐந்து சம பாகங்களாகப் பிரித்துக்கொள்க! இரண்டாவது பிரிவுடன் Bஐ இணைத்து, அதற்கு ஒரு மையக்குத்துக்கோடும், ABஇற்கு ஒரு மையக்குத்துக்கோடும் ஒன்றும் வரைக. இவ்விரு



படம் 3.16

மையக்குத்துக்கோடுகளும் O என்னும் புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும். Oஐ மையமாகக் கொண்டு OAஐ ஆரமாகக் கொண்டு ஒரு வட்டம் வரைக. அதே ஆரத்தினைக் கொண்டு 2–ஐ மையமாகக் கொண்டு, ஏற்கனவே வரைந்துள்ள வட்டத்தை 3'ல் வெட்டுமாறு ஒரு வட்டவில் வரைக. பிறகு 3'ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரத்தினைக்கொண்டு, முன்பு வரைந்துள்ள வட்டத்தை 4'இல் வெட்டுமாறு ஒரு வட்டவில் வரைக. AB, B2, 23', 3'4', 4'A என்னும் கோடுகளை இணைக்கவும். AB23'4'A என்பது தேவைப்பட்ட ஐங்கோணம் ஆகும்.

வரைமுறை 2 :-



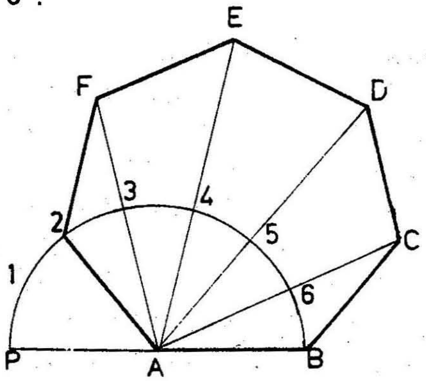
படம் 3.17

கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்கு AB என்னும் பக்கத்தை வரைந்து கொண்டு, அதன் ஒரு முனையான B இல் ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. இக்கோட்டின்மேல், AB = BD என்று இருக்கும்படியாக D

என்னும் புள்ளியைப் பதிக்கவும். ABயின் நடுப்புள்ளியான Cஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வில் நீட்டப்பட்ட ABஐ E என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். AE என்னும் நீளமே ஐங்கோணத்தின் மூலவிட்ட அளவாகும்.

AB ஆரத்தில் A இலிருந்து வரையப்படும் ஒரு வில்லும் AE ஆரத்தில் Bஇலிருந்து வரையப்படும் ஒரு வில்லும் ஒன்றையொன்று R என்னும் புள்ளியில் வெட்டிக்கொள்ளும். இதுபோன்றே P,Q என்னும் புள்ளிகளையும் பெறலாம். ABPQR என்னும் வடிவமே கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்கு வரையப்பட்ட ஐங்கோணமாகும்.

வரைமுறை 3 :

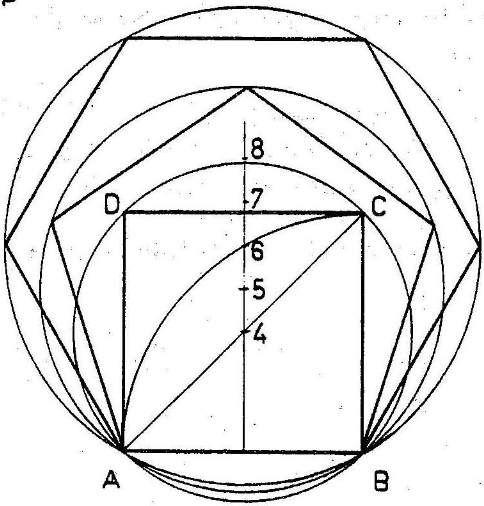


படம் 3.18

AB என்பது கொடுக்கப்பட்ட அளவாகும்.

படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் கொடுக்கப்பட்ட அளவிற்கு இருமடங்காக APஐ வரைக. APஐ விட்டமாகக் கொண்டு ஓர் அரைவட்டம் வரைக. இந்த அரைவட்டத்தை ஏழு சமபாகங்களாகப் படத்தில் காட்டியுள்ளது போன்று பிரித்துக் கொள்க. ஒன்று இலக்கமிட்ட புள்ளி நீங்கலாக மற்றப் புள்ளிகளை A உடன் இணைத்து நீட்டி விடவும். இரண்டாவது புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்ட கோடு A2 இரண்டாவது பக்கமாக அமையும். A இலிருந்து 3 வழியாக வரையப்பட்ட கோட்டினை 2ஐ மையமாகக் கொண்டு ABஐ ஆரமாகக் கொண்டு வெட்டவும். கிடைக்கும் புள்ளி Fஐ 2 உடன் இணைப்பின் மூன்றாவது பக்கம் கிடைக்கும். இதே போன்று மேற்கொண்டு செய்தால் ஏழு கோணம் அமையும்.

வரைமுறை 4:-



படம் 3.19

ஒரு பல்கோண வடிவத்தின் கொடுக்கப்பட்ட அளவு ABஎனில் அதனை வரைந்து அதற்கு B என்னுமிடத்தில் ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. அக்கோட்டில் AB = BC இருக்கும்படியாக C என்னும் புள்ளியைப் பதிக்க. Aஐ C உடன் இணைக்கவும். பிறகு Bஐ மையமாகக் கொண்டு ABஐ ஆரமாகக் கொண்டு ஒரு வில் (Arc) வரைக. ABஇற்கு வரையப்படும் மையக்குத்துக்கோடு, AC என்னும் நாணையும், வில்லையும் முறையே 4,6 என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும்.

4ஐ மையமாகக் கொண்டு 4Aஐ ஆரமாகக் கொண்டு வரையும் வட்டம் ABC என்னும் புள்ளிகளில் செல்லும். பிறகு ABCD என்னும் சதுரம் அமைத்தல் எளிது.

6ஐ மையமாகக் கொண்டு 6Aஐ ஆரமாகக் கொண்டு, வரையப்படும் வட்டம், AB வழியாகச் செல்லும். பின்னர், AB, இவற்றை ஆரமாகக் கொண்டு, வட்டத்தின் மேல் வரைவதால் ஏற்படும் புள்ளிகளை இணைத்தால் அறுகோணம் கிடைக்கும்.

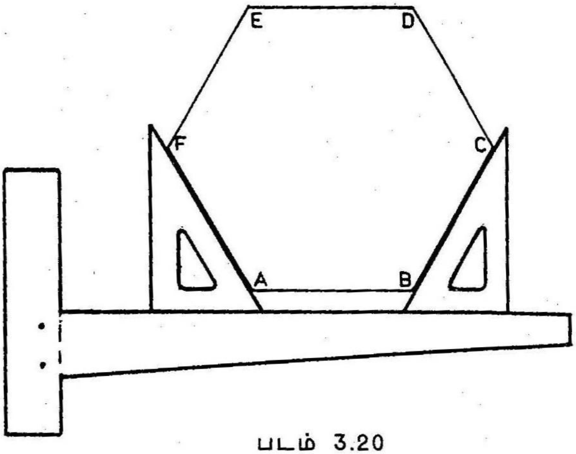
4, 6 இவற்றை இரண்டு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் புள்ளி 5 எனக்கொண்டு, மேலே குறிப்பிட்ட முறையில் வட்டம் அமைத்துப்

3

பின்னர் புள்ளிகளையும் அமைத்து அவற்றை ஒன்றுடன் ஒன்று இணைத்தால் கிடைக்கும் வடிவம் ஐங்கோணமாகத்தான் இருக்கும் என்பது தெளிவு.

மையக்குத்துக்கோட்டில் 45 = 56 = 67 = 78 என்னும்படியாக 7,8 என்னும் புள்ளிகளின் உதவி கொண்டு முறையே எழுகோணம், எண்கோணம் ஆகிய வடிவங்களை அமைக்கலாம்.

3.14 மூலைமட்டங்களைக் கொண்டு அறுகோணம் வரைதல்

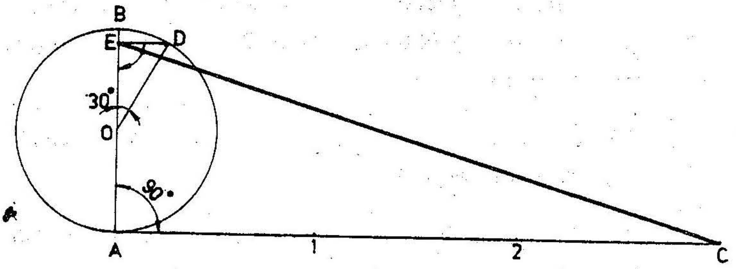


படம் 3.20

ஒழுங்கு அறுகோணத்தின் ஒவ்வோர் உட்கோணமும் 120^0 இருக்கும் என்பதை யாவரும் அறிவோம். கொடுக்கப்பட்ட அளவிற்கு AB வரைந்து, படம் 3.20இல் காட்டியுள்ளதுபோல T-கூம்பு உதவியுடனும் $30-60^0$. மூலைமட்டத்தின் உதவியுடனும் அறுகோணம் வரையலாம்.

3.15 கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்திற்குச் சுற்றளவு காணல்

கொடுக்கப்பட்ட விட்ட அளவுக்கு வட்டத்தை வரைந்து கொண்டு, அதன் அடியில் விட்டத்தின் மூன்று மடங்கு அளவுக்கு ஒரு கோடு AC வரைக. புள்ளி Aஇலிருந்து ACற்குச் செங்குத்தாக வட்டத்தின் விட்டம் AB வரைக. மையத்திருந்து AB இற்கு 30^0. அளவில்



படம் 3.21

ஒரு சாய்வுகோடு OD வரைந்து Dஇலிருந்து விட்டம் AB இற்கு ஒரு குத்துக்கோடு வரைக. இக்குத்துக்கோடு AB இல் சந்திக்கும். இப்புள்ளி Eஇனை C உடன் இணைத்தால், நீளம் EC வட்டத்தின் சுற்றளவு (TTD) ஆகும்.

பயிற்சி-3

1. 120 மிமீ நீளமுள்ள கோடு வரைந்து இதனை 4 : 3 விகிதத்தில் பிரிக்கவும்.

2. உட்கோணம் 120^0 கொண்ட ஒரு வில்லின் ஆரம் 100 மிமீ அவ்வில்லை வரைந்து அதனை 16 சமபாகங்களாகப் பிரித்துக்கொள்க.

3. 150 மிமீ நீளமுள்ள அஆ என்னும்கோடு வரைந்து அதற்கு ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைக. அக்குத்துக்கோட்டில் 40 மிமீ தூரத்தில் அஆவிற்கு ஓர் இணைகோடு வரைக.

4. ஒரு நேர் கோட்டிலிருந்து 20 மிமீ தூரத்தில் ஒரு புள்ளி உள்ளது. அப்புள்ளி வழியாகவும், அக்கோட்டினைத் தொடும்படியாகவும் 30 மிமீ ஆரத்தில் ஒரு வில் வரைக.

5. உட்கோணம் 70^0 கொண்ட இரு சாய்வுக்கோடுகள் வரைக. இவ்விரு சாய்வுக்கோடுகளையும் தொடும்படியாக 25 மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு விட்டம் வரைக.

6. செங்கோண அளவுள்ள இருகோடுகள் வரைந்து, அக்கோடுகளைத் தொடும்படியாக 20 மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைக.

7. 20 மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைந்து, அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

8. 25 மிமீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைந்து அவ்வட்டத்தின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளியின் வழியாக ஒரு தொடுகோடு வரைக.

9. 20 மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டம் வரைக. இவ்வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 45 மிமீ தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து வட்டத்திற்கு இரு தொடுகோடுகள் வரைக.

10. 20 மிமீ ஆரம் கொண்ட இரு வட்டங்களின் மையங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 75 மிமீ இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் வெளிப்புறத்தொடுகோடு வரைக.

11. பயிற்சி எண்—9இல் விரித்துக் கூறப்பட்ட இரு வட்டங்களுக்கும் உட்புறத்தொடுகோடு வரைக.

12. 35 மிமீ, 20 மிமீ ஆரமுள்ள இரு வட்டங்கள் வரைக. இவ்வட்டங்களின் மையங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 75 மிமீ இவ்விரு வட்டங்களுக்கும் வெளிப்புறத்தொடுகோடு வரைக.

13. பயிற்சி எண் 11இல் விவரிக்கப்பட்ட இரு வட்டங்களுக்கும் உட்புறத்தொடுகோடு ஒன்று வரைக.

14. 70 மிமீ விட்டமுள்ள வட்டம் வரைந்து, அதன் சுற்றளவைக் கண்டுபிடி.

15. 25, 40, 65 மிமீ பக்கமுள்ள ஒரு முக்கோணம் வரைந்து, அதன் மூன்று முனைகளின் வழியே செல்லும்படியாக வட்டம் ஒன்று வரைக.

16. 40, 55, 80 மிமீ பக்கமுள்ள ஒரு முக்கோணம் வரைந்து, அதன் மூன்று பக்கங்களையும் தொடும்படியாக ஒரு வட்டம் வரைக.

17. 35மிமீ பக்கமுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணம் வரைந்து, அதன் மூன்று பக்கங்களைத் தனித்தனியே அடிப்பக்கமாகக் கொண்டு, முறையே ஒரு சதுரம், ஓர் ஐங்கோணம், ஓர் அறுகோணம் வரைக.

18. 80 மிமீ பக்கமுள்ள ஓர் ஐங்கோணத்தைக் குறைந்தது மூன்று வழிகளிலேனும் வரைந்து காட்டுக.

19. 25 மிமீ பக்கமுள்ள ஒரு அறுகோணத்தைக் குறைந்தது நான்கு வழிகளிலேனும் வரைந்து காட்டுக.

20. 20 மிமீ பக்கமுள்ள எழுகோணம் ஒன்றினை வரைக.

21. 15 மிமீ பக்கமுள்ள எண்கோணம் ஒன்றினை வரைக.

4. அளவுகோல்கள்

(SCALES)

Scale என்னும் ஆங்கிலச் சொல்லுக்கு அளவுகோல் என்றும், வரைவீதம் என்றும் இரு பொருள்கள் கொள்ளப்படும். ஒருவரின் கருத்தை மற்றொருவருக்குத் தெரிவிக்க மொழியுடன் வரைபடங்களும் உதவுகின்றன. ஒரு கட்டடம் கட்டும்பொழுதோ ஒரு கருவியை உருவாக்கும்பொழுதோ வரைபடத்தின் இன்றியமையாமையைக் கூறத் தேவையில்லை.

ஒரு கருவியின் வரைபடத்தை வரையும்பொழுது, அதன் உண்மையான அளவுகளைப் பயன்படுத்தி வரைந்தால் அதனை முழு அளவு வரைபடம் (Full scale drawing) என்பர். மாறாக ஒரு கட்டடத்தின் வரைபடத்தையோ, ஒரு பாலத்தின் வரைபடத்தையோ வரையும்பொழுது, அதன் உண்மையான அளவுகளைக் கொண்டு வரைய முடியாதல்லவா? ஆகவே அப்பொருள்களின் அளவுகளைக் குறுக்கி வரைதல் வேண்டும். இங்ஙனம் வரையப்படும் படங்களைச் "சுருக்களவு வரைபடங்கள்" (Reduced drawing scale) எனலாம். வரையப்படும் பொருள்கள் மிகச் சிறியதாயிருப்பின், (எடுத்துக்கா ட்டாக கடிகாரத்தின் உறுப்புகள், சிறுகருவிகள்) அவற்றின் வரைபடங்களையும், உண்மையான அளவுக்கே வரைதல் அரிது. எனவே அவற்றின் அளவுகளை விரிவாக்கி வரைதல் வேண்டும். அவ்வாறு விரிவாக்கி வரையப்பட்ட படங்களை "பெருக்களவு வரைபடங்கள்" (Enlarged scale drawings) எனலாம்.

4.1 வரைபின்னம் (Representative fraction)

ஒரு பொருளின் வரையப்பட்ட அளவுக்கும், அப்பொருளின் உண்மையான அளவுக்கும் உள்ள விகிதமே, வரை பின்னம் (வ.பி) எனக் குறிக்கப்படும்.

ஒரு மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு பொருள் வரைபடத்தில் 1 செமீ நீளமாக வரையப்பட்டிருந்தால், அதனுடைய வரை பின்னம்

$$\text{வ. பி (RF)} = \frac{1\ \text{செமீ}}{1\ \text{மீட்டர்}} = \frac{1\ \text{செமீ}}{100\ \text{செமீ}} = \frac{1}{100}$$

வரைவீதம் (Scale) 1 : 100

(அதாவது முழு அளவில் நூற்றில் ஒரு பங்கு).

ஒரு பொருளின் அளவை விரிவாக்கி வரையும்பொழுது அதன் வரைபின்னம் ஒன்றை விட அதிகமாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக 2மிமீ நீளமுள்ள ஒரு பொருள் வரைபடத்தில் 1 செமீ ஆகக் காட்டப்பட்டிருப்பின்,

$$\text{வரை பின்னம்} = \frac{1 \times 10\ \text{மிமீ}}{2\ \text{மிமீ}} = 5$$

மேற்குறித்த படத்தின் வரை வீதம் 5 : 1.

ஒரு படத்தின் வரை 1 : 1 வீதம் என்றிருப்பின், பொருளின் உண்மையான அளவே வரைபடத்திலும் காட்டப்பட்டிருக்கின்றது என்று பொருள்.

4.2 பல்வேறு வரை வீதங்கள் (Types of scales)

வரைபடங்களுக்கென இந்தியத்தர நிருணயக்குழு பரிந்துரை செய்துள்ள வரைவிகள் சில, கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

4.2.1 பொறியியல் வரைவிகள் (Engineering Scales)

அ. முழு அளவு வரைவீதம் — 1 : 1

ஆ. குறைக்கப்பட்ட வரைவீதம் — 1 : 2, 1 : 1.25, 1 : 5, 1 : 10, 1 : 20, 1 : 50, 1 : 100, 1 : 200

இ. விரிவுபடுத்திய வரைவீதம் — 10 : 1, 5 : 1, 2 : 1

4.22 கட்டடத்துறை வரைவிகள் (Architectural Scales)

1 : 1, 1 : 5, 1 : 10, 1 : 20, 1 : 50, 1 : 150, 1 : 200, 1 : 500, 1 : 1000

4.3 அளவிகளின் பிரிவுகள் (Classification of scales)

அளவுகளை ஐந்து வகைகளாகப் பிரிக்கலாம். அவையாவன:

(1) நேர் அளவிகள் (Plain Scales)

(2) மூலைவிட்ட அளவிகள் (Diagonal scales)

(3) வெர்னியர் அளவிகள் (Vernier scales)

(4) ஒப்புமை அளவிகள் (Comparative scales)

(5) நாண் அளவிகள் (Scales of chards)

4.4 நேர் அளவிகள் (Plain scales)

இரண்டு அலகுகளை மட்டுமே அளக்கவல்லன இந்தக் கருவிகள். எடுத்துக்காட்டாக செமீ, மிமீ, செமீ மற்றும் செமீ, மீ மற்றும் டெமீ போல்வன. இந்த அளவிகளின் முதல் பிரிவில் O என்பதைத் தொடங்க வலப்பக்கமாக முழு எண்களையும், இடப்பக்கமாகப் பிரிவு எண்களையும் குறித்தல் வேண்டும். அளவுகோலின் அடியில் அளவுகளின் பெயர்களையும், வரைபின்ன எண்ணையும் குறித்தல் நலம்.

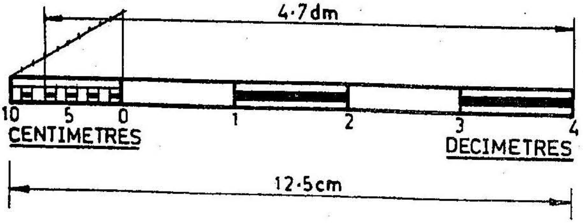
எடுத்துக்காட்டு 1

வரைபின்னம் 1/4 ஆகக் கொண்டு டெசி மீட்டரையும், சென்டி மீட்டரையும் குறிக்கவல்ல ஒரு நேர் அளவியினை வரைக. அதில் 4.7 டெமீ நீளத்தைக் குறிக்க.

அளவுகோலின் நீளம் = வபி x உச்ச நீளம்

= 1/4 x 5 டெசிமீ

= 1.25 டெமீ = 12.5 செமீ



வ.பி = $\frac{1}{4}$

படம் 4.1

12.5 செமீ நீளத்தில் ஒரு கோடு வரைந்து அதனை 5 சம பாகங்களகாப் பிரிக்கவும். ஒவ்வொரு பிரிவும் 1 டெமீ நீளத்தைக் குறிக்கும். படத்தில் காட்டியுள்ளது போல் முதல் பிரிவுக்கு Oஎனக் குறியிட்டு, பின்னர் ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் 1,2,3 எனக் குறிக்க.

1 டெமீ 10 செமீ ஆதலால், முதல் பிரிவான 1 டெமீ ஐ 10 சம பாகங்களாகப் பிரித்தால் ஒவ்வொரு சிறு பிரிவும் 1 செமீ ைக் குறிக்கும். இந்தச் சிறு பிரிவுகளை வலப்புறமிருந்து இடப்புறமாக 1,2,...10 வரை குறியீடுக. அளவி தெளிவாக இருக்கும் பொருட்டுக் கோட்டிற்குப் பதிலாக, மிகக் குறைந்த அகலத்தைக் கொண்டு நீள் செவ்வகம் ஒன்று வரைதல் வேண்டும். பிரிவுகளில் குழப்பம் ஏற்படாதிருக்க, ஒன்று விட்டு ஒன்றனுக்குப் படத்தில் காட்டியது போல் பட்டை தீட்டுதல் நலம். அளவியின் அடியில், இடப்பக்கமாகச் 'சென்டி மீட்டர்' என்றும் வலப்பக்கமாக 'டெசி மீட்டர்' என்றும் அழகுற எழுதுதல் வேண்டும். மையப்பகுதியின் சற்றுக்கீழே வரைபின்னம் $1/4$ அல்லது 1 : 4 என எழுதுதல் வேண்டும். படத்தில் 4.7 டெமீ நீளம் குறிக்கப்பட்டிருப்பதைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2:

வரைபின்னம் $\frac{1}{35000}$ கொண்டு, 5 கிமீ.வரை அளக்கவல்ல ஒரு நேர் அளவினை வரைந்து அதில் 3 : 4 கிமீ. நீளத்தைக் குறி.

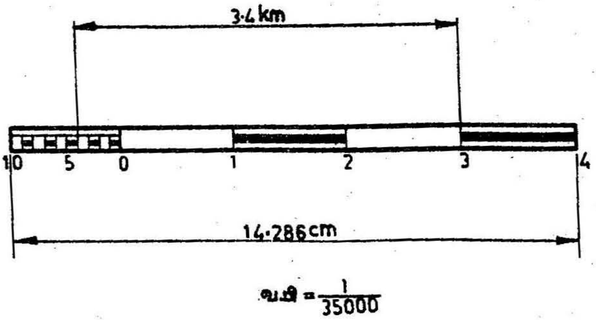
அளவுகோலின் நீளம் = வ.பி x அளவு நீளம்

$$= \frac{1}{35000} \times 5 \text{ கிமீ}$$

$$= \frac{5}{35000} \times 100000 \text{ செமீ}$$

= 14.286 செமீ

5 கிமீ வரையில் அளக்கவல்ல அளவு ஒன்று வரைய 14.286 செமீ நீளமுள்ள கோடு வரைதல் வேண்டும். பின்னர் அதனைச் சம பாகங்களாகப் பிரித்துப் படம் 4.2 இல் காட்டியது போல் எண்களைப் பதித்தல் வேண்டும். முந்தைய எடுத்துக்காட்டில் விவரித்தது போல் இதனையும் வரைதல் வேண்டும்.



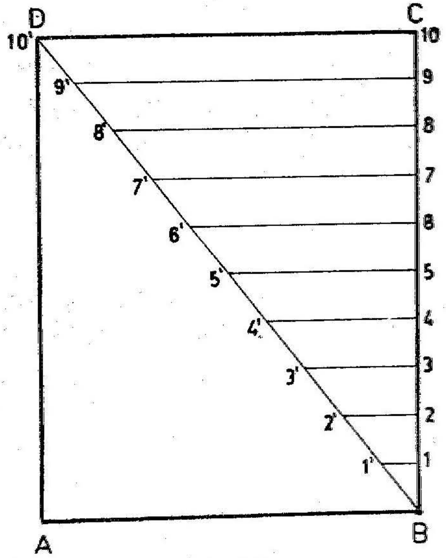
படம் 4.2

குறிப்பு : கோட்டின் நீளமான 14.286 செமீஐ மிகச் சரியாக வரைதல் அரிதானதால் 20 செமீ நீளம் வரைந்து அதனை 7 சம பாகங்களாகப் பிரித்தல், அளவில் தவறு ஏற்படுவதைத் தவிர்க்கும்.

4.5 மூலைவிட்ட அளவிகள் (Diagonal scale)

நேர் அளவியைக் கொண்டு இரு அலகுகளை மட்டுமே அளக்க இயலும் என்பதையும் கண்டோம். அதாவது 4.7 டெமீ என்பது போன்றே அளக்க இயலும். ஆனால் 4.78 டெமீ (4 டெமீ, 7 செமீ, 8 மிமீ) போன்று மூன்று அலகுகளை இதனால் அளக்க இயலாது. ஆகவே, இரு தசம அளவுக்குத் துல்லியமாக அளக்க வேண்டின், மூலைவிட்ட அளவிகளைப் பயன்படுத்தல் வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, இந்த மூலைவிட்ட அளவிகளைக் கொண்டு கிமீ, ஹெமீ, டெமீ போன்றோ, (5.76 கிமீ.) கஜம், அடி, அங்குலம் (இஞ்ச்) போன்றோ மூன்று அலகுகளை அளப்பதற்கு இவ்வளவிகள் நமக்கு உதவும்.

மூலைவிட்ட அளவி எத்தகைய தத்துவத்தைக் கொண்டு எவ்வாறு அமைக்கப்படுகிறது என்பதைக் காண்போம். AB என்னும் சிறு அளவினைத் தசம அளவு வரை (அதாவது பத்தில் ஒரு பங்கு வரை) பிரிக்க வேண்டும் என்றால் (எடுத்துக்காட்டாக, $\frac{1}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{7}{10}$ போன்று) கீழ்க்குறிப்பிடும் முறையைக் கையாளுதல் வேண்டும்.



படம் 4.3

AB என்னும் இரு புள்ளியிலிருந்தும் இரு குத்துக்கோடுகள் வரைக. Bயிலிருந்து வரைந்த குத்துக்கோட்டினை மட்டும் 10 சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்கவும். (அந்த பிரிவு எந்த அளவு வேண்டுமாயினும் இருக்கலாம்) பத்தாவது பிரிவுக்கு C எனப் பெயரிட்டு ஒவ்வொரு பிரிவிற்கும் 1, 2, 3 என்று 10 வரை எண்ணிடுக. C யிலிருந்து வரையப்பட்ட இடைக்கோடும், A யிலிருந்து வரையப்பட்ட குத்துக்கோடும் D என்னும் புள்ளியில் ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக்கொள்ளும். Dயினை Bயுடன் இணைத்து முன்பு வரையப்பட்ட ஒவ்வொரு பிரிவிலிருந்தும் ஒரு கிடைக்கோடு (படத்தில் 4.3) வரைக. BD என்னும் கோட்டினை, கிடைக்கோடுகள் வெட்டும் ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் 1', 2'–3' என்று 10' வரை பெயரிடுக. படத்தில் காணப்படும் B11', B44', B77', BCD என்னும் முக்கோணங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று ஒத்த முக்கோணங்கள் ஆகும். எனவே ஒத்த முக்கோணங்கள் விதிப்படி.

$$\frac{44'}{CD} = \frac{B4}{BC} = \frac{0.4BC}{BC} \quad \left(\because B4 = \frac{4}{10}BC\right)$$

$$44' = 0.4\ CD = 0.4\ AB$$

அதே போல், 77' = 0.7 AB

ஆக ஒவ்வொரு கிடைக்கோட்டின் நீளமும் ஒரே சீராக நீண்டு கொண்டே சென்று, ஒவ்வொன்றும் முறையே 0.1 AB, 0.2 AB, 0.3 AB என்ற நீளங்களைத் தரும். இதுவே மூலைவிட்ட அளவியின் தத்துவம் ஆகும் .

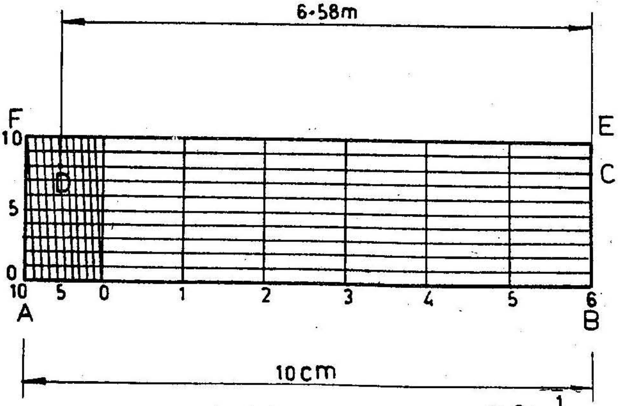
எடுத்துக்காட்டு 3 :-

8 மீ வரை அளக்கவல்ல ஒரு மூலைவிட்ட அளவினை வரைந்து, அதில் 6 மீ, 5 டெமீ, 8 செமீ நீளத்தினைக் குறிக்கப் பின்னம் 1/80 எனக்கொள்க.

அளவியின் மொத்த நீளம் = வ.பி x அதிக அளவு நீளம்

= 1/80 x 8 மீ

= 10 செமீ



படம் 4.4 வ.பி = $\frac{1}{80}$

10 செமீ நீளத்திற்கு AB எனும் ஒரு கோடு வரைந்து அதனை 8 சம அளவுகளாகப் பிரிக்கவும். ஒவ்வொரு பிரிவும் 1 மீட்டரைக் குறிக்கும். முதல் பிரிவான AOயினைப் பத்துச் சமபிரிவுகளாகப் பிரிப்பின், அதில் ஒவ்வொரு சிறு பிரிவும் ஒரு செமீ அல்லது 0.1 மீ குறிக்கும்.

ABயிலிருந்து ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைந்து அதில் 10 சமமான பிரிவுகளைக் குறிக்கவும். பத்தாவது பிரிவுக்கு F எனப் பெயரிட்டுப் படத்தில் காட்டியது போல் ABEF எனும் செவ்வகத்தை உருவாக்குக : ABஇல் உள்ள ஒவ்வொரு பிரிவிலும் ஒரு செங்குத்துக்

கோடு வரைக. பின்னர் AF எனும் கோட்டில் உள்ள 10 பிரிவுகளிலிருந்தும் ஒவ்வொரு கிடைக்கோடு வரைக. F என்னும் புள்ளியிலிருந்து AOஇல் உள்ள முதற்பிரிவுடன் (அதாவது 9 ஆவது எண்ணிட்ட புள்ளி) இணைத்திடுக: பிறகு மீதமுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியிலிருந்தும் (8, 7, 6...10) 9F என்னும் கோட்டிற்கு இணைகோடுகள் வரைக.

OPQ எனும் முக்கோணத்தில் PQ என்னும் அளவு ஒரு டெமீ (அல்லது 0.1 மீ) குறிக்கும். PQ இலிருந்து கீழே உள்ள ஒவ்வொரு பிரிவும் 0.9 டெமீ (9 செமீ) 0.8 டெமீ (8 செமீ) என்று சீராகக் குறைந்து கொண்டுவரும். எனவே, அளவியின் உதவிகொண்டு 8 மீட்டருக்கும் 1 செமீட்டருக்கும் இடையேயுள்ள எந்த நீளத்தையும் அளக்க இயலும்.

வினாவில் குறிப்பிட்டுள்ள 6 மீ 5 டெமீ 8 செமீ நீளத்தை அறிய 6 மீ பிரிவில் Bஎன்னும் புள்ளிக்கும் முதல் மீ பிரிவில் 5ஆவது பிரிவும், செங்குத்திலுள்ள 8ஆவது பிரிவும் சந்திக்கும் என்னும் புள்ளிக்கும் இடையில் உள்ள தூரத்தைப் பிரிகருவியின் மூலம் எடுத்துக் கொள்ளவும்.

எடுத்துக்காட்டு 4 :

1/4000ஐ வரைபின்னமாகக் கொண்டு 500 மீ வரை அளக்கவல்ல ஒரு மூலைவிட்ட அளவியினை வரைக. அந்த அளவியில் 357 மீ நீளத்தைக் காட்டுக.

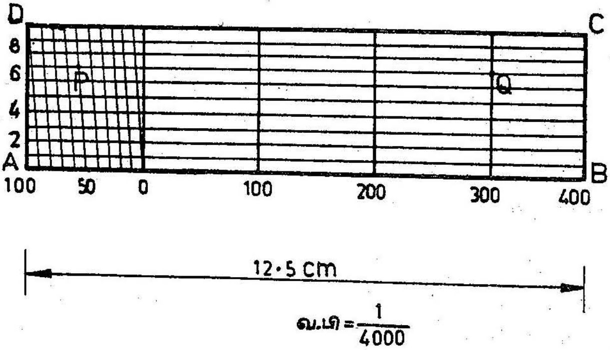
அளவியின் நீளம் = வ.பி x அதிகஅளவு நீளம்

= 1/4000 x 500 மீ

= 500 x 100/4000 செமீ

= 12.5 செமீ

12.5 செமீ நீளத்துக்கு AB எனும் கோடு வரைந்து அதனை 5 சம பாகங்களாகப் பிரித்தால், ஒவ்வொரு பிரிவும் 100 மீட்டரைக் குறிக்கும். முதற்பிரிவான AOஐ 10 பாகங்களாகப் பிரித்தால் ஒவ்வொரு சிறு பிரிக்கவும் 10 மீட்டரைக் குறிக்கும்.



படம் 4.5

A என்னும் புள்ளியிலிருந்து எனும் செங்குத்துக்கோடு வரைந்து அதில் 10 சம பாகங்களைப் பதித்திடுக. பிறகு ABCD எனும் ஒரு செவ்வகத்தை உருவாக்கி எடுத்துக்காட்டு 3இல் விளக்கப்பட்டது போல் அளவியினை முடித்திடுக.

படம் 4.5இல் 357 மீ நீளத்தை PQ என்னும் தூரம் குறிக்கிறது.

4.6 வெர்னியர் அளவிகள் (Vernier scales)

மூலைவிட்ட அளவியினைப் போலவே, வெர்னியர் அளவியும் மிகச் சிறிய அளவினைக்கூட அளக்க உதவுகிறது. எனவே நேர் அளவியல் இருந்த குறையானது வெர்னியர் அளவியைக் கொண்டு தீர்க்கப்படுகிறது.

வெர்னியர் அளவியியல் முதன்மை அளவு (Primary scales) வெர்னியர் அளவு (Vernier scale) என இரு பாகங்கள் உள்ளன. முதன்மை அளவி என்பது நேர்அளவியைப் போலப் பெரிய சிறிய பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் உள்ள சிறு பிரிவுகளை மீண்டும் சாதாரணமுறையில் பயன்படுத்தினால் தவறு நேரும் என்பதால், வெர்னியர் முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. முதன்மை அளவியில் உள்ள பிரிவுகளே வெர்னியர் பிரிவுகளாக மாற்றப் படுகின்றன. எத்துணைச்சிறு அளவு வரை அளக்க அளவி பயன்படுகிறதோ அத்துணைச் சிறு அளவினை "மீச்சிறு மதிப்பு"என்று கூறுவர். இஃது ஒரு முதன்மை அளவியின் பிரிவுக்கும் (Main scale division) ஒரு வெர்னியர் அளவியின் பிரிவுக்குமுள்ள வேறுபாடு ஆகும்.

வெர்னியர் அளவிகளை முன்பக்க வெர்னியர் (Forward vernier) என்றும் பின்பக்க வெர்னியர் (Backward vernier) என்றும் இரண்டு வகையாகப் பிரிக்கலாம்.

4.6.1 முன்பக்க வெர்னியர்

முன்பக்க வெர்னியரில் ஒரு வெர்னியர் பிரிவின் நீளம் (Length of vernier division) ஒரு முதன்மை பிரிவின் நீளத்தைவிடக் குறைவாக இருக்கும். வெர்னியர் அளவில் உள்ள குறி எண்களும், முதன்மை அளவில் உள்ள குறி எண்களும் ஒரே திசையில் அமைக்கப்பட்டிருக்கும்.

முதன்மை அளவியில் (n–1) பிரிவுகளை n பிரிவுகளாக வெர்னியர் அளவியில் பிரித்தால், அதன்

$$\text{மீச்சிறு மதிப்பு (L.C.)} = 1\,\text{MSD} - 1\,\text{VSD}$$

$$= 1\,\text{MSD} - \frac{(n-1)}{n}\,\text{MSD}$$

$$= \frac{(n-n+1)}{n}\,\text{MSD}$$

$$= \frac{1}{n}\,\text{MSD}$$

4.6.2 பின்பக்க வெர்னியர்

பின் பக்க வெர்னியரில் ஒரு வெர்னியர் பிரிவின் நீளம், ஒரு முதன்மைப் பிரிவின் நீளத்தைவிட மிகுதியாக இருக்கும். முதன்மை அளவியில் உள்ள எண்களும், வெர்னியர் அளவியில் உள்ள எண்களும் எதிர்த்திசையில் அமைந்திருக்கும்.

முதன்மை அளவியில் (n+1) பிரிவுகள் எடுத்து வெர்னியர் பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்படும்.

$$\text{'மீச்சிறு மதிப்பு' (L.C)} = 1\text{MSD} - 1\text{MSD}$$

$$= \frac{(n+1)}{n}\,\text{MSD} - 1\text{MSD}$$

$$= \frac{(n+1-n)}{n} MSD$$

$$= \frac{1}{n} MSD$$

எடுத்துக்காட்டு 5 :

0,005 செமீ மீச்சிறு மதிப்பாகக் கொண்ட வெர்னியர் அளவியினை வரைந்து அதில் கீழ்க்கண்ட தூரங்களைக் குறிக்கவும்.

(அ) 3.15 செமீ (ஆ) 2.65 செமீ வரைவிகிதம் 2:1 இதனை முன்பக்க, பின்பக்க வெர்னியர் முறைகளில் வரைக.

(A) முன்பக்க வெர்னியர்

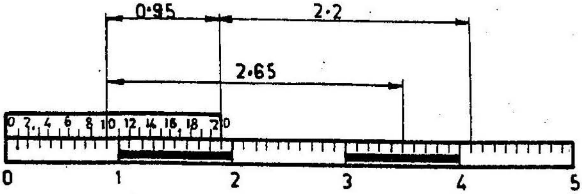
மீச்சிறு மதிப்பு = 0/005 செமீ = 1/20 மிமீ = $\frac{1}{n}$ MSD

n = 20

19 முதன்மை அளவியின் பிரிவுகளை 20 வெர்னியர் அளவியின் பிரிவுகளாகப் பிரித்தல் வேண்டும்.

அளவியின் நீளம் = வரைவிகிதம் x அதிக அளவு நீளம்

= 2 x 5 = 10 செமீ



படம் 4.6

அளவு விகிதம் 2:1

1MSD = 0.1 செமீ = 1 மிமீ

1VSD = 1 MSD - L.C

= 0.1 செமீ -- 0.005 செமீ

0.095 செமீ = 0.95 மிமீ

10 செமீ நீளத்திற்கு ஒரு கோடு வரைந்து, அதனை 5 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும். ஒவ்வொரு பிரிவும் 1 செமீ ஐக் குறிக்கும். ஒவ்வொரு செமீஐயும் 10 சம பாகங்களாகப் பிரிப்பதால் ஒவ் வொரு சிறு பிரிவும் 0.1 செமீஐக் குறிக்கும். இதில் 19 பிரிவுகளை எடுத்து 20 சம பாகங்களாகப் பிரிந்தால் நமக்கு வெர்னியர் அளவி கிடைக்கிறது. ஒவ்வொரு வெர்னியர் பிரிவும் 0.095 செமீ (0.95 மிமீ) நீளம் கொண்டதாக இருக்கும்.

3.15 செமீ ஐ 0.95 2.2 செமீ எனப் பிரித்தால் 0.95 செமீயிற்கு 10 VSD பிரிவுக்கும், 2.2 செமீஐ 4.1 குறியிட்ட புள்ளிக்கும் இடையேயுள்ள தூரத்தை அளந்தால் அது 3.15 செமீ ஆகும்.

அதேபோல் 2.65 செமீ=0.95+1.7 எனப்பிரித்து, படத்தில் குறிக்கலாம்.

(B) பின்பக்க வெர்னியர்

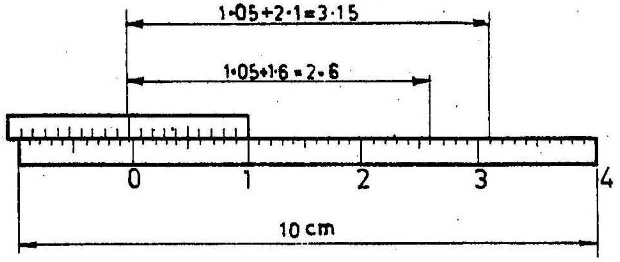
n = 20 பிரிவுகள்

(n+1) = 20+1 = 21 முதன்மை அளவியின் பிரிவுகளை 20 வெர்னியர் அளவியின் பிரிவுகளாய்ப் பிரித்தல் வேண்டும்.

1 MSD = 0.1 செமீ (1 மிமீ)

1 VSD = 1 MSD + L.C = 0.1 + 0.005

= 0.105 செமீ (1.05 மிமீ)



4 படம் 4.7

3.15 செமீ, 2.65 செமீ ஆகிய இரு நீளங்களும் படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 6 :

வரைபின்னம் 1/25 எனக்கொண்டு 4மீ வரை அளக்கவல்ல வெர்னியர் அளவினை வரைக. அதில் 2.46 மீ, 0.83 மீ நீளங்களைக் காட்டுக.

அளவியின் நீளம் = வ.பி x உச்ச நீளம்

$$= \frac{1}{25} \times 400 = 16 \text{ செமீ}$$

மீச்சிறு மதிப்பு என்பது மிகச்சிறு அளவினை அளக்கவல்ல தாகும். ஆகவே அதன் மதிப்பு 0.01 மீ ஆக இருத்தல் வேண்டும். (அதாவது 0.1 டெமீ)

LC = 0.1 டெமீ

= 1/10 மீ

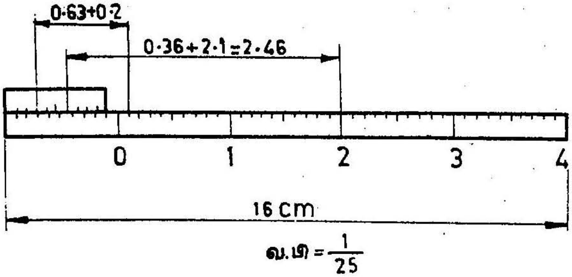
= 1/n MSD

n = 10

1 MSD = 1 டெமீ

1 VSD = 1 MSD - L.C

1 VSD = 1 - 0.1 = 0.9 டெமீ



படம் 4.8

16 செமீ நீளமுள்ள ஒரு கோடு வரைந்து அதை 4 சம பாகங்களாகப்பிரித்தால் ஒவ்வொரு பிரிவும் 1 மீட்டரைக் குறிக்கும். அதனை மீண்டும் 10 உட்பிரிவுகளாகப் பிரித்தால் ஒவ்வோர் உட்பிரிவும் 0.1 மீட்டரைக் குறிக்கும்.

அதாவது 1 MSD = 1 டெமீ

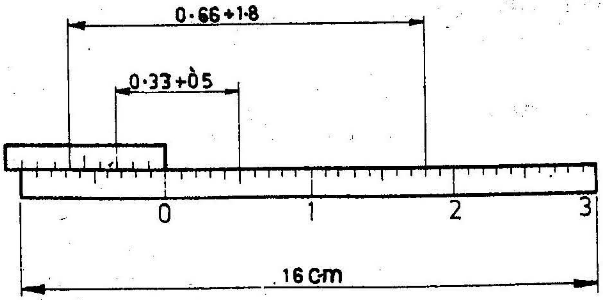
(n - 1) = (10 - 1) = 9 உட்பிரிவுகளை 10 வெர்னியர் பிரிவுகளாகப் பிரித்தால், ஒவ்வொரு வெர்னியர் பிரிவும் 0.09 மீ ஐக் (அதாவது 0.9 டெமீ) குறிக்கும். மீச்சிறு மதிப்பு 0.01 மீ ஆகும்.

இதே எடுத்துக்காட்டினைப் பின்னோக்கு வெர்னியரிலும் வரையலாம்.

L.C = 0.01 மீ, $\frac{1}{n}$ = L.C=0.1

1 MSD = 0.1 மீ, $= \frac{1}{10}$

1 VSD = 1.1 மீ, n = 10



படம் 4.9

4.7 ஒப்புமை அளவிகள் (Comparative scales)

ஒரே வரைபின்ன அளவினைக் கொண்டு, இருவேறு அலகுகளில் (Units) வரையப்படும் அளவிகளை "ஒப்புமை அளவிகள்" எனலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு குறிப்பிட்ட வரைபின்ன

அளவிற்கு கல்தொலைவு (Mile) அளவில் ஒரு நாட்டில் வரைபடம் வரையப்பட்டிருந்தால், அந்த வரைபடத்தை அதே வரைபின்ன அளவைக் கொண்டு, கிலோ மீட்டர்களில் அளக்க உதவும் "ஒப்புமை அளவியையும்" வரையலாம். இருவேறு அலகுகளைக் கொண்ட அளவிகள் என்பதால் அவற்றைத் தனித்தனியாகவோ, ஒன்றன் கீழ் ஒன்றாகவோ அமைக்கலாம். 'ஒப்புமை அளவிகளை' நேர் அளவிகளாகவோ (Plain scales), மூலைவிட்ட அளவிகளாகவோ (Diagonal scales), வெர்னியர் அளவிகளாகவோ அமைக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7 :

ஒரு வரைபடத்தில் இரண்டு இடங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரம் 35 செமீ எனக் காட்டப்பட்டுள்ளதாயினும், உண்மையில் அவற்றிற்கு இடையே உள்ள தூரம் 1750 கல்தொலைவு ஆகும். அவ்வரைபடத்தில் ஒரு கல்தொலைவு, ஒரு கிமீ அளவுக்குத் துல்லியமாய் அளப்பதற்கு ஏதுவான இரு மூலைவிட்ட ஒப்புமை அளவிகளை உருவாக்குக. அவற்றின் 745 கல்தொலைவுகளையும் அதற்குச் சமமான கிமீ தூரத்தையும் காட்டுக. (கல்தொலைவு = 1.6 கிமீ)

$$\text{வரைபின்னம்} = \frac{35}{1750}\text{செமீ}$$

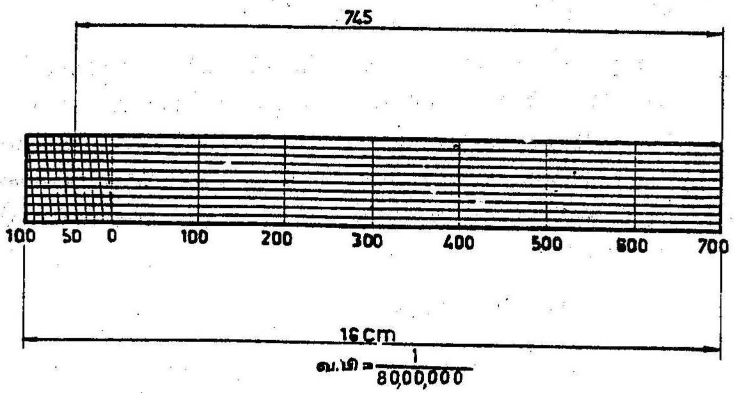
$$\text{கல்தொலைவு} = \frac{35}{1750 \times 1.6 \times 1000 \times 100}$$

$$= \frac{1}{8000000}$$

(A) கல்தொலைவு அளவி : (படம் 4.19)

அளவியின் நீளம் = வ.பி x உச்ச நீளம்

$$= \frac{35}{1750} \times 300 = 16 \text{ செமீ}$$



படம் 4.10

(B) மீட்டர் அளவி

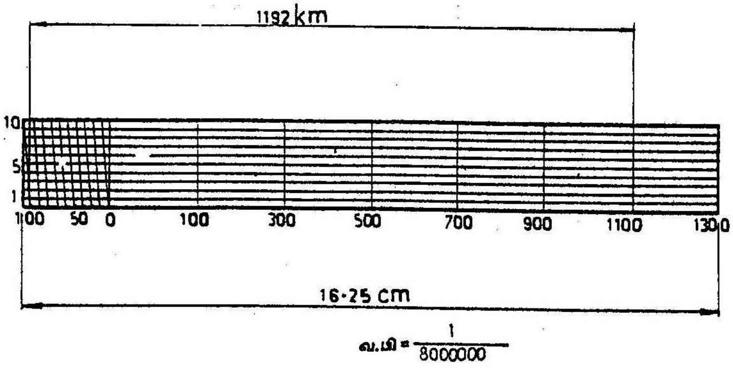
800 கல்தொலைவு = 800 x 1.6 = 1280 கிமீ.

745 கல்தொலைவு = 745 x 1.6 = 1192 கிமீ.

அளவியின் நீளம் = வ.பி x உச்ச நீளம்

$$= \frac{1}{8000000} \times 1300 \text{ கிமீ}$$

$$= 1300 \times 1000 \times \frac{1000}{8000000} = 16.25 \text{ செமீ}$$



படம் 4.11

எடுத்துக்காட்டு 8 :

ஒரு சாலையின் வரைபடத்தில் 25 கல்தொலைவு 10 செமீ அளவால் காட்டப்பட்டுள்ளது. 40 கல்தொலைவுகளையும் 60 கிமீகளையும் அளக்கக் கூடியதான ஓர் ஒப்புமை நேர் அளவியினை (comparative plain scale) உருவாக்கு. அந்த அளவி 1 கல்தொலைவு, 1 கிமீ வரை துல்லியமாக அளக்கக் கூடியதாக இருத்தல் வேண்டும். (1 மைல் = 1.6 கிமீ)

வ.பி = 10 செமீ/25 மைல்

= 10 செமீ/25 x 1.6 x 1000 x 100 செமீ

$$= \frac{1}{400,000}$$

(A) கல்தொலைவு அளவி

அளவியின் நீளம் = வ.பி x உச்ச நீளம்

$$= \frac{1}{400,000} \times 40 \text{ மைல்}$$

$$= 40 \times 1.6 \times 1000 \times \frac{100}{400,000} \text{ செமீ}$$

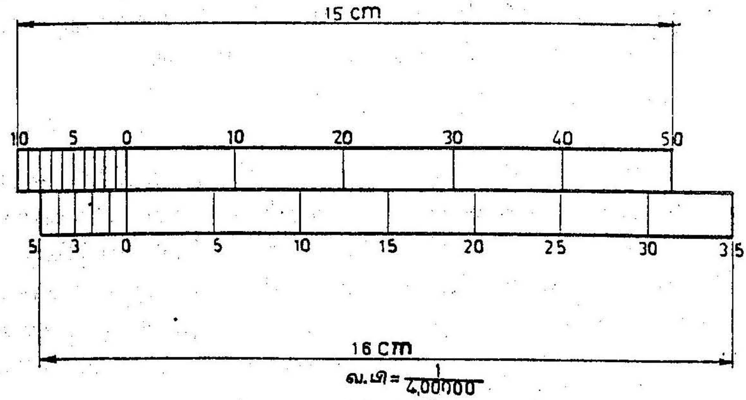
= 16 செமீ

(B) கிமீ அளவி

அளவியின் நீளம் = வ.பி x உச்ச நீளம்

$$= \frac{1}{400,000} \times 60 \times 1000$$

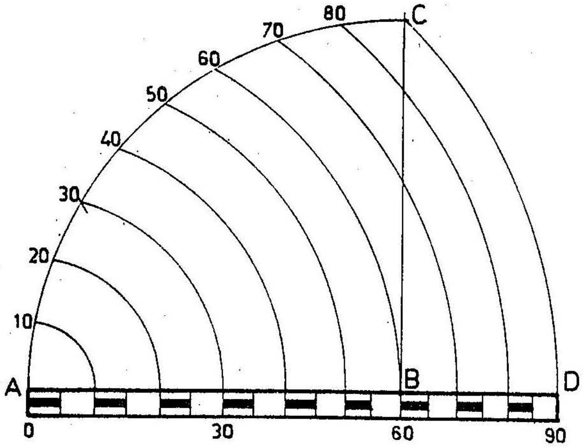
= 15 செமீ



படம் 4.12

4.8 நாண் அளவிகள் (Scale of chords)

கோணமானியின் உதவியில்லாமலேயே பாகையினை வரைய நாண் அளவிகள் பயன்படுகின்றன. ஒரே ஆரத்தில் வரையப்பட்ட வில்லில் கிடைக்கும் வெவ்வேறு நாண்களே வெவ்வேறு பாகைகளை வரைய உதவுகின்றன.



படம் 4.13

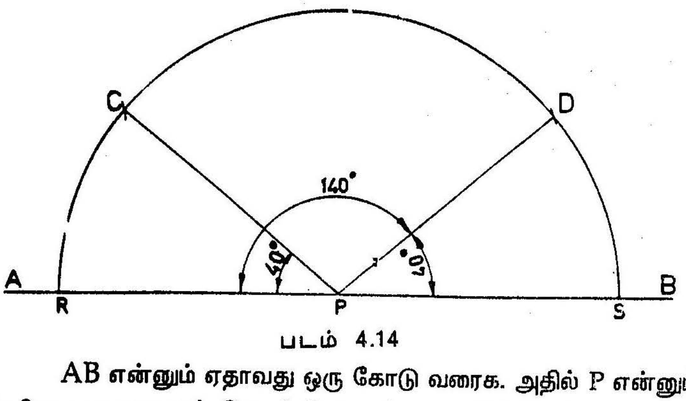
ஏதாவது ஓர் அளவுக்கு AB என்னும் கோடு வரைந்து B என்னும் புள்ளியிலிருந்து ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. B ஐ மையமாகக் கொண்டு, BA ஐ ஆரமாகக் கொண்டு வரையும் வில், செங்குத்துக் கோட்டை C என்னும் புள்ளியில் வெட்டும்.

$BA = BC, ABC = 90^0$

AC என்னும் வில்லை ஒன்பது சம பாகங்களாகப் பிரிக்கவும். (AB ஐ ஆரமாகக் கொண்டும், AC என்னும் புள்ளிகளை மையமாகக் கொண்டும் வரையும் இரு வில்கள் AC ஐ 3 சம பாகங்களாகப் பிரிக்கும். பிறகு ஒவ்வொன்றையும் ஏறக்குறைய மூன்று சம பாகங்களாகப் பிரித்துக் கொள்ளலாம்.) இந்த ஒன்பதிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவும் AB இல் 10ஐ பிரிக்கின்றன. Aஐ மையமாகக் கொண்டு A-10, A-20, A-30......... போன்று வரையும் வில்களை 'மேற்கோட்டுப் பாகைகளை': கீழ்க்கோட்டுக்கு மாற்றுகின்றன. கீழேயுள்ள 0, 10, 20 .... 90 என்று பிரிவுகளை மீண்டும் பாதிபாதியாகப் பிரிப்பதால் 0, 5, 15, 20, 25......... என்ற பாகைகள் கிடைக்கின்றன. ஆனால் கீழேயுள்ள பிரிவுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமமானவை அல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 9 :

மேலேயுள்ள நாண் அளவியினைக் கொண்டு 42^0, 140^0, என்னும் பாகைகளை வரைக.



படம் 4.14

AB என்னும் ஏதாவது ஒரு கோடு வரைக. அதில் P என்னும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு (நாண் அளவியிலிருந்து) 0 – 60 இணை ஆரமாகக் கொண்டு என்னும் அரை வட்டம் வரைக.

Rஐ மையமாகக் கொண்டு நாண் 0 – 40 ஆரமாகக் கொண்டு இந்த அரை வட்டத்தை C என்னும் புள்ளியில் வெட்டுக. Cஐ Pஉடன் இணைத்தால், பாகை 40 கிடைக்கும்.

அதேபோல் 140^0 (60+60+20 அல்லது 90+50 அல்லது வலப்பக்கமிருந்து 40) வரையலாம்.

பயிற்சி 4

1) வரைவீதம் 1:5 எனக்கொண்டு 1 மீட்டர் வரை அளக்கவல்ல நேர் அளவியினை (Plain Scale) வரைக. அதில் 6.8 டெமீ நீளத்தைக் காட்டுக.

2) 1/50 வரை பின்னத்தைக் கொண்டு மீ, டெமீ குறிக்கும் ஒரு நேர் அளவினை வரைக. அதில் 4.7 மீ குறிக்க.

3) வ.பி 3/100 கொண்டு மீ, செமீ வரை அளக்கவல்ல ஒரு மூலை விட்ட அளவியினை வரைக. அதில் 4.58 மீ காட்டுக.

4) மில்லி மீட்டரில் 10இல் ஒரு பாகம் வரை அளக்கவல்ல ஒரு மூலைவிட்ட அளவியினை வரைக. 2 : 1 என்னும் வரை வீதம் கொண்டு வரையப்படும் அளவியில் 16.4 மிமீ, 65.7 மிமீ என்னும் தூரங்களைக் குறிக்கலாம்.

5) வ.பி 1/6250 கொண்டு ஒரு கிமீ வரை அளக்கவல்ல ஒரு மூலைவிட்ட அளவியினை வரைக. அதில் 743மீ காணச்செய்க.

6) மீ, டெமீ, செமீ வரை அளக்கவல்ல மூலைவிட்ட அளவியினை வரைக. அதற்கு 1/50 வ.பி எடுத்துக்கொண்டு 3மீ 72செமீ நீளத்தை அந்த அளவியில் காட்டுக.

7) செமீ 100இல் ஒரு பங்கு வரை துல்லியமாக அளக்கவல்ல ஒரு முழு அளவு வெர்னியர் அளவி வரைந்து அதில் 5.67 செமீ காண்பி.

8) வரைவீதம் 1/60 கொண்டு, 1 செமீ வரை அளக்கவல்ல வெர்னியர் அளவியினை வரைக. அதில் 4.67 மீ காட்டுக.

9) 2.5 மீ நீளத்தை 1 செமீயில் குறிக்கவல்ல ஒரு வெர்னியர் அளவியினை வரைந்து அதில் 14.3 நீளத்தைக் காட்டுக. இவ்வளவியின் வரைபின்னம் யாது?

10) வரைவீதம் 1:2500 கொண்டு 400 மீ வரை அளக்கவல்ல ஒரு வெர்னியர் அளவியினை வரைக. அதில் 367 மீ, 58மீ குறிக்க.

11) ஒரு வரைபடத்தில் 1000 கிமீ நீளம் 25 செமீ நீளம் கொண்டு காட்டப்பட்டுள்ளது, 1 கிமீ, 1 கல்தொலைவு வரை அளக்கவல்ல ஒப்புமை வெர்னியர் அளவியினை வரைந்து அதில் 792 கிமீ நீளத்தைக் காட்டுக. அத்துடன் மேற்சொன்ன நீளத்திற்குச் சமமான கல்தொலைவு அளவையும் காட்டுக. (1 கல்தொலைவு = 1.6கிமீ)

12) நாண் அளவி ஒன்று வரைந்து அதன் உதவி கொண்டு 15^0, 95^0, 160^0, காட்டுக.

5. கூம்பின் வெட்டு வடிவங்களும் பிற வளைவுகளும் (CONIC SECTIONS AND OTHER CURVES)

5.1 கூம்பின் வெட்டு முகம் (Conic section)

ஒரு சீரான கூம்பினை அதன் அச்சுக்கோட்டுக்கு வெவ்வேறு கோணங்களில் ஒரு வெட்டும்தளம் (cutting plane) வெட்டும்பொழுது உருவாகும் வடிவங்களே கூம்பின் வெட்டு வடிவங்களாகும்.

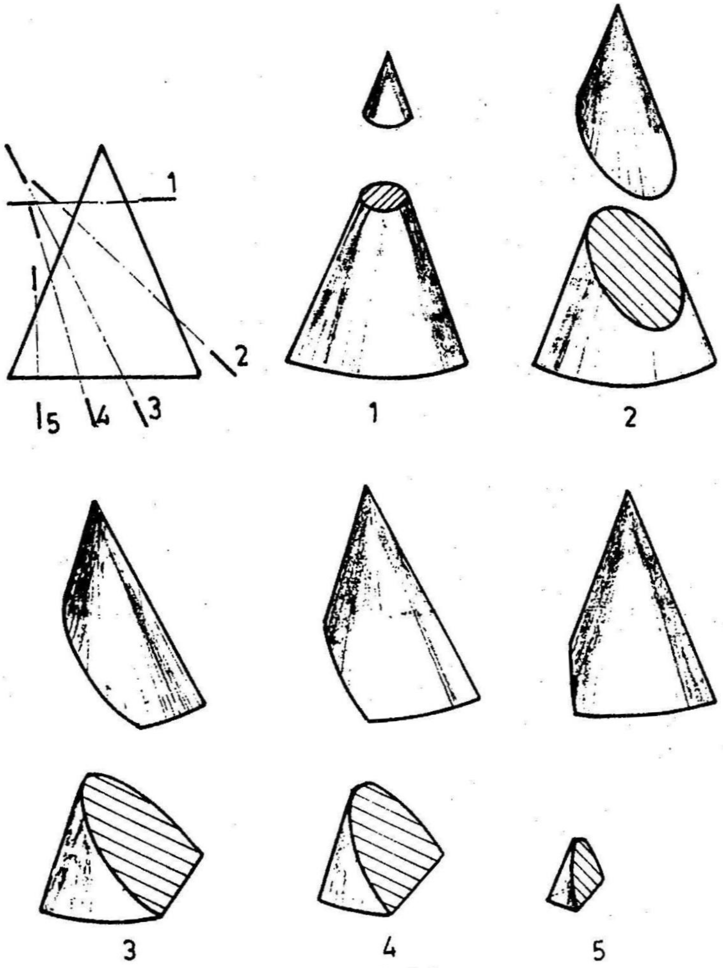
வெட்டும் தளங்களின் வெவ்வேறு நிலைகளையும் அங்ஙனம் வெட்டுவதால் உண்டாகும் வெவ்வேறு வடிவங்களையும் படம் 5.1 காட்டுகிறது.

கூம்பின் அச்சுக்கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக வெட்டும் தளம் அமையுமானால் உண்டாகும் வடிவம் வட்டம் (circle) ஆகும்.

கூம்பின் அச்சுக்கோட்டுக்குச் சாய்வாகவும், கூம்பின் எல்லாப் பரப்புக்கோடுகளையும் (generators) வெட்டுமாறும் வெட்டும்தளம் அமையும் பொழுது உண்டாகும் வடிவம் நீள்வளையம் ellipse எனப்படும்.

கூம்பின் அச்சுக்கோட்டுக்குச் சாய்வாகவும் கூம்பின் வெளிப்பரப்புக்கு (generation) இணையாகவும் வெட்டுதளம் அமையும் பொழுது ஏற்படும் வடிவம் 'பரவளைவு' எனப்படும்.

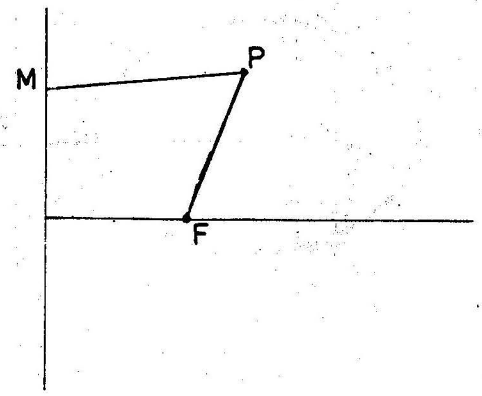
கூம்பின் அச்சுக்கோட்டுக்கு இணையாக வெட்டும்தளம் அமைவதனால் ஏற்படும் வடிவம் 'மிகுபரவளைவு' ஆகும்.



படம் 5.1

5.2 மையப்பிறழ்வு (Eccentricity)

ஒரு புள்ளி நகருப்பொழுது, இன்னொரு நிலைப் புள்ளியிலிருந்து (fixed point) அந்தப் புள்ளியின் தூரத்திற்கும் வேறொரு கோட்டிலிருந்து (fi xed line) நகரும் புள்ளியின் தூரத்திற்கும் உள்ள வீதம் (பின்னம்) மாறாதிருப்பின், அந்த மாறாத எண்ணுக்கு மையப் பிறழ்வு என்று பெயர்.



படம் 5.2

மையப்பிறழ்வு (e) = நிலைப்புள்ளியிலிருந்து நகரும் புள்ளியின் தூரம், கோட்டிலிருந்து அந்நகரும் புள்ளியின் தூரம்

$$e = \frac{PF}{PM}$$

= மாறிலி (constant)

மாறிலியின் மதிப்பு ஒன்றை விடக் குறைவாகவோ, அதிக மாகவோ, ஒன்றுக்கு சமமாகவோ இருக்கும்.

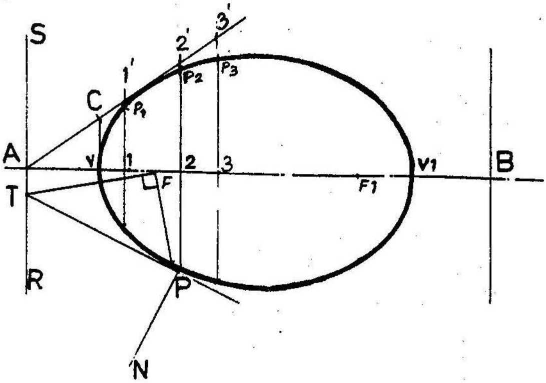
மாறிலி ஒன்றைவிடக் குறைவாக இருப்பின் ($e < 1$) நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை (locus), நீள்வளையமாக (ellipse) அமையும்.

மாறிலி ஒன்றுக்குச் சமமாக இருப்பின் ($e = 1$) நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை பரவளைவாக (parabola) அமையும்.

மாறிலி ஒன்றைவிட அதிகமாக இருப்பின் ($e > 1$) நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை மிகு பரவளைவாக (hyperbola) அமையும்.

5.3.1 நீள்வளைவம் வரைதல்

கோட்டிலிருந்து (directrix) குவியத்தின் (focus) தூரம் 40 மிமீ மையப்பிறழ்வின் மதிப்பு 2/3 நீள்வளையம் வரைக.



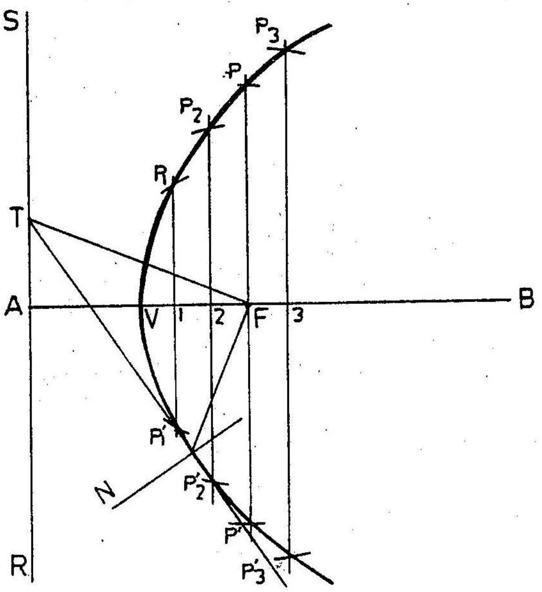
படம் 5.3

RS என்னும் ஒரு குத்துக்கோடு (directrix) வரைக. அக்கோட்டின் A என்னும் புள்ளியிலிருந்து அச்சு (axis) ஒன்று வரைந்து அதில் குவியத்தை (focus) 40 மிமீ தூரத்தில் பதிக்கவும். AF நீளத்தை ஐந்து சமபாகங்களாகப் பிரித்து, அதில் மூன்றாவது பிரிவை முகப்புப்புள்ளியாக (vertex) எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். $\frac{VF}{VA} = \frac{2}{3}$. V- என்னும் புள்ளியிலிருந்து ஒரு நிலைக் குத்துக்கோடு வரைக. Vயை மையமாகக் கொண்ட VF ஆரத்தில் வரையப்படும் வில்லானது நிலைக்குத்துக்கோட்டினை C என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். Aயை Cயுடன் இணைத்து நீட்டிவிடுக. VC = VF ஆக இருப்பதால் $\frac{VC}{VA} = \frac{2}{3}$ இருப்பதால் அச்சு ABயில் ஏதாவது ஒரு புள்ளியொன்றை எடுத்துக் கொண்டு, அதன் வழியாக ஒரு குத்துக்கோடு அச்சுக்கு இருபக்கங்களிலும் வரைக. இக்குத்துக்கோடு AC வழியாக நீட்டப்பட்டிருந்த கோட்டினை 1' என்னும் இடத்தில் வெட்டும். 1' ஆரமாக கொண்டு Fஐ மையமாக வைத்து வரையப்படும் வில் 1 வழியாக வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டை $P_1 P_1'$ என்னும் இரு புள்ளிகளில் வெட்டும். இவ்விரு புள்ளிகளும் நீள்வளையத்திலுள்ள புள்ளிகளாகும். ஏனெனில் கோடு RSலிருந்து புள்ளி P1ன் தூரம், A1 ஆகும். அத்துடன் $P_1F = 1\text{-}1'$, $\frac{11^1}{A1} = \frac{VC}{VA} = \frac{2}{3}$ அதே போலப்

புள்ளிகள் 2/3..... எடுத்துக்கொண்டு, P_2P_2' போன்ற புள்ளிகளைப் பெறலாம். V P_1 P_1' P_2P_2'........ போன்ற புள்ளிகள் யாவற்றையும் இணைத்தால் நீள்வளையம் கிடைக்கும். இந்த நீள்வளையத்திற்கு இன்னொரு மையப்புள்ளியும் மற்றொரு முனைப்புள்ளியும் உள்ளன.

5.3.2 பரவளைவு வரைதல்

கோட்டிலிருந்து (directrix) குவியத்தின் தூரம் 45 மிமீ.



படம் 5.4

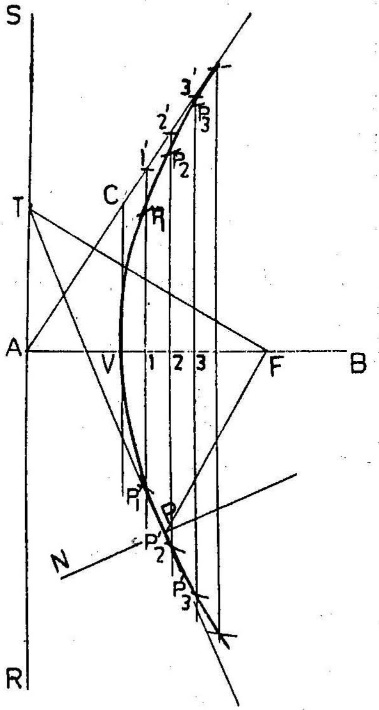
RS என்னும் ஒரு குத்துக்கோடு (directrix) வரைக. அக்கோட்டில் A என்னும் புள்ளியிலிருந்து அச்சு ஒன்றினை வரைந்து, அதில் 45 மிமீ தூரத்தில் குவியத்தைப் (focus) பதித்திடுக. பரவளைவின் மையப்பிறழ்வு ஒன்றாக இருப்பதால், நீளத்தை இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கவும். மையப்புள்ளிக்கு V என்று பெயரிடுக. அச்சு ABயில் 1, 2, 3 .... என்று புள்ளிகள் வைத்து அவற்றிலிருந்து நிலைக்குத்துக்கோடுகளை அச்சின் இரு பக்கங்களிலும் வரைக.

நீளம் C_1 ஆரத்தில் Fஐ மையமாக கொண்டு 1 வழியாக வரையப்பட்ட குத்துக்கோட்டினை வெட்டுக. $P_1 P_1'$ என இருபுள்ளிகள் கிடைக்கும். அதே போலே C_2C_3....... என்று ஆரங்களில்,

Fஐ மையமாகக் கொண்டு, 2, 3...... வழியாக வரையப்பட்டிருந்த குத்துக்கோடுகளை வெட்டுக. முறையே, $P_2 P_2'$ $P_3 P_3'$ எனப் புள்ளிகள் கிடைக்கும். அப்புள்ளிகள் யாவற்றையும் இணைத்தால் பரவளைவு கிடைக்கும்.

5.3.3 மிகு பரவளைவு வரைதல்

கோட்டிலிருந்து குவியத்தின் தூரம் 50 மிமீ மையப்பிறழ்வு 4/3.



படம் 5.5

RS என்னும் கோட்டினையும், AB என்னும் அச்சினையும் வரைக. அச்சில் 50 மிமீ தூரத்தில் குவியத்தைப் பதித்து, அதனை ஏழு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கவும். அதில் Aயிலிருந்து 3ஆவது பிரிவிற்கு V எனப் பெயரிட்டு அதிலிருந்து ஒரு நிலைக்குத்துக்கோடு வரைக. இக்குத்துக்கோட்டில் VC = VF என்னும்படியாக புள்ளி Cயினைப் பதிக்கவும்.

$\frac{VC}{VA} = \frac{4}{3}$ A என்னும் புள்ளியை Cயுடன் இணைத்து, நீட்டிவிடுக. அச்சில் 1, 2, 3......... என்னும் புள்ளிகளை வைத்து அவற்றின் வழியாக அச்சுக்கு இருபக்கங்களிலும் குத்துக்கோடுகள் வரைக. அக்குத்துக் கோடுகள் C வழியாக வரையப்பட்ட சாய் கோட்டினை 1, 2, 3......... என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கும்.

Fஐ மையமாகக் கொண்டு 1 வழியாக வரையப்பட்ட குத்துக் கோடுகளை 1-1' ஆரத்தில் வெட்டினால் P_1P_1' என்னும் இரு புள்ளிகள் கிடைக்கும். இதேபோல P_2P_2' P_3P_3'....... போன்ற புள்ளிகள் கிடைக்கும். P_1P_1', P_2P_2'...... போன்ற புள்ளிகளை இணைக்கும்போது, நமக்கு மிகு பரவளைவு கிடைக்கிறது.

5.3.4 தொடுகோடும் குத்துக்கோடும் வரைதல் (Tangent and Normal)

மேற்குறிப்பிட்ட மூன்று வளைகோடுகளுக்கும் (படம் 5.3, 5.4, 5.5) ஏதாவது ஒரு புள்ளியிலிருந்து தொடுகோடும், குத்துக்கோடும் வரைதல்.

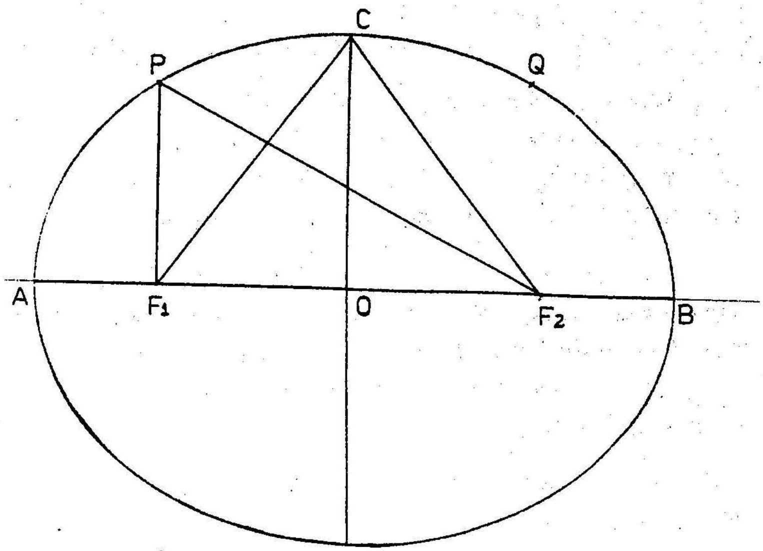
வளைகோட்டில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி Pஐ எடுத்துக்கொள்க. அப்புள்ளி Pயின் குவியத்துடன் Fஐ இணைக்க. FP என்னும் கோட்டிற்கு F வழியாக வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடு, கோட்டினை (directrix) T என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். Tஐ Pயுடன் இணைத்து, அதனை நீட்டிவிட்டால், அக்கோடே வளைக்கோட்டுக்கு P வழியாக வரையப்படும் தொடுகோடு ஆகும். P வழியாக PTல் வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு வளைகோட்டுக்குக் குத்துக்கோடாக அமையும்.

5.4 கூம்பின் வெட்டுமுகங்களை வரையும் பிறமுறைகள்

5.4.1 நீள்வளையம் (Ellipse)

முன்னர்க் குறிப்பிட்ட நீள்வளையத்தில் ஒரே ஓர் அச்சினை மட்டும் கண்டோம். ஆனால் நீள்வளையத்திற்கு இரண்டு அச்சுகளும் இரு குவியங்களும் உள்ளன. AB என்னும் கோடு பேரச்சு (major axis)

௫



படம் 5.6

எனவும் ABயிற்குச் செங்குத்தான CD என்னும் கோடு சிற்றச்சு (minor axis) எனவும் வழங்கப்பெறும். அத்துடன் F_1F_2 என இரு குவியங்களும் மையத்திலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளன.

நீள்வளையத்திலுள்ள APCQ எனச் சில புள்ளிகளை எடுத்துக்கொண்டால், $(AF_1 + AF_2) = (PF_1 + PF_2) = (CF_1 + CF_2)$ என அமையும். $AF_1 + AF_2 = AB$ ஆக இருப்பதால் $PF_1 + PF_2 = AB =$ பேரச்சின் நீளம்.

ஆகவே, குவியங்களிலிருந்து வளைக்கரத்தின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளியின் தூரங்களின் கூட்டுத்தொகை நீள்வளையப் பேரச்சின் நீளத்திற்குச் சமம்.

அத்துடன் $CF_1 + CF_2 = AB$ ஆதலின்

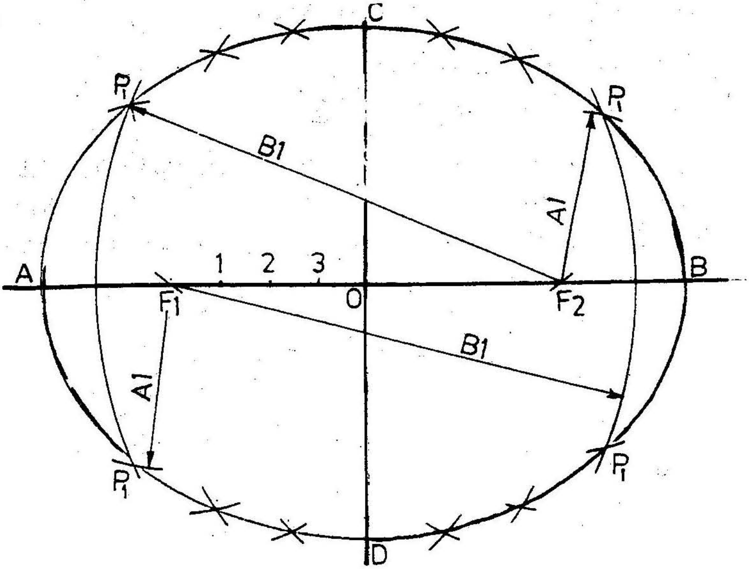
$$CF_1 = CF_2 = \frac{1}{2}AB$$

ஆகவே, குவியங்களிலிருந்து சிற்றச்சின் முனைகளின் தூரம் நீள்வளையத்தின் பாதியாக அமையும்.

வளைவுகள் (arches), பாலங்கள் (bridges), அணைக்கட்டுகள் (dams), நினைவு மண்டபங்கள் (monuments), மனிதர் இறங்கி வேலை செய்யும் துளைகள் (man hole) போன்ற இடங்களில் நீள்வளையங்கள் பயன்படுகின்றன.

இரண்டு அச்சுகளும் கொடுக்கப்படின் நீள் வளையம் வரைதல்.

5.4.1.1. "வட்டங்களின் வில்"முறை (Arcs of circle method)



படம் 5.7

கொடுக்கப்பட்ட நீளத்துக்கு AB என்னும் பேரச்சினை வரைக. அதன் மையப் புள்ளியில் அதற்குச் செங்குத்தாகக் கொடுக்கப்பட்ட நீளத்துக்கு CD என்னும் சிற்றச்சு வரைக. ஆனால் சிற்றச்சும் இரு சமங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு, மேலும் கீழும் சமன்களாக இருத்தல் வேண்டும்.

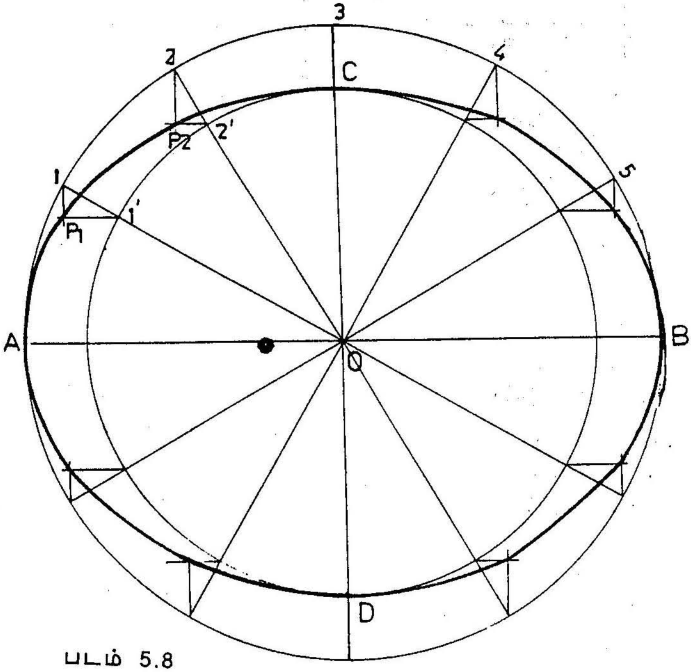
Cஐ மையமாகக் கொண்டு பேரச்சின் பாதியை AO ஆரமாக்கி ABஐ இரு புள்ளிகளில் வெட்டினால் F_1, F_2, என்னும் இரு குவியங்கள் கிடைக்கும்.

ABயில் 1,2,3, ...என்றும் புள்ளிகளைப் பதிக்கவும். A_1ஐ ஆரமாகவும் F_1 F_2 இவற்றை இரு மையங்களாகவும் கொண்டு பேரச்சின் இரு பக்கங்களிலும் நான்கு வில்கள் வரைக. B_1ஐ ஆரமாகவும் முன்போலவே F_1 F_2ஐ மையமாகவும் கொண்டு வரையப்படும் வில்கள் முன்னர் வரையப்பட்ட நான்கு வில்களையும் வெட்டும். இதனால் கிடைக்கும் நான்கு புள்ளிகளுக்கும் P_1 எனப் பெயரிடுக.

மேற்கண்டவாறே, A2, 2B ஆரங்களாக நான்கு புள்ளிகளும், A3, 3Bஐ ஆரங்களாக நான்கு புள்ளிகளும் கிடைக்கும். வேண்டும் பொழுது மேலும் சில புள்ளிகளையும் பெறலாம். இவ்வாறு கிடைக்கும் புள்ளிகளை இணைத்தால், நீள்வளையும் அமையும்.

5.4.1.2 'இணைவட்டங்கள்' முறை
(Concentric circle method)

5.4.1.1இல் விவரித்துள்ளபடியே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நீளத்திற்கு AB என்னும் பேரச்சினையும் CD என்னும் சிறிய அச்சினையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வரைக.



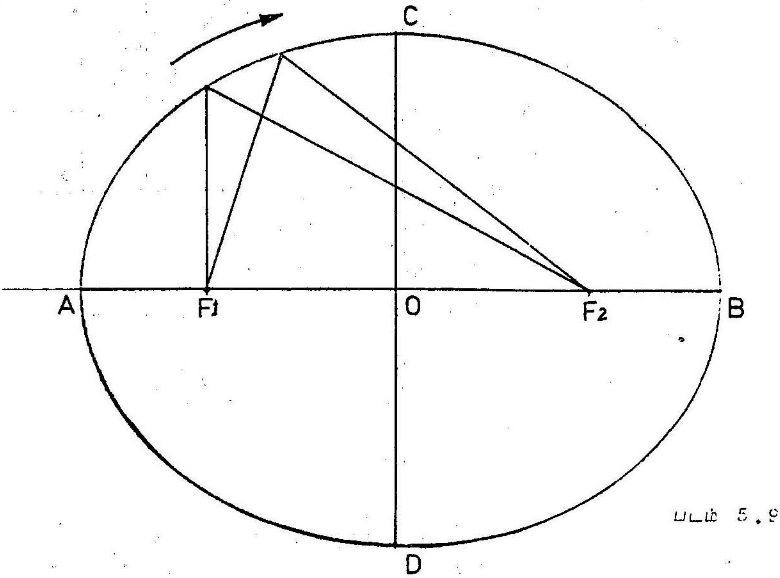
படம் 5.8

O வினை மையமாகக் கொண்டு AB ஐ விட்டமாகக் கொண்டு ஒரு பெரிய வட்டமும், CD விட்டமாகக் கொண்டு ஒரு சிறிய வட்டமும் வரைக.

பெரிய வட்டத்தைப் பன்னிரண்டு சமங்களாகப் பிரித்து 1,2,3.... எனப் பெயரிடுக. இப்புள்ளிகளை மையத்துடன் இணைக்கும்கோடுகள் சிறிய வட்டத்தை 1, 2, 3,.... என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். பெரிய வட்டத்திலுள்ள புள்ளி 1யிலிருந்து சிறிய அச்சுக்கு ஓர் இணைகோடும் சிறிய வட்டத்திலுள்ள புள்ளி 1 யிலிருந்து பேரச்சுக்கு ஓர் இணைகோடும் வரைக. இவ்விருகோடுகளும் ஒன்றை ஒன்று P_1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளும்.

மேற்கண்டவாறே புள்ளிகள் 2,3.......ஐப் பயன்படுத்தி, P_2 P_3 ... போன்ற புள்ளிகளைப் பெறலாம். P_1 P_2 P_3 .... போன்ற புள்ளிகளை இணைக்கும்போது, நீள்வளையம் கிடைக்கிறது.

5.4.1.3 நூல் வளையத்தைப் பயன்படுத்தும் முறை (Loop of the thread method)

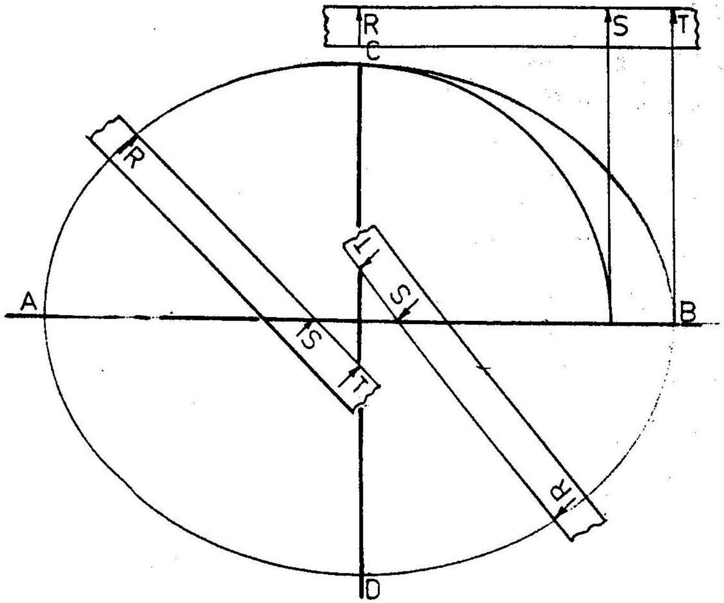


படம் 5.9

பகுதி 5.4.1.1 இல் விரித்துரைக்கப்பட்ட கொள்கையே இம்முறைக்கும் அடிப்படையாகும். அஃதாவது $PF_1 + PF_2 = AB$. முன்பு விரித்துரைத்தது போலவே AB, CD என்னும் இரு அச்சுக்களையும் கொடுக்கப்பட்ட நீளத்துக்கு வரைக. பின்னர் இரு குவியங்களான F_1 F_2 ஆகியவற்றையும் பேரச்சில் பதிக்கவும். பேரச்சின் நீளத்துக்கு ஒரு நூலினை எடுத்துக்கொள்க. அதன் இரு முனைகளையும் இரு குண்டூசிகளைக் கொண்டு இரு குவியங்களின் மேல் பதிக்கவும்.

பிறகு ஓர் எழுதுகோலின் முனையை நூலின் இரு முனைகளுக்கிடையே பொருத்தி நூல் சுருக்கம் விழாதவாறு அவ்வெழுதுகோலை நகர்த்திக் கொண்டே போகும்போது, எழுதுகோல் இடும் நியமப்பாதை நீள் வளையமாக அமையும்.

5.4.1.4 துண்டுத்தாள் முறை (Trammel method)



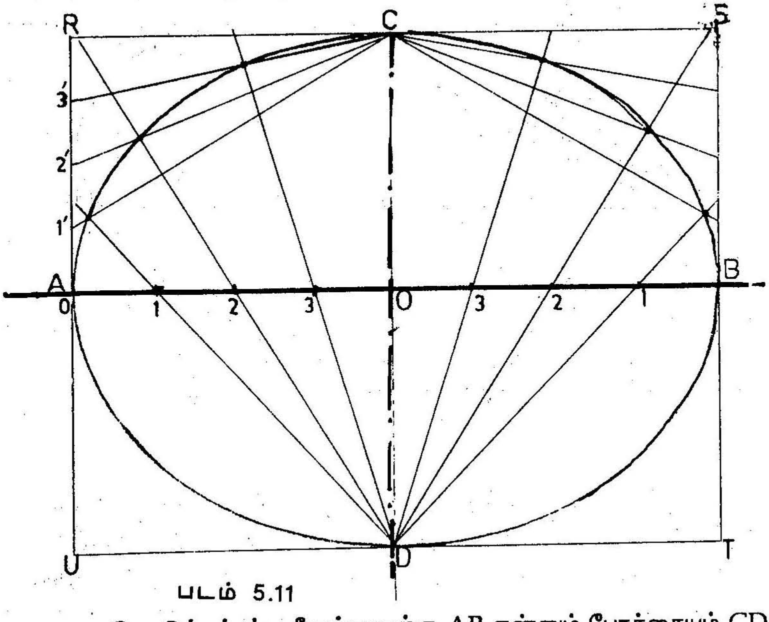
படம் 5.10

முன்பு கூறியபடியே கொடுக்கப்பட்ட நீளங்களுக்கு AB, CD என்னும் ஈரச்சுகளையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வரைக. ஒரு சிறிய துண்டுத்தாளினை எடுத்துக்கொண்டு, அதில் சிறு அச்சின் பாதி

அளவுக்கு RS என்னும் நீளத்தையும் பேரச்சின் பாதி அளவுக்கு RT என்னும் நீளத்தையும் பதிக்கவும்.

பிறகு T என்னும் புள்ளி சிறிய அச்சு மேலே இருக்கும் படியாகவும் S என்னும் புள்ளி பேரச்சின் மேலே இருக்கும்படியாகவும் அந்தத் தாளினை நகர்த்திக்கொண்டே போகும்பொழுது, புள்ளி Rஇன் நியமப்பாதை நீள் வளையமாக அமையும்.

5.4.1.5 செவ்வகமுறை (Rectangle method)



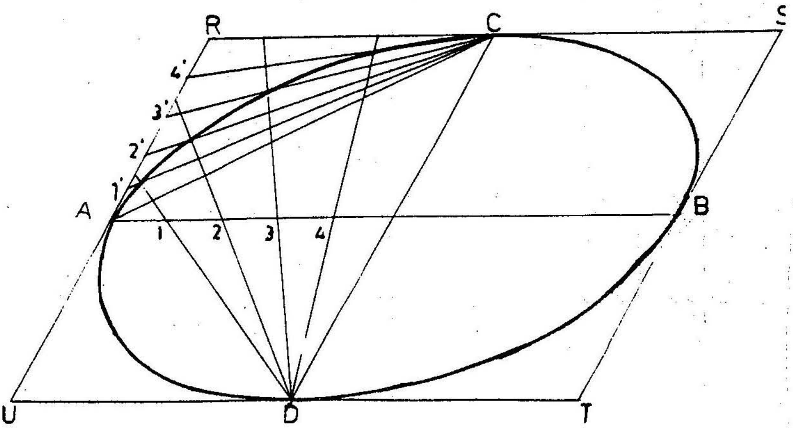
படம் 5.11

கொடுக்கப்பட்ட நீளங்களுக்கு AB என்னும் பேரச்சையும் CD என்னும் சிறிய அச்சையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக வரைக. பிறகு RSTU என்னும் செவ்வகத்தை இவ்வச்சுகளின் மேல் உருவாக்குக (படம் 5.11). AO என்னும் பேரச்சின் பாதியை நான்கு சமங்களாகப் பிரித்துக் கொண்டு 1,2,3 என்று பெயரிடுக. AR என்னும் நீளத்தையும் அதே நான்கு சமங்களாகப் பிரித்து 1,2,3 என எண்ணிடுக.

இம்மூன்று புள்ளிகளையும் உடன் இணைக்கவும். பிறகு படத்தில் காட்டியுள்ளது போல Dஐ ஒவ்வொரு புள்ளியுடனும் இணைத்து அவற்றை நீட்டிவிடவும். Aயிலிருந்து 1 வழியாக நீட்டப்பட்ட

கோடு 1'C ஐ P_1 என்னும் புள்ளியிலும் 2 வழியாக நீட்டப்பட்டகோடு 2'CI P_2 என்னும் புள்ளியிலும் 3 வழியாக நீட்டப்பட்டகோடு 3'C யை P_3 என்னும் புள்ளியிலும் வெட்டும். AP_1 P_2 P_3 C என்னும் புள்ளிகளை இணைத்தால் நீள்வளையத்தின் கால் பாகம் கிடைக்கப்பெறும். இதேபோல மற்ற மூன்று பகுதிகளிலும் வரைந்தால், நீள்வளையம் முழுமை பெறும்.

5.4.1.6 இணைகரமுறை (Parallelogram method)

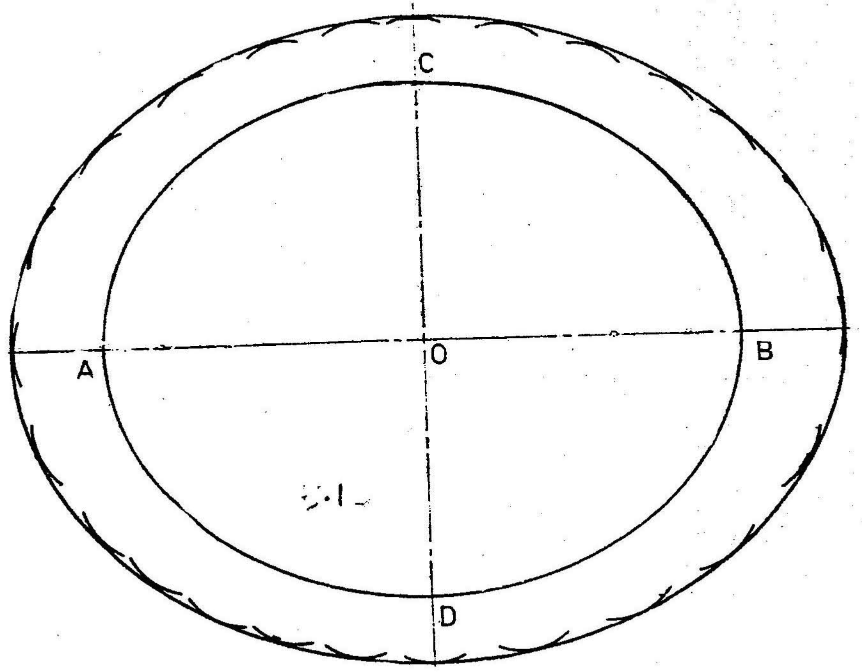


படம் 5.12

ஓர் இணைகரத்துக்குள் ஒரு நீள்வளையம் வரைய வேண்டுமெனில், கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கு இணைகரத்தை வரைக. படம் 5.12இல் காட்டியுள்ளது போலப் பகுதி 5.4.1.5இல் விவரிக்கப்பட்ட முறையையே பயன்படுத்தி நீள்வளையத்தை வரைந்து முடிக்கலாம்.

5.4.1.7 நீள்வளையத்திற்கு இணைவளைகோடு வரைதல் (Parallel curve to an Ellipse)

ஏதாவது ஒரு நீள்வளையத்துக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தூரத்தில் இணைவளைகோடு வரையவேண்டுமெனில், முதலில் பேரச்சு சிற்றச்சு அளவுகளுக்கு நீள்வளையத்தை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். வரைந்து முடிக்கப்பட்ட நீள்வளையத்தின் நிறையப் புள்ளிகளை மையமாகக் எடுத்துக்கொண்டு, கொடுக்கப்பட்ட

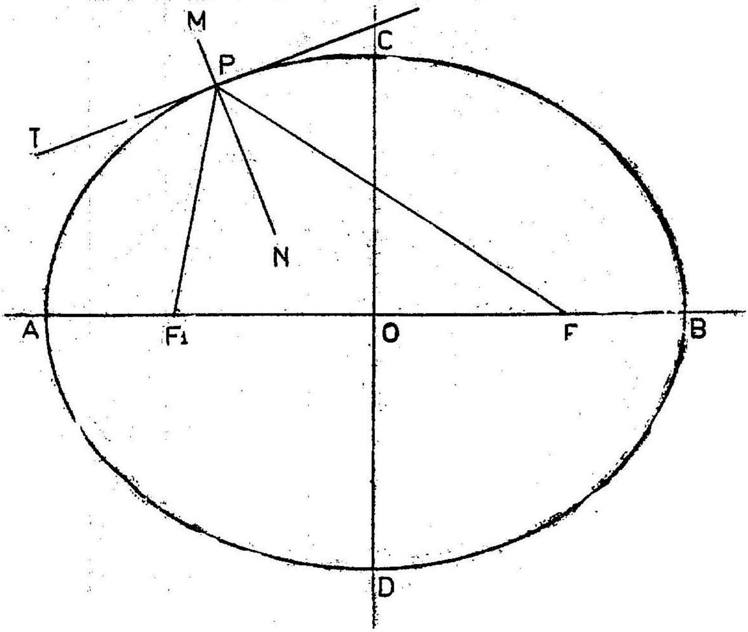


படம் - 5-13. பக்கம் - 72

அளவினை ஆரமாக எடுத்துச் சிறுசிறு வளைகளை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். இந்த ஆரங்கள் யாவற்றுக்கும் தொடுகோடு வரைந்தால், கிடைக்கும் வளைகோடு முன்னர் வரைந்த நீள்வளையத்திற்கு இணைவளைகரம் ஆகும். 5·13 தவறுதான்

5.4.1.8 நீள்வளையத்திற்குத் தொடுகோடு வரைதல்

பகுதி 5.3.4இல் நீள்வளையத்திற்கும் மற்ற இரு வளைகரங்களுக்கும் தொடு கோடும் குத்துக்கோடும் வரையும் முறையைக் கண்டோம். அதில் ஒரு குவியமும் கோடும் (Directrix) பயன்படுத்தப்பட்டிருந்தன. இப்பகுதியில் இரு குவியங்கள் மட்டுமே உள்ள நீள்வளையத்திற்குத் தொடுகோடு வரையும் எப்படி முறையைக் காண்போம்.



படம் 5.14

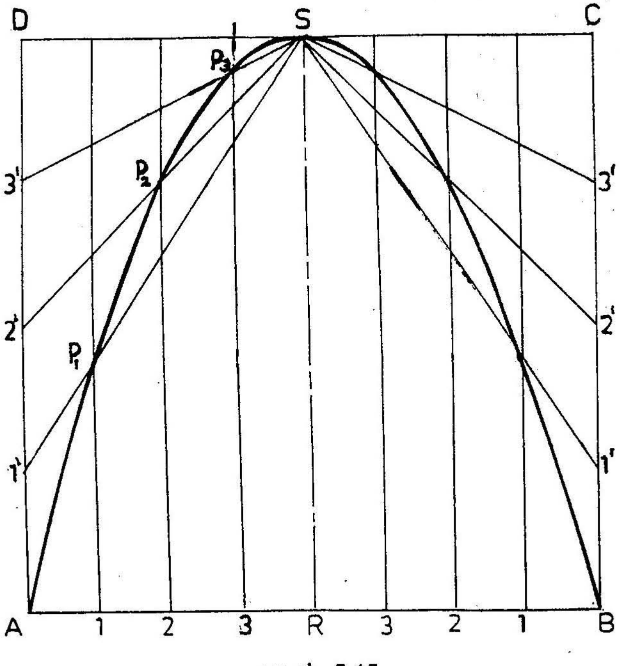
பேரச்சு AB, சிற்றச்சு CD ஆகிய ஈரச்சுகளையும் கொண்டு நீள்வளையம் வரைந்தபின், F_1 F_2 என்னும் இரு குவியங்களையும் பேரச்சின் மேல் பதிக்கவும். தொடுகோடு வரையப்பட வேண்டிய

P என்னும் புள்ளியை இரு குவியங்களுடனும் இணைக்கவும். F_1PF_2 என்னும் கோணத்தை இரு சமங்களாகப் பிரிக்கும் PN என்ற கோடு குத்துக்கோடாகவும், கோடு PNயிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு P என்னும் புள்ளியில் நீள்வளையத்திற்குத் தொடுகோடாகவும் PT அமையும்.

5.4.2. பரவளைவு (Parabola)

அடிக்கோடும் அச்சும் (Basic and Axis) கொடுக்கப்படின் பரவளைவு வரைதல்.

5.4.2.1 செவ்வகமுறை (Rectangle method)

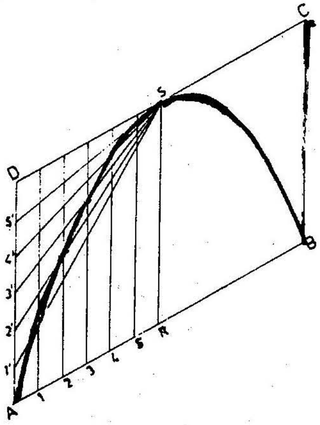


படம் 5.15

கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்கு AB என்னும் அடிக்கோட்டினை வரைந்து, அதன் மையப்புள்ளியான Rயிலிருந்து ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக . கொடுக்கப்பட்ட நீளத்துக்கு RS என்னும் அச்சு வரைந்து, ABCD என்னும் செவ்வகத்தையும் வரைக.

அடிப்பாகத்தின் பாதியான AR என்னும் நீளத்தை நான்கு சமங்களாகப் பிரித்துக் கொண்டு, செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கமான ADஐயும் அதே நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரித்துக்கொள்ளவும். படம் 5.15 யில் காட்டியுள்ளதுபோல 1, 2, 3 எனவும் 1', 2', 3' எனவும் எண்ணிடுக. 1', 2', 3' ஆகிய மூன்று புள்ளிகளையும் Sயுடன் இணைக்கவும். அச்சுக்கு இணையாக 1 வழியாக வரையும்கோடு 1'S இணை P_1யிலும் 2 வழியாக வரையும்கோடு 2'S இணை P_2யிலும் 3 வழியாக வரையும் கோடு 3'S ஐ P_3யிலும் வெட்டும். APP_2 P_3 S ஆகிய 5 புள்ளிகளையும் இணைத்தால் பரவளையத்தின் பாதி கிடைக்கும். இதே போல் அடுத்த பாதியில் பரவளையத்தின் மீதியையும் வரையலாம்.

5.4.2.2 இணைகர முறை (Parallelogram methods)



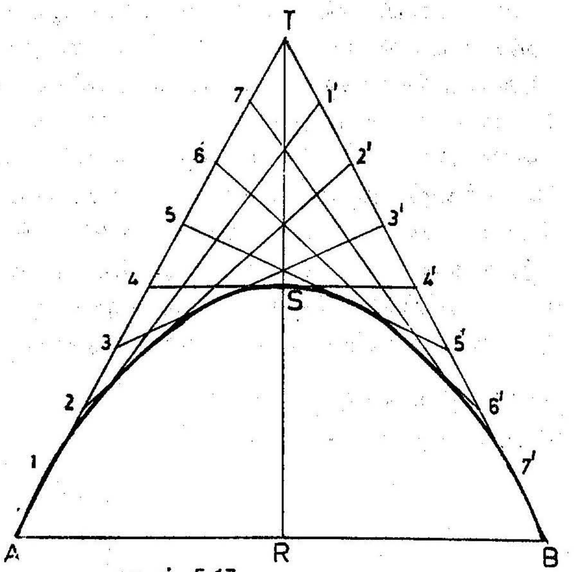
படம் 5.16

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ABCD என்னும் இணை கரத்தை வரைந்து கொண்டு மையத்தில் RS என்னும் அச்சினையும் வரைக. பகுதி 5,4,2,1. இன் விவரிக்கப்பட்ட முறையை இங்கேயும் பின்பற்றினால் (படம் 5.16) நமக்குப் பரவளைவு கிடைக்கும்.

5.4.2.3. தொடுகோடு முறை (Tangent method)

கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்கு AB என்னும் அடிக்கோட்டை வரைந்து அதன் மையப்புள்ளி வழியாக RS என்னும் அச்சினையும் வரைக. RSஐ மேலும் நீட்டி RSஇன் இருபங்கு அளவு தூரத்தின் T என்னும் புள்ளியைப் பதிக்க.

புள்ளி Tஐ AB என்னும் புள்ளிகளுடன் இணைத்து TAB என்னும் முக்கோணத்தை உருவாக்குக.



படம் 5.17

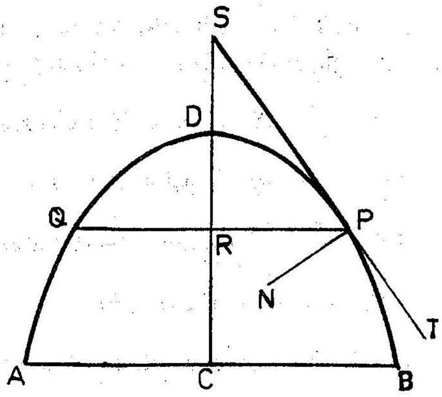
AT, TB என்னும் இரு பக்கங்களையும் ஒரே சம அளவுகளாகப் பிரித்து (8 பிரிவுகள்) இவற்றிற்கு 1, 2, 3...... மற்றும் 1', 2', 3'........ எனப் பெயரிடுக. (படம் 5.17) 1ஐ 1' உடனும், 2 ஐ 2' உடனும் இணைக்கவும்.

இதேபோல (அஃதாவது 7 ஐ 7' உடன் இணைக்கும் வரை) இறுதிவரையிலும் இங்ஙனம் வரையப்பட்ட கோடுகளுக்குத் தொடுகோடு ஒன்று வரைக. இத்தொடுகோடு புள்ளி A யில் தொடங்கிப் புள்ளி Bயில் முடிய வேண்டும். இந்த வளைகரமே பரவளைவாகும்.

5.4.2.4 பரவளைவுக்குத் தொடுகோடு வரைதல்

பரவளைவில் குவியமுக்கோடும் (Directrix) இருந்தால் தொடுகோடு எங்ஙனம் வேண்டும் என முன்னர்க் கண்டோம். இவ்விரு முறைகளையும் இல்லையெனில் தொடுகோடு வரைதல் எப்படி எனக் காண்போம்.

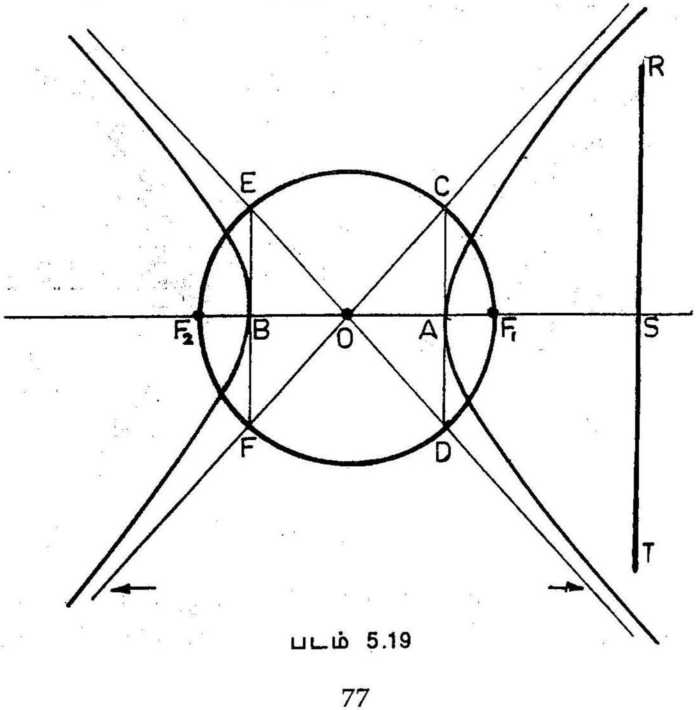
பரவளையிலுள்ள p என்னும் புள்ளிக்கு ஒரு தொடுகோடு வரைய வேண்டுமாயின் Pயிலிருந்து அச்சு CDயிக்கு ஒரு செங்குத்துக் கோடு வரைக. அக்கோடு CDஐ R என்னும் புள்ளியில் வெட்டும் அச்சு CD யினை நீட்டி, RD அளவுக்கு DS என்னும் பகுதியை வரைக.



படம் 5.18

(RD=DS) புள்ளி Sஐக் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி Pயுடன் இணைத்து நீட்டிவிடப்பட்ட கோடே, பரவளைக்குத் தொடுகோடு (PT) ஆகும். தொடுகோட்டுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு (PN) குத்துக் கோடு ஆகும்.

5.4.3 மிகுபரவளைவு (Hyperbola)



படம் 5.19

படம் 5.19 இல் வரையப்பட்டுள்ள மிகு பரவளைவுகளின் தொடர்பு பற்றிய செய்திகளை அறிதல் நலம்.

B : கிடை அச்சு (Transverse Axis)

AS : கிடை அச்சு (Abscissa)

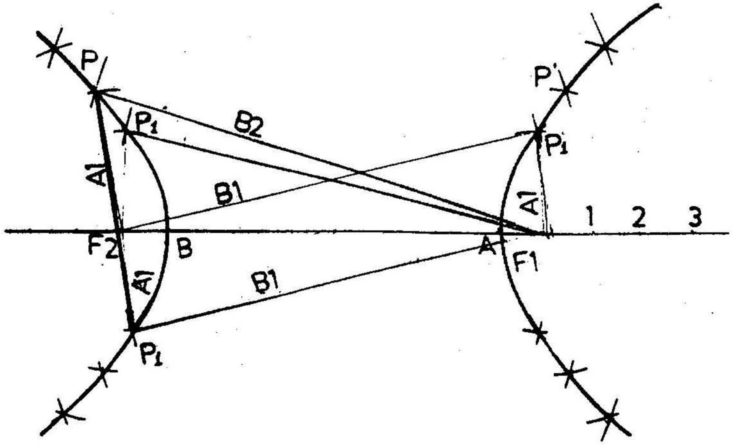
AT : இருநிலை அச்சு (Double ordinate)

$F_1 F_2$: குவியங்கள் (Foci)

ED, CF : தொலைத் தொடுகோடு (Asymptotes)

இரு தொலைத் தொடுகோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட கோணம் செங்கோணமாக இருப்பின் அந்த மிகு பரவளைவு செவ்வக மிகு பரவளைவு (Rectangular hyperbola) எனப்படும்.

5.4.3.1 கிடைஅச்சின் நீளமும் (Transverse Axis) இரு குவியங்களுக்கிடைப்பட்ட தூரமும் கொடுக்கப்படின் மிகு பரவளைவு வரைதல்



படம் 5.20

கொடுக்கப்பட்ட நீளத்துக்கு AB என்னும் கிடைஅச்சினை (Transverse axis) வரைந்து அதனை இருபக்கங்களிலும் நீட்டிவிடுக.

இரு குவியங்களுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால் அக்கோட்டின் மேல் F_1 F_2 என்னும் இரு புள்ளிகளையும் பதிக்கவும்.

நீட்டப்பட்டகோட்டின் ஒரு பக்கத்தில் 1,2,3.... எனப் புள்ளிகளை வைக்கவும் (படம் 5.20). B1ஐ ஆரமாகக் கொண்டு F_2ஐ மையமாக வைத்து, கிடைஅச்சின் இரு பக்கங்களிலும் இரு வில்கள் வரைக. அதே ஆரம் B1ஐக் கொண்டு, F_1ஐ மையமாகக் கொண்டு முன்போலவே இரு வில்கள் வரைக. A1ஐ ஆரமாக கொண்டு, F_1ஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்படும் இரு வில்களும் F_2 ஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்படும் இரு வில்களும் முன்னர் வரைந்துள்ள நான்கு வில்களையும் வெட்டும். இப்பொழுது P_1 என்று பெயரிடப்பட்ட நான்கு புள்ளிகள் கிடைத்துள்ளன.

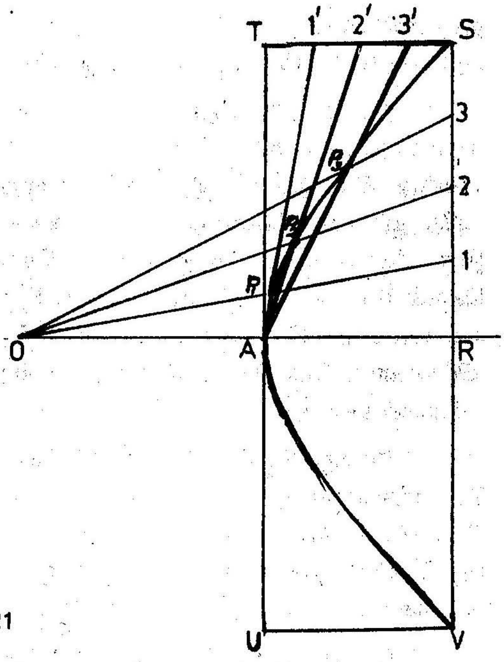
மேற்குறிப்பிட்டவறே புள்ளி 2ஐப் பயன்படுத்தி நான்கு P_2 புள்ளிகளையும், புள்ளி 3ஐப் பயன்படுத்தி மீண்டும் நான்கு P_3 புள்ளிகளையும் பெறலாம். இவ்வாறு கிடைக்கும் புள்ளிகளை அவ்வப் பகுதிகளில் ஒன்றுடன் ஒன்றினை இணைக்கும்பொழுது, மிகு பரவளைவின் இரு பகுதிகளும் கிடைக்கும்.

இப்பரவளைவில் P என்னும் புள்ளியிலிருந்து ஒரு தொடு கோடும், குத்துக்கோடும் எங்ஙனம் வரையலாம் எனக் காணலாம். கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி Pயினை F_1 F_2 இரு குவியங்களுடன் இணைக்க வேண்டும். அவ்வாறு இணைப்பதால் கிடைக்கும் கோணம் F_2 PF^1 ஐ இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் கோடு PT மிகு பரவளைக்கு P என்னும் புள்ளியில் அமையும் தொடுகோடாகும். PTயிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு மிகு பரவளைவுக்குப் புள்ளி Pயில் மையக் குத்துக்கோடாகும்.

5.4.3.2 இடைஅச்சின் பாதியும் (Half of Transverse axis) கிடை அச்சு (Abscissa) ஆகியவற்றின் நீளங்களும் கொடுக்கப்படின் மிகு பரவளைவு வரைதல்

கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்குக் கிடை அச்சின் பாதியை OA வரைக. கிடை அச்சின் அளவுக்கு AR வரைந்து R என்னும் புள்ளி வழியாகக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுக்கு இருநிலை அச்சு (VS) வரைக. பின்னர் VSTU என்னும் செவ்வகத்தை உருவாக்குக.

VSயின் பாதியான RSஐ நான்கு சமபாகங்களாகப் பிரித்து 1, 2, 3 என எண்ணிட்டு அவற்றை Oஉடன் இணைக்கவும். அதே பிரிவு



படம் 5.21

அளவுக்கு TS என்னும் கோட்டையும் பிரித்து 1', 2', 3' என எண்ணிட்டு அவற்றை Aயுடன் இணைக்கவும்.

1' என்னும் கோடு 01 என்னும் கோட்டினை P_1 யிலும்,

2' என்னும் கோடு 02 என்னும் கோட்டினை P_2 யிலும்,

3' என்னும் கோடு 03 என்னும் கோட்டினை P_3 யிலும் வெட்டும்.

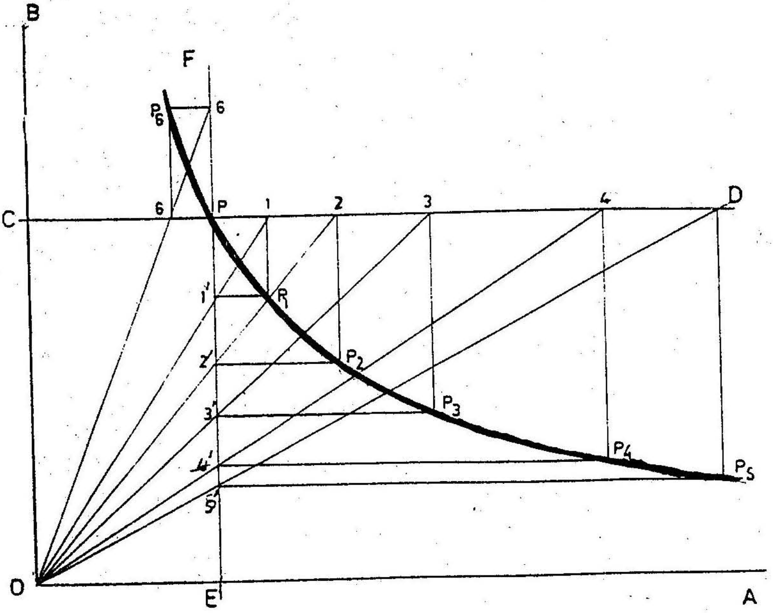
$AP_1 P_2 P_3 S$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்தால் மிகு பரவளைவின் பாதி கிடைத்துவிடும். மீதமுள்ள பாதியையும் இதே முறையைப் பின்பற்றி முடித்துவிடலாம்.

5.4.3.3 வளைகரத்தின் மேலுள்ள புள்ளியின் நிலை கொடுக்கப்படின் செவ்வக மிகு பரவளைவு (Rectangular Hyperbola) வரைதல்

OA, OB என்னும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான இரு அச்சுகள் வரைக. இவ்வச்சுகளிலிருந்து கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தில் P

என்னும் புள்ளியைப் பதிக்கவும். P வழியாக OAயிற்கு CD என்னும் இணைகோடும் OBயிக்கு EF என்னும் இணைகோடும் வரைக.

PD என்னும் கோட்டில் 1,2,3....என நான்கு புள்ளிகளையும் PCயில் 5,6 என இரு புள்ளிகளையும் பதிக்கவும். இப்புள்ளிகள் யாவற்றையும் O உடன் இணைக்கவும். இக்கோடுகள் EF என்னும் கோட்டினை முறையே 1', 2', 3', ... 6' என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். (படம் 5.22) புள்ளி1யிலிருந்து EFயிற்கு இணையாக ஒரு கோடும் புள்ளி 1' யிலிருந்து CD யிற்கு இணையாக ஒரு கோடும் வரைந்தால், அவை

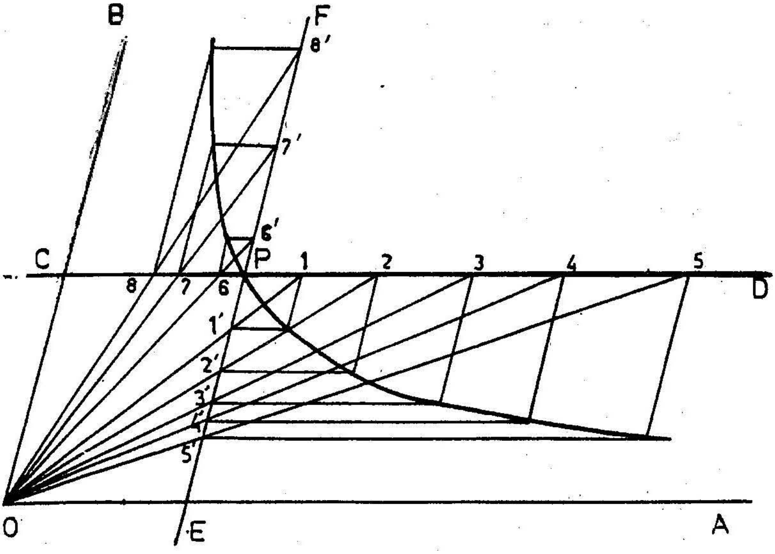


படம் 5.22

ஒன்றையொன்று P_1 இல் வெட்டிக் கொள்ளும். இதே போலப் புள்ளிகள் 2' 2', 3, 3' போன்ற புள்ளிகள் வழியாக வரையப்படும் கோடுகளின் வாயிலாக $P_2 P_3$ போன்றே புள்ளிகள் கிடைக்கும். அவ்வாறு கிடைக்கும் எல்லாப் புள்ளிகளையும் இணைத்தால் செவ்வக மிகு பரவளைவுக் கிடைக்கும்.

6

செங்கோணமல்லாத எந்த இரு கோடுகளுக்குள்ளும் மேற்கண்ட முறையிலேயே மிகு பரவளைவு வரையலாம்.



படம் 5.23

படம் 5.23 இதன் வரைமுறையைத் தெளிவாகக் காட்டுகிறது.

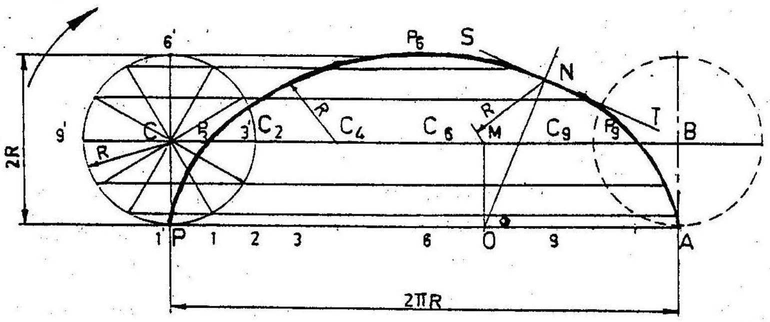
5.5 வளைவுகோடுகள் (Cycloidal curves)

ஒரு நேர்கோட்டில் மீதோ, ஒரு வட்டத்தின் மீதோ வேறொரு வட்டம் வழிமாறாமல் செல்லும்போது சுழலும் வட்டத்தின் வெளிச் சுற்றிலுள்ள (circumference) ஒரு புள்ளியின் நியமப்பாதை (locus) வளைவு கோடுகள் (Cycloidal curves) எனப்படும்.

5.5.1 சைக்ளாய்டு (Cycloid)

ஒரு நேர் கோட்டின் மீது ஒரு வட்டம் நகரும்போது அவ்வட்டத்தின் வெளிச்சுற்றிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் (point) நியமப்பாதை சைக்ளாய்டு (cycloid) எனப் பெயர்பெறும்.

வட்டம் நகரும் கோட்டிற்கு அடிக்கோடு (base line) எனவும், நகரும் வட்டத்திற்கு சுழல் வட்டம் (rolling circle) எனவும் பெயர்.



படம் 5.24

கொடுக்கப்பட்ட ஆர அளவுக்கு வட்டம் ஒன்று வரைக. வட்டத்தில் P என்னும் புள்ளியை நகரும் புள்ளியாகக் கொள்க. வட்டத்தின் விட்டம் D எனில், பகுதி 3.12இல் கூறியபடி வட்டத்தின் சுற்றளவைக் (D) கண்டுபிடி. வட்டத்தின் அடியில், வட்டத்திற்கு ஒரு தொடு கோடு வரைந்து அதன் சுற்றளவு தூரத்தில் புள்ளி Aயினைப் பதிக்கவும். (நீளம் PA = 2TTR), வட்டத்தை பன்னிரு சமபாகங்களாகப் பிரித்தால் கோடு PA இனைவும் அதை சமபாகங்களாகப் பிரித்துப் படம் 5.24இல் காட்டியுள்ளது போல எண்ணிடுக. வட்டத்தின் மையமான 1யிலிருந்து அடிக்கோடு PAயிற்கு இணைகோடு வரைக, புள்ளிகள் 1,2, 3.....யிலிருந்து வரையும் செங்குத்துக்கோடுகள் CB என்னும் கோட்டினை முறையே C_1 C_2 C_3....... என்னும் புள்ளியில் வெட்டும்.

வட்டம் வலப்புறம் நோக்கிச் சுழல்வதாகக் கொள்வோம். வட்டத்திலுள்ள புள்ளி, 1' கோட்டின் மேலுள்ள புள்ளி 1இன் மேல் இணையும்போது வட்டத்தின் மையமானது Cயிற்கு நகருகிறது. இந்த நிலையில் வட்டம் இருக்கும்போது புள்ளி P P_1யிற்கு நகருகிறது. இப்புள்ளி 1' வழியாக வரையப்பட்ட இடைக்கோட்டின் மேல் C1யிலிருந்து ஆரத்தின் அளவில், புள்ளி 2' வழியாகச் செல்லும் கிடைக்கோட்டின் மேல் அமைந்துள்ளது. எனவே இப்புள்ளிகள் $P_1 P_2 ...P_{12}$ஐ எப்படிப் பெறுவது எனக் காணலாம். இடைக்கோட்டிற்கு இணையாக 1', 2', 3'...... வழியாகக் கோடுகள் வரைதல் வேண்டும். C_1 ஐ மையமாகக் கொண்டு வட்ட ஆரத்தைக் கொண்டு வரையப்படும் வில் 1' வழியாகச் செல்லும் கோட்டினை P_1 என்னும் புள்ளியில்

வெட்டும். இது போலவே C_2ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் 2' வழியாகச் செல்லும் கோட்டினை P_2 என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். இவ்வாறாகவே P_3, P_4...... P_{11} போன்ற மீதமுள்ள புள்ளிகள் யாவற்றையும் இணைக்கும்போது, நமக்குச் சைக்ளாய்டு (cycloid) கிடைக்கும்.

இவ்வளைகரத்தின் மேலுள்ள N என்னும் புள்ளி வழியாக, ஒரு தொடுகோடும் குத்துக்கோடும் வரைய வேண்டுமெனில், அப்புள்ளியிலிருந்து, வட்ட ஆரத்தில் மையக்கோடு CBஐ வெட்டவும். இதனால் M என்னும் புள்ளி கிடைக்கும். இப்புள்ளியிலிருந்து கிடைக்கோட்டிற்கு ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைந்தால் 0 என்னும் புள்ளி கிடைக்கும். இப்புள்ளியை வளைகரத்தின் மேலுள்ள புள்ளி Nஉடன் இணைக்கும்கோடு, சைக்ளாய்டுக்குக் குத்துக்கோடாக அமையும். இந்தக் கோடு ONயிற்குச் செங்குத்துதாக வரையப்படும் கோடு ST, N என்னும் புள்ளியில் சைக்னாய்டுக்குத் தொடுகோடாகும்.

5.5.2 டிரக்காய்டு (Trochoid)

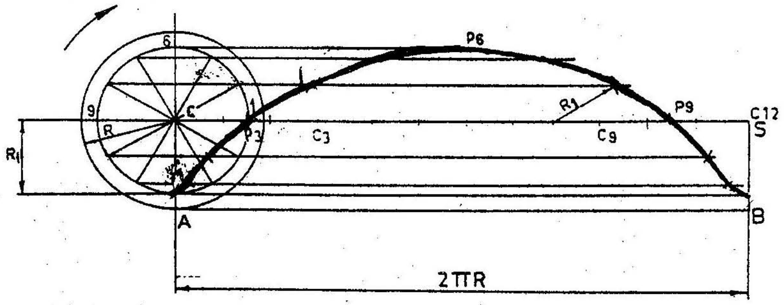
ஒரு நேர்கோட்டின் மீது ஒரு விட்டம் நகரும்பொழுது அதன் சுற்றுக்கு உள்ளேயோ, வெளியேயோ (Point with in or out side the circumference) உள்ள புள்ளியின் நியமப்பாதையே டிரக்காய்டு (Trochoid) ஆகும்.

வெளிச் சுற்றுக்கு உட்பக்கம் அப்புள்ளி அமைந்திருந்து கிடைக்கப்பெறும் வளைகரத்துக்கு உள்புள்ளி டிரக்காய்டு (Inferior trochoid) என்றும், வெளிச்சுற்றுக்கு வெளிப்பக்கம் அப்புள்ளி அமைந்திருந்து கிடைக்கப்பெறும் வளைகரத்துக்கு (Superior trochoid) வெளிப்புள்ளி டிரக்காய்டு என்றும் பெயர் ஆகும்.

5.5.2.1 உட்புள்ளி டிரக்காய்டு (Inferior trochoid) வரைதல்

சுழலும் வட்டத்தின் ஆரம் R எனவும், வெளிச்சுற்றுக்கு உட்பக்கம் உள்ள புள்ளியின் தூரம் மையத்திலிருந்து R_1 எனவும் கொண்டு உட்புள்ளி டிரக்காய்டு வரையும் முறையைக் காண்போம்.

ஒரே மையத்திலிருந்து R R_1 என இரு ஆரங்களைக் கொண்ட இரண்டு வட்டங்கள் வரைக. சுழலும் வட்டத்திலுள்ள புள்ளி A வழியாக ஒரு தொடுகோடு வரைந்து, அதற்கு இணையாக



படம் 5.25

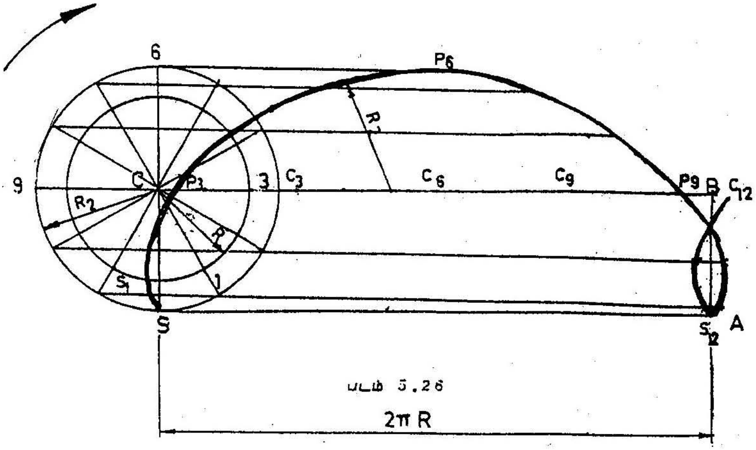
மையத்தின் வழியாக ஒரு கோடு CS வரைக. இதன் நீளம் பெரிய வட்டத்தின் சுற்றளவுக்குச் (2TTR) சமமாக இருக்க வேண்டும். மையத்தின் வழியாகச் செல்லும் கோட்டினைப் பன்னிரண்டு சமன்களாகப் பிரித்து, C_1 C_2 ....C_{12} எனப் பெயரிடுக.

R_1ஐ ஆரமாகக்கொண்டு வரையப்பட்ட சிறு வட்டத்தைப் பன்னிரு சமபாகங்களாகப் பிரித்து 1, 2 .....12 என எண்ணிடுக. இப்புள்ளிகள் வழியாக CS என்னும் மையக்கோட்டுக்கு இணை கோடுகள் வரைக. C_1ஐ மையமாகக் கொண்டு R_1 ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் 1' வழியாக வரையப்பட்ட கோட்டினை P_1யிலும் C_2ஐ மையமாகக் கொண்டு அதே ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் 2' வழியாகச் செல்லும் கோட்டினை P_2யிலும் வெட்டும். இதே போன்று P_3 P_4...P_{12} என்னும் புள்ளிகளைப் பெற்று அவை யாவற்றையும் இணைத்தால் உட்புள்ளி டிராக்காய்டு கிடைக்கும்.

5.5.2.2 வெளிப்புள்ளி டிரக்காய்டு (Superior trochoid) வரைதல்

சுழலம் வட்டத்தின் ஆரம் R எனவும் நகரும் புள்ளியின் தூரம் மையத்திலிருந்து R_2 எனவும் கொண்டு வெளிப்புள்ளி டிரக்காய்டு வரையும் முறையைக் காணலாம்.

ஒரே மையத்தைக் கொண்டு R R_2 என இரு ஆரங்களைக் கொண்ட இரண்டு வட்டங்கள் வரைக. சுழலும் வட்டத்திற்கு ஒரு தொடுகோடு வரைந்து அதன் சுற்றளவுக்குச் சமமாக SA என்னும்



படம் 5.26

நீளத்தைக் குறிக்கவும். உட்புள்ளி டிரக்காய்டு வரைய எந்த முறையைக் கையாண்டோமோ, அதே முறையை இங்கும் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். புள்ளிகள் P_2 P_3 ...... P_{11} ஐப் பெற ஆரமாக R_2 யினைக் கொள்ளல் வேண்டும். இறுதியில் இரண்டு புள்ளிகளை அதிகமாக வரைந்து எல்லாப் புள்ளிகளையும் இணைத்தால், வளையத்துடன் (loop) கூடிய வெளிப்புள்ளி டிரக்காய்டு அமையும்.

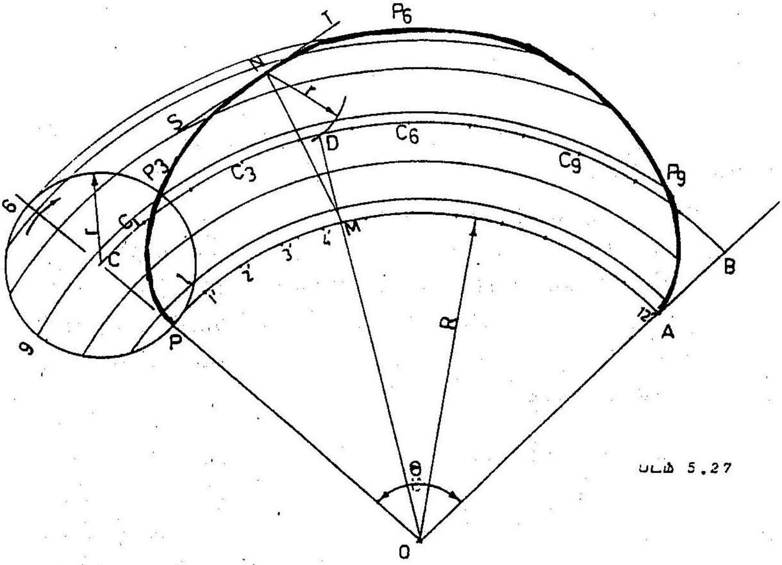
5.5.3 வெளிச் சைக்ளாய்டும் உட் சைக்ளாய்டும் (Epicycloid & Hypocycloid)

ஒரு வட்டத்தின் பரப்புக் கோட்டின் மேற்பரப்பில் வேறொரு வட்டம் வழிபிசகாமல் நகரும்பொழுது, சுழலும் வட்டத்தின் வெளிச் சுற்றிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் நியமப்பாதை வெளிச் சைக்ளாய்டு (Epicycloid) எனப்படும்.

சுழலும் வட்டம் பெரிய வட்டத்தின் உட்பரப்பில் நகரும்பொழுது கிடைக்கும் வளைகரத்திற்கு உட் சைக்ளாய்டு (Hypo cycloid) என்று பெயர்.

சுழலும் வட்டம் எதன் மீது நகருகிறதோ, அவ்வட்டத்திற்கு அடிப்படை வட்டம் (Base circle or generating circle) எனவும் நகரும் வட்டத்திற்குச் சுழலும் வட்டம் (Rolling circle) எனவும் பெயர்.

5.5.3.1 அடிப்படை வட்டத்தின் ஆரமும் சுழலும் வட்டத்தின் ஆரமும் கொடுக்கப்படின் வெளிச் சைக்ளாய்டு வரைதல்



படம் 5.27

Oவை மையமாகக் கொண்டு R ஆரத்தில் அடிப்படை விட்டத்தின் ஒரு பகுதியை மட்டும் வரைக. PA என்னும் ஆரத்தை வரைந்து அதனை OC வரையில் நீட்டிவிடுக. OCயின் நீளம் இரு ஆரங்களின் (R+r) கூட்டுத் தொகைக்குச் சமமாக இருத்தல் வேண்டும். Cஐ மையமாகக் கொண்டு r ஆரத்தின் சுழலும் வட்டத்தை வரைக. இச்சிறு வட்டம் அடிவட்டத்தின் மேல் ஒரு சுற்று சுற்றும்பொழுது புள்ளி P புள்ளி Aயிற்கு மாறுகிறது. PA என்னும் வில்லின் நீளம் சுழலும் வட்டத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமம்.

சுழலும் வட்டம் அடிப்படை வட்டத்தின் மீது எவ்வளவு தூரம் சென்றது என்பதை அறிய (வில் PA) அடிப்படை வட்டத்தின் மையத்தின் எவ்வளவு கோணம் Q உருவாக்கப்படுகிறது என்பதைக் கணக்கிடல் வேண்டும்.

$$\frac{POA}{360} = \frac{\text{வில் PA}}{\text{அடிப்படை வட்டத்தின் சுற்றளவு}}$$

$$= \frac{2\pi r}{2\pi R}$$

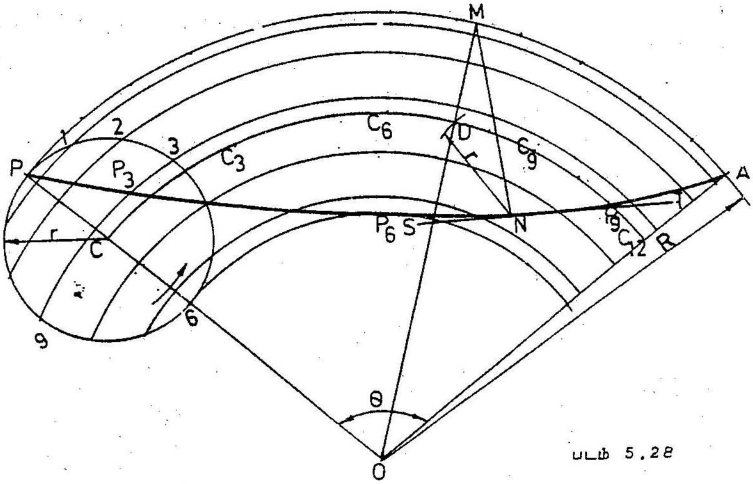
$$\theta = POA = \frac{r}{R} \times 360$$

இக்கோணம் θவினை மையத்தில் பதித்துப் புள்ளி Aயினைப் பெறுக. OAயினை இணைத்து நீட்டிவிடுக. Oஐ மையமாகக் கொண்டு OC ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் நீட்டப்பட்ட OAயினை B என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். CB என்னும் வில் சுழல் வட்ட மையத்தின் நியமப் பாதையாகும். இவ்வில்லினையும் சுழலும் வட்டத்தையும் பன்னிரு சமபகுதிகளாகப் பிரிக்கவும். வில்லுள்ள புள்ளிகளுக்கு C_1 C_2....C_{12} எனவும் சுழலும் வட்டப்பிரிவுகளுக்கு 1', 2'... 12' எனவும் எண்ணிடுக.

Oயினை மையமாகக் கொண்டு 1', 2', 3'... போன்ற புள்ளிகள் வழியே செல்லும்படியாக வில்கள் வரைக. r இனை ஆரமாக வைத்து C_1ஐ மையமாகக் கொண்டு, 1' வழியாகச்செல்லும் ஆரத்தை P_1யிலும் C_2மையமாகக் கொண்டு 2' வழியாகச் செல்லும் ஆரத்தை P_2யிலும் வெட்டுக. இதுபோன்றே P_3 P_4...P_{12} என்னும் புள்ளிகளைப் பெறுக. இப்புள்ளிகள் அனைத்தையும் இணைக்கும்பொழுது வெளிச்சைக்ளாய்டு உருவாகும்.

5.5.3.2 அடிப்படை வட்டத்தின் ஆரமும் சுழலும் வட்டத்தின் ஆரமும் கொடுக்கப்படின் உட்சைக்ளாய்டு வரைதல்

வெளிச் சைக்ளாய்டு வரையக் கையாண்ட அதே முறையை இங்கும் பயன்படுத்துதல் வேண்டும். ஆனால் ஒரே ஒரு வேறுபாடு என்னவெனில், சுழலும் வட்டத்தின் மையம் C அடிப்படை வட்டத்திற்குள்ளே அமையும். அதாவது அம்மையத்தின் தூரம் Oவிலிருந்து இரு ஆரங்களின் வேறுபாட்டிற்கு OC = (R - r) சமம். படம் **5.28** இதனை நன்கு விளக்கும்.



படம் 5.28

சுழலும் வட்டத்தின் விட்டம் அடிப்படை வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஆரத்திற்குச் சமமாக இருப்பின், கிடைக்கூடிய உட் சைக்ளாய்டு, ஒரு நேர்கோடாக அமையும். இதனைப் படம் வரைந்து தெளிக.

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி N வழியாக வெளிச் சைக்ளாய்டுக்கும், உட்சைக்ளாய்டுக்கும் தொடுகோடு வரைய வேண்டுமாயின், புள்ளி Nயிலிருந்து r ஆரத்தில் CB என்னும் மைய வில்லினை D என்னும் புள்ளியில் வெட்டுக. Dயினை மையம் Oயுடன் இணைக்கும்கோடு PA என்னும் வில்லை M என்னும் புள்ளியில் வெட்டும் N இனை Mயுடன் இணைக்கும் கோடு MN வளைகரத்துக்குக் குத்துக்கோடு ஆகும். இக்கோட்டிற்கு N வழியாகச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடு ST தொடு கோடு ஆகும்.

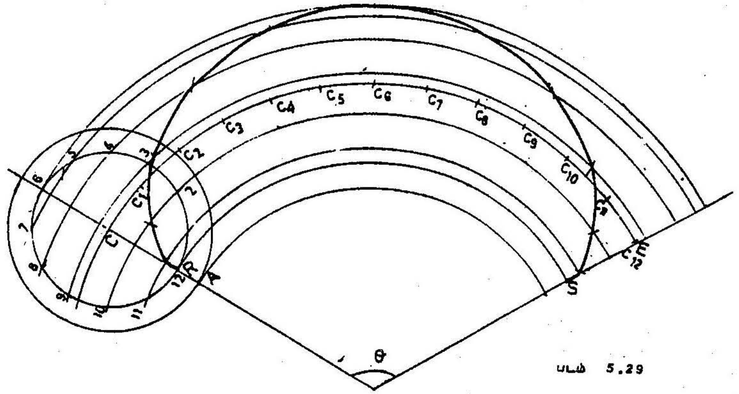
5.5.3.3 வெளி டிரக்காய்டு (Epitrochoid)

ஒரு வட்டத்தின் பரப்புக்கோட்டின் மேற்பரப்பில் வேறொரு வட்டம் வழி பிசகாமல் நகரும்போது சுழல் வட்டச் சுற்றின் வெளியேயோ, உள்ளேயோ உள்ள புள்ளியின் நியமப்பாதைக்கு வெளி டிரக்காய்டு எனப் பெயர்.

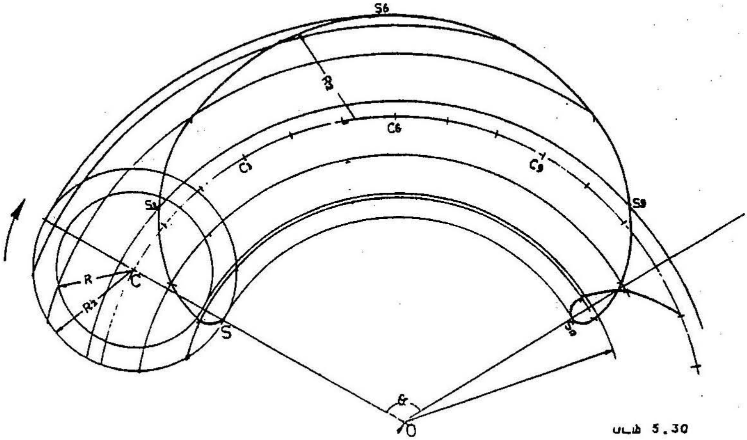
சுற்றுக்கு உட்பக்கம் அடிப்புள்ளி அமைவதானால், உண்டாகும் வளைகரத்துக்கு உட்புள்ளி வெளி டிரக்காய்டு (Inferior epitrochoid)

எனவும் சுற்றுக்கு வெளிப்பக்கம் அப்புள்ளி அமைந்து உண்டாகும் டிரக்காய்டுக்கு வெளிப்புள்ளி வெளி டிரக்காய்டு (Superior epitrochoid) எனவும் பெயர் வழங்குவர்.

(பகுதி 5.5.2 இல் விவரிக்கப்பட்ட டிரக்காய்டு வரையும் முறையைக் கவனிக்க:)



படம் 5.29 உட்புள்ளி வெளி டிரக்காய்டு



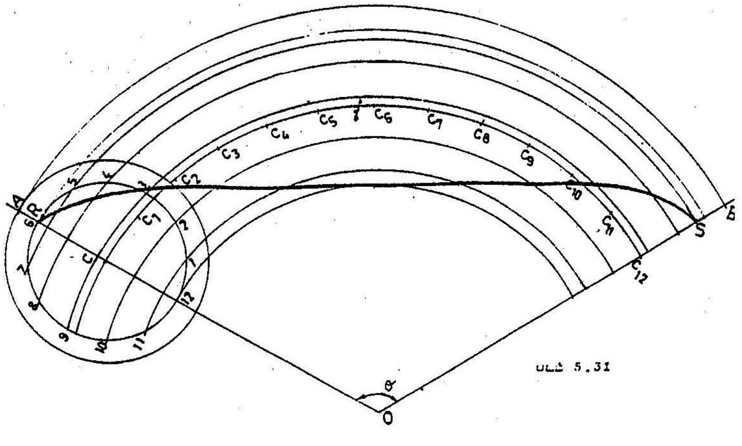
படம் 5.30 வெளிப்புள்ளி வெளி டிரக்காய்டு

5.5.3.4 உள் டிரக்காய்டு (Hypotrochoid)

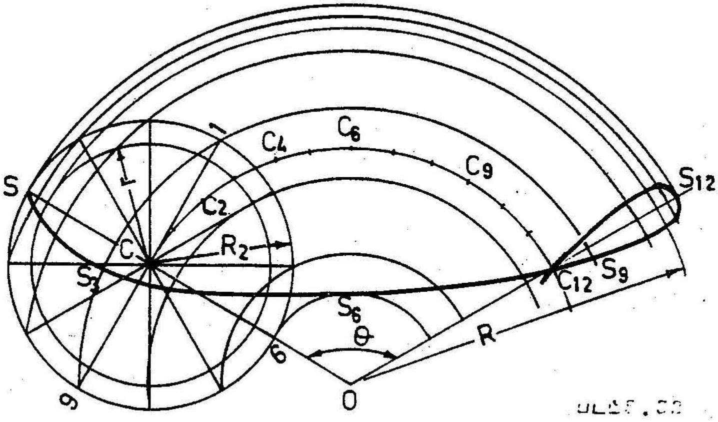
ஒரு வட்டத்தின் பரப்புக்கோட்டின் உட்பரப்பில் வேறொரு வட்டம் வழி மாறாது சுழலும்பொழுது, சுழல் வட்டச் சுற்றின் வெளியேயோ, உள்ளேயோ உள்ள புள்ளியின் நியமப்பாதைக்கு உள் டிரக்காய்டு எனப் பெயர்.

சுற்றுக்கு உட்பக்கம் அப்புள்ளி அமையும்பொழுது உண்டாகும் வளைகரத்துக்கு உட்புள்ளி உள் டிரக்காய்டு (Inferior hypotrochoid எனவும் சுற்றுக்கு வெளிப்பக்கம் அப்புள்ளி அமைந்து உண்டாகும் டிரக்காய்டுக்கு வெளிப்புள்ளி உள் டிரக்காய்டு (Superior hypotrochoid) எனவும் பெயர்.

கீழ்க்கண்ட படங்கள் (5.31, 5.32) இவற்றை நன்கு விளக்கும்.



படம் 5.31 உட்புள்ளி உள் டிரக்காய்டு

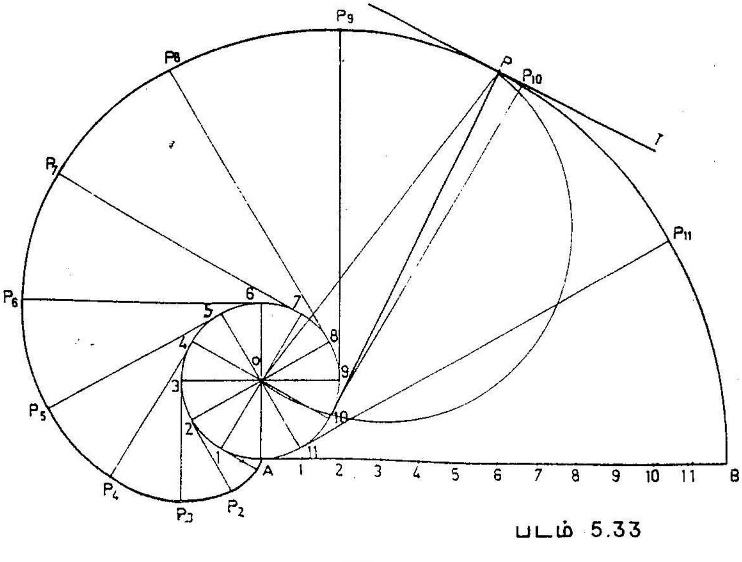


படம் 5.32 வெளிப்புள்ளி உள் டிரக்காய்டு

5.6 இன்வல்யூட் (Involute)

ஒரு வட்டத்தின் மீதோ, ஒரு பல்கோண வடிவத்தின் மீதோ சுற்றப்பட்டிருந்த ஒரு நூலினை இறுக்கப் பிடித்தவாறே பிரிக்கும் பொழுது, நூலின் முனை உருவாக்கும் வளைவுக்கு இன்வல்யூட் என்று பெயர்.

5.6.1 வட்டத்தின் இன்வல்யூட் வரைதல்



படம் 5.33

புள்ளி Oயினை மையமாகக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட விட்டத்திற்கு ஒரு வட்டம் வரைக. வட்டத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமமாக AB என்னும் தொடுகோட்டைப் புள்ளி A வழியாக வரைக.

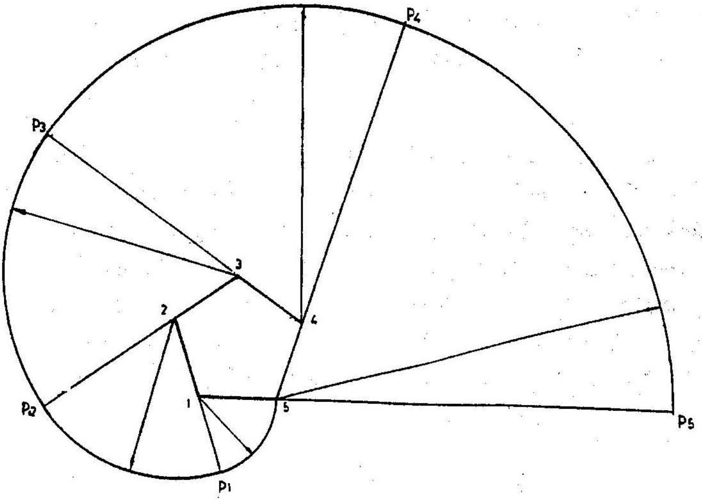
வட்டத்தையும் AB என்னும் கோட்டையும் பன்னிரு சமபாகங்களாகப் பிரித்து 1, 2, 3...... என்றும், 1', 2', 3' என்றும் பெயரிடுக. (படம் 5.33) வட்டத்தின் மேலுள்ள புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றின் வழியாகவும் ஒவ்வொரு தொடுகோடு வரைக. புள்ளி 1யிலிருந்து வரையப்பட்ட தொடுகோட்டினை A1' நீளத்தில் P_1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டுக. (அதாவது $1P_1$=A1') இதேபோல $2P_2$ = A2' என்னும்படியாகவும் $3P_3$ = A3' என்னும்படியாகவும் மற்றப் புள்ளிகள் அனைத்தையும் வரைக. A P_1, P_2.....P_{11} B ஆகிய எல்லாப் புள்ளிகளையும் இணைக்கும்பொழுது இன்வல்யூட் கிடைக்கிறது.

P என்னும் புள்ளியிலிருந்து இவ்வளைகரத்துக்கு தொடுகோடும் குத்துக் கோடும் வரைதல் வேண்டும். கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி P யினை மையம் Oயுடன் இணைத்து POஐ விட்டமாகக் கொண்டு ஓர் அரை வட்டம் வரைக. இவ்வரை விட்டம், கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தை N என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். புள்ளி Pயினை N உடன் இணைத்தால், PN என்னும் கோடு இன்வல்யூட்டுக்குக் குத்துக்கோடாகும். P என்னும் புள்ளியில் PN என்னும் கோட்டுக்கு வரையப்படும் குத்துக்கோடு இன்வல்யூட்டுக்குத் தொடுகோடு PT ஆகும்.

5.6.2 ஒரு வல்கோண வடிவிற்கு (Polygon) இன்வல்யூட் வரைதல்

ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோன (Pentagon) வடிவிற்கு இன்வல்யூட் வரைவதாகக் கொள்வோம்.

கொடுக்கப்பட்ட அளவிற்கு ஐங்கோணத்தை வரைந்து 1, 2, 3, 4, 5, என எண்ணிடுக. கோடுகள் 21, 32, 43 இவற்றை நீட்டி 1 ஐ மையமாகக் கொண்டு, 15 ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் நீட்டிவிடப்பட்ட 21ஐ P_1 யில் வெட்டும். புள்ளி 2ஐ மையமாக் கொண்டு நீளம் $2P_1$ ஆரத்தில் வரையப்படும் வில் நீட்டிவிடப்பட்ட 32 ஐப் புள்ளி P_2 யில் வெட்டும். இதேபோல P_3 P_4 P_5 என்ற புள்ளிகளையும் பெறலாம். (புள்ளி 5 இனை



படம் 5.34

மையமாக வைத்து, கடைசியாக வரையப்படும் வில் ஐங்கோணத்தின் சுற்றளவுக்குச் சமம்). இப்புள்ளிகள் யாவற்றையும் இணைத்தால், ஐங்கோணத்தின் இன்வல்யூட் கிடைக்கும்.

5.7 விரி சுருள் (Spiral)

தன் ஒரு முனையை மையமாகக் கொண்டு, ஒரு கோடு சுழலும்போது, அக்கோட்டின் மீது ஒரு புள்ளி நகர்ந்து கொண்டிருந்தால், அந்நகரும் புள்ளியின் நியமப் பாதைக்கு 'விரிசுருள்' (Spiral) என்று பெயர்.

சுழலும் கோட்டை மையமாகக் கொண்ட புள்ளிக்கு முனை (Pole) என்று பெயர். இம்முனையுடன் விரிசுருளின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளியை இணைக்கும் கோட்டினைச் சுற்று ஆரக்கோடு (Radius vector) எனவும் இக்கோட்டிற்கும் முதற்கோட்டிற்கும் இடையிலுள்ள கோணத்தைச் சுற்று ஆரக்கோணம் (Vectorical angles) எனவும் கூறுவர். இவ்வளைகரம் முடிக்கும் ஒரு முழுச் சுற்றுக்குச் சுழற்சி (convolution) என்று பெயராகும்.

விரிசுருளில் ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள் (Archemedian spiral) எனவும், லாக்ரிதமிக் விரிசுருள் (Logarithmic spiral or equiangular spiral) எனவும் இருவகை உண்டு.

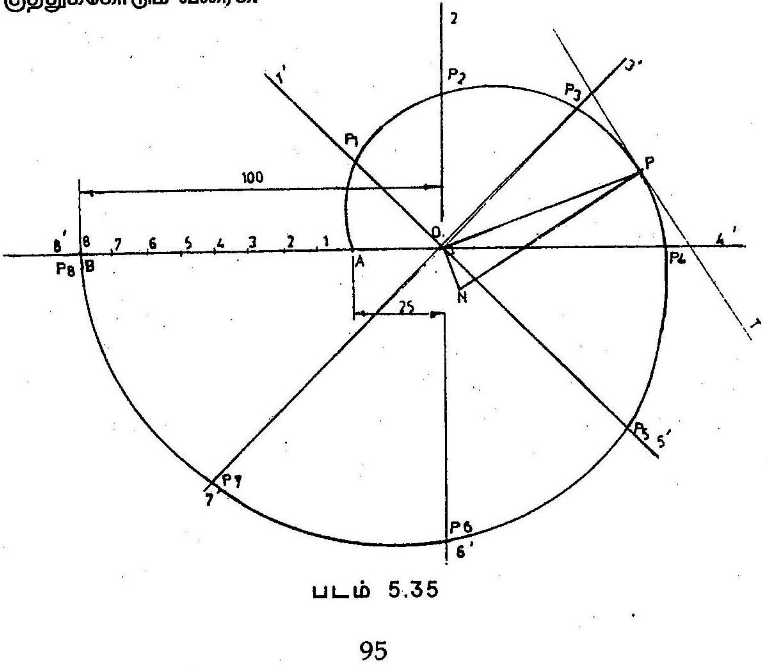
5.7.1 ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள் (Archemedian spiral)

முனையை மையமாகக் கொண்டு கோடு நகரும்போது, கோட்டிலுள்ள புள்ளி முனையை நோக்கியோ, முனையைவிட்டு விலகியோ, கோடு நகருவதற்கேற்ப ஒரே சீராக நகரும் பொழுது உண்டாகும் புள்ளியின் நியமப்பாதைக்கு, ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள் என்று பெயர்.

இவ்வளைகரம் பல்சக்கரத்திலுள்ள பல்களில் உருவ அமைப்பிலும் கேம் (cam) களிலும் பயன்படுவதைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1

ஓர் ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருளின் தொடக்க ஆரம் 25மிமீ ஒருமுழுச் சுழற்சிக்குப் பிறகு சுருளின் ஆரம் 100மிமீ ஆனால், விரிசுருளில் வரைந்து காட்டுக. மையத்திலிருந்து 60 மிமீ தூரத்தில் விரிசுருளின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளி வழியாக ஒரு தொடுகோடும் குத்துக்கோடும் வரைக.



படம் 5.35

ஒரு கிடைக்கோடு வரைந்து, அதன் ஒரு முனையான Oயிலிருந்து தொடக்க ஆரம் 25மிமீ தூரத்தை A என்னும் புள்ளியாகவும், இறுதி ஆரமான 100மிமீ தூரத்தை B என்னும் புள்ளியாகவும் பதிக்கவும். AB என்னும் தூரம் விரிசுருளின் ஒரு சுழற்சிக்குப் பிறகு உண்டான தூரமாகும். AB என்னும் தூரத்தை எட்டுச் சமபாகங்களாகவும் O என்னும் மையத்தை சம ஆரங்களாகவும் பிரித்து முறையே 1, 2, 3.... எனவும் 1', 2', 3'.... எனவும் எண்ணிடுக. (படம் 5.35)

Oயினை மையமாகக் கொண்டு, O1 ஆரத்தில், O1' என்னும் கோட்டினை P1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டுக. O2 ஆரத்தில் O2' என்னும் கோட்டினை P_2 என்னும் புள்ளியில் வெட்டுவது போலவே P_3, P_4 .... போன்ற மற்றப் புள்ளிகளையும் பெறலாம். AP_1, P_2 ....P_7, B ஆகிய 9 புள்ளிகளையும் இணைத்தால் ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள் உருவாகும்.

தொடுகோடு வரைவதற்கு முன், இந்த விரிசுருளுக்கு உண்டான மாறிலியைக் கணக்கிடல் வேண்டும். அதாவது தொடக்க ஆரம் r_1 = 25 மிமீ

ஒரு சுழற்சிக்குப்பிறகு இறுதி ஆரம் r_2 = 100 மிமீ

ஒரு சுழற்சியினால் உருவான கோணம் 360^0 = 2 11 ரேடியன்

ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருளின் சமன்பாடு:–

ஆரத்தின் நீளம் $r = r1 + a\theta$ $r2 = r1 + a \times 2\pi$ என்பதாகும்.

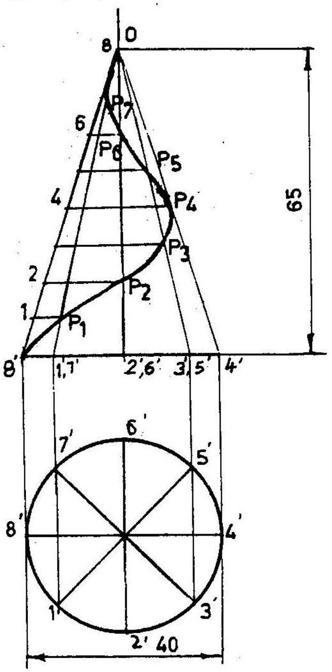
$$\text{மாறிலி } a = \frac{r2 - r1}{2\pi} = (100-25) \times 7/2 \times 22 = 12 \text{ மிமீ}$$

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி Pயினை மையத்திலிருந்து 60மிமீ தூரத்தில் விரிசுருளின் மேல் பதிக்க வேண்டும். மையத்துடன் இப்புள்ளியை இணைக்கும் கோட்டுக்கு மையம் வழியாக ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. இச்செங்குத்துக்கோட்டின் மேல் மேற்கண்ட மாறிலியின் அளவு (12மிமீ) தூரத்தில் N என்னும் புள்ளியை வைத்து, அதனைப் புள்ளி Pயுடன் இணைக்கவும். கோடு PN விரிசுருளுக்குக் குத்துக்கோடு ஆகும். புள்ளி P வழியாக PNயிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு விரிசுருளின் தொடுகோடாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

40மிமீ விட்டமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பு ஒன்றின் அடியிலிருந்து ஓர் எறும்பு உச்சியை நோக்கிப் புறப்படுகிறது. ஒரே நேர் கோட்டின் மேல் செல்வதற்கு மாறாகக் கூம்பினை ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுற்றிய, பின் கூம்பினை அடைகிறது. எறும்பு சென்ற பாதை ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருளின் உருவில் அமைந்துள்ளது. அ ப்பாதைப் படம் வரைந்து காட்டுக.

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்குக் கூம்பினை வரைக. வட்ட வடிவமாக அமைந்துள்ள கூம்பின் அடிப்பாகத்தை எட்டாகப்பிரித்து அப்புள்ளிகளை முன்பதிப்புக்கு மாற்றுக. (படம் 5.36), பின் அப்புள்ளிகளுடன் கூம்பு உச்சியுடன் கூம்பின் சாய்தூரத்தையும் இணைக்க. 8 பாகங்களாகப் பிரித்து 1,2,3...என்று எண்ணிடுக.



படம் 5.36

அடிக்கோட்டுக்கு இணையாகப் புள்ளி 1 வழியாக வரையப்படும் கோடு உச்சியைப் புள்ளி 1' இணைத்த கோட்டை P_1யிலும், புள்ளி 2 வழியாக வரையப்படும் கோடு O2, P_2யிலும் வெட்டும். இவ்வாறு

7

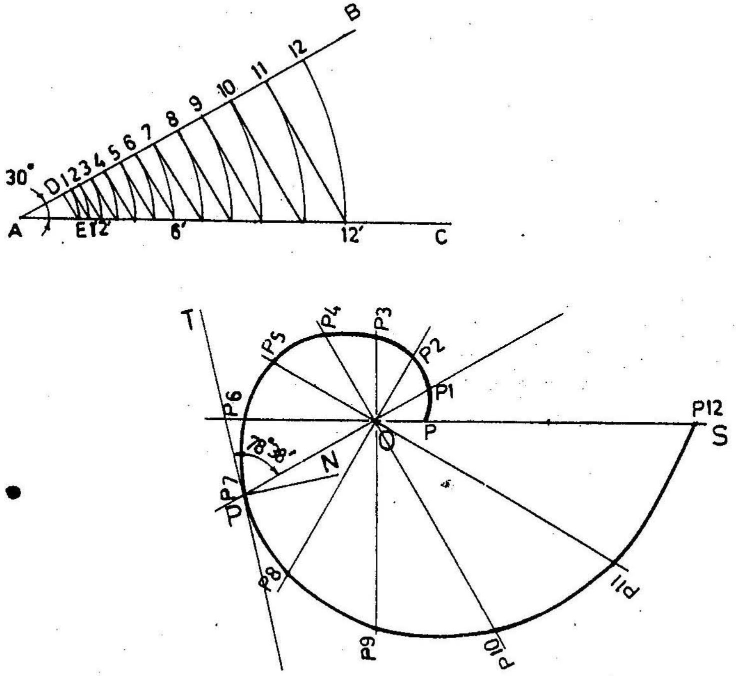
வரையப்படும் இணைகோடுகள் $P_3 P_4 \ldots P_7$ என்ற புள்ளிகளைத் தரும். இப்புள்ளிகள் அனைத்தையும் இணைக்கும் கோடு எறும்பு சென்ற பாதையைக் காட்டும்.

5.7.2 லாக்ரிதமிக் விரிசுருள் (Logarithmic spiral)

கோண ஆரங்கள் (Radius vector) ஒரே சீராக (Arithmetic progression) நகரும்பொழுது, பெருக்கத்தொடர் (Geometrical progression) வீதத்தில் அக்கோண ஆரங்கள் மீது ஒரு புள்ளி நகர்ந்தால், அப்புள்ளியின் நியமப்பாதைக்கு லாக்ரிதமிக் விரிசுருள் (logarithmic spiral) என்று பெயர்.

எடுத்துக்காட்டு 3

ஒரு லாக்ரிதமிக் விரிசுருளின் குறைவான ஆரம் 1செமீ 30^0 என்னும் இடைப்பட்ட கோணத்தை உள்ளடக்கிய இரு கோண



படம் 5.37

ஆரங்களின் வீதம் 10:9 ஆனால், விரிசுருளை வரைந்து காட்டுக. மையத்திலிருந்து 5 செமீ தூரத்தில் விரிசுருளின் மேலுள்ள புள்ளிக்கு ஒரு தொடுகோடு வரைக.

முதலில் AB என்னும் கோடு வரைந்து அதற்கு 30^0 கோண அளவில் AC என்னும் மற்றொரு கோட்டினை வரைக. ACயில் குறைவான ஆரமான 1 செமீ தூரத்தில் D என்னும் புள்ளியைப் பதிக்க அளவு விகிதம் 10:9 ஆக இருப்பதால், ABயின் மீது 10/9 x 1 = 10/9 செமீ தூரத்தில் E என்னும் புள்ளியைப் பதிக்க. Dஐ Eஉடன் இணைக்க.

Aஐ மையமாகக் கொண்டு AE ஆரத்தில் AC ஐ 1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டு. புள்ளி 1யிலிருந்து கோடு DEயிற்கு இணைகோடு ஒன்று (11') வரைக. மறுபடியும் A ஐ மையமாகக் கொண்டு A1' ஆரத்தில் ACஐ 2 என்னும் புள்ளியில் வெட்டுக. இதே மாதிரி, புள்ளிகள் 3, 4... 12 பெறுக. (படம் 5.37) கோடு ACயிலுள்ள A1, A2, A3...A12 என்ற நீளங்கள் முறையே ஒவ்வோர் ஆரத்தின் மேலும் உள்ள நீளங்களாகும். எனவே இந்த நீளங்களைக் கோண ஆரங்களுக்கு மாற்றி, புள்ளிகள் $P_1, P_2....P_{12}$ போன்ற புள்ளிகளைப் (படம் 5.37) பெறுக. இப்புள்ளிகளை இணைத்தால் ஏற்படும் வளைகோடு, லாக்ரிதமிக் விரிசுருளாகும்.

லாக்ரிதமிக் விரிசுருள் சமன்பாடு

ஆரத்தின் நீளம் $r = {}_a{}^{\theta}$ என்பதாகும்

இங்கு ஹ மாறிலி; θ = கோண அளவு (ரேடியனில்)

$\log_{10} r = \theta \log_{10} a$

கோண அளவு $\theta = 0$, ஆனால் $\log_{10} r = 0$

$$r = 1$$

கோண அளவு $\theta = 30^0$ அல்லது $\frac{\pi}{6}$ ரேடியன் ஆனால்,

$$r = \frac{10}{9} \text{ செமீ}$$

$$\log_{10}\frac{10}{9} = \frac{\pi}{6}\log_{10} a$$

$$\log_{10} a = \frac{6}{\pi}\log_{10}\frac{10}{9}$$

மாறிலி $a = 1.22$

தொடுகோடும் குத்துக்கோடும் வரைய, லாக்ரிதமிக் விரிசுருள் தொடர்புற்ற ஒரு கோண அளவினைக் கண்டறிதல் வேண்டும். அக்கோணம் α எனில்,

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\log_{10} e}{\log_{10} a}$$

இங்கு $e = 2.718$

$$\text{Tan}\alpha = \frac{\log_{10} 2.718}{\log_{10} 1.22}$$

$$\alpha = 78^{0}38'$$

கொடுக்கப்பட்ட தூரத்தில் புள்ளி P இனை சுருளின் மேல் பதித்து அப்புள்ளியை மையத்துடன் இணைக்க. அக்கோடு POயிக்கு **$78^{0}38'$** கோணஅளவில் மற்றொரு கோடு PT வரைக. இக்கோடே விரிசுருளுக்குத் தொடுகோடு ஆகும். PTயிக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடே PN விரிசுருளின் குத்துக்கோடு ஆகும்.

பயிற்சி 5

1. கோட்டிலிருந்து (Directrix) குவியத்தின் தூரம் 60மிமீ ஆனால் கீழ்க்கண்ட மையப்பிறழ்வு (eccentricity) களுக்கு ஏற்ப வளைகரங்கள் வரைக. அவற்றின் பெயர்களைக் குறிப்பிடுக:

   (அ) $e = \frac{2}{3}$ (ஆ) $e = 1$ (இ) $e = \frac{3}{2}$

   குவியத்திலிருந்து 45மிமீ தூரத்தில் வளைகரத்தின் மேல் உள்ள புள்ளி வழியாக ஒரு தொடுகோடும் ஒரு குத்துக்கோடும் வரைக.

2. ஒரு நீள் வளையத்தின் பேரச்சு 100மிமீ, சிற்றச்சு 70மிமீ எனில், வளைகரத்தை வரைந்து அதன் குவியங்களைக் கண்டுபிடி. பேரச்சிலிருந்து, 26மிமீ தூரத்தில் வளைகரத்தின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளி வழியாக ஒரு தொடுகோடும், ஒரு குத்துக்கோடும் வரைக.

   குறிப்பு:– நீள்வளையம் வரைய எவ்வெவ் முறைகள் உள்ளனவோ, அவ்வவ் முறைகளிலும் இப்பயிற்சியினைச் செய்து காட்டுக.

3. ஒரு புள்ளி நகரும்போது, 50மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ள இரு நிலைப்புள்ளிகளிலிருந்து இந்நகரும் புள்ளியின் தூரங்களின் கூட்டுத் தொகை 70மிமீ ஆகும். நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாை ப வரைந்து காட்டுக.

4. நீள்வளையம் ஒன்றின் சிற்றச்சு 65மிமீ ஆகும். அதன் இரு குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 85மிமீ ஆனால், நீள்வளையம் வரைந்துஅதன் பேரச்சின் நீளத்தைக் கண்டுபிடி.

5. AB என்னும் கோட்டின் நீளம் 100மிமீ, இக்கோட்டின் இருமுனைகளிலிருந்து 30மிமீ, 40மிமீ தூரத்தில் ஒரு புள்ளி P அமைந்துள்ளது. இப்புள்ளி வழியாகவும், கோட்டின் இரு முனைகள் வழியாகவும் செல்லக்கூடிய நீள்வளையம் ஒன்று வரைக.

6. இணைகர வடிவிலுள்ள ஓர் இடத்தின் பக்க அளவுகள் 15மீ x 10மீ ஆகும். இரு பக்கங்களுக்கிடைப்பட்ட கோணம் 60^0. இவ்விடத்திற்குள் நீள்வடிவ அமைப்பில் ஒரு பூப்பாத்தியை அமைத்துக் காட்டுக. (தகுந்த அளவியைக் (Scale) கொள்க).

7. ஓர் இணைகரத்தின் பக்க அளவுகள் 80மிமீ x 50மிமீ இருபக்கங்களுக்கிடையில் உள்ள கோணம் 125^0 ஆகும். இவ்விணைகரத்துள், ஒரு நீள்வளையம் வரைந்து, அதற்கு இணையாக 10மிமீ தூரத்தில் வெளியே மற்றொரு வளை கரம் வரைக.

8. 120 x 75மிமீ பக்கமுள்ள ஒரு செவ்வகத்திறனுடன் ஒரு பரவளைவு வரைக. இப்பரவளைவின் மேல் உள்ள ஏதாவது ஒரு புள்ளி வழியாகத் தொடுகோடு ஒன்றும் குத்துக்கோடு ஒன்றும் வரைக.

9. ஒரு பந்து, தூக்கி எறியப்பட்டபொழுது, அஃது எறியப்பட்ட இடத்திலிருந்து 80மீ தூரம் தள்ளிப்போய் விழுகிறது. அப்பந்து சென்ற அதிகஅளவு உயரம் 45மீ எனில், அப்பந்து சென்ற பாதையைப் படம் வரைந்து காட்டு.

10. 4மீ உயரமுள்ள இடத்திலிருந்து ஒரு கல் எறியப்படுகிறது. அக்கல் நிலத்திலிருந்து 10மீ உயரம் வரை செல்கிறது. வீசப்பட்ட இடத்திலிருந்து 20மீ தூரம் தள்ளி நிலத்தில் விழுமானால், அக்கல்லின் பாதையைப் படம் வரைக.

11. ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமைந்துள்ள இரு கோடுகளிலிருந்து 50மிமீ தூரங்களில் ஒரு புள்ளி அமைந்துள்ளது. அப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் மிகு பரப்பளவு ஒன்று வரைக.

12. OA, OB என்னும் இரு கோடுகளுக்கிடையே உள்ள கோணம் 75^0 ஆகும். OAயிலிருந்து 35மிமீ தூரத்திலும் OB யிலிருந்து 45மிமீ தூரத்திலும் P என்னும் புள்ளி அமைந்துள்ளது. OA, OBயினைத் தொலைத் தொடுகோடுகளாகக் கொண்டு, புள்ளி P வழியே செல்லும் மிகு பரவளைவு ஒன்று வரைக.

13. 50மிமீ தூரத்தில் A,B என்னும் இரு நிலைப்புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. இவ்விரு நிலைப்புள்ளிகளிலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளியின் தூரங்களின் வேறுபாடு எப்பொழுதும் 20மிமீ ஆகவே உள்ளது. நகரும்புள்ளியின் பாதையை வரைந்து காட்டு.

14. 40மிமீ விட்டமுள்ள வட்டம் ஒன்று ஒரு நேர்கோட்டின் மீது, ஒரு சுற்று சுற்றும்பொழுது, வட்ட வெளிக்கோட்டின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளியின் நியமப்பாதையை வரைந்து காட்டுக. அக்கோட்டிலிருந்து 30மிமீ தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி வழியாக வளைகோட்டுக்குத் தொடுகோடு ஒன்றும் குத்துக்கோடும் ஒன்றும் வரைக.

15. 50மிமீ விட்டமுள்ள வட்டம் ஒன்று ஒரு நேர்கோட்டின் மீது செல்கிறது. விட்ட ஆரத்தின் மீது மையத்திலிருந்து 20மிமீ தூரத்தில் ஒரு புள்ளி அமைந்துள்ளது. சுழலும் வட்டம் ஒரு சுற்று செல்லும்போது, அப்புள்ளியினுடைய நியமப்பாதையை வரைந்து அதன் பெயரைக் குறிக்க.

16. 40மிமீ விட்டமுள்ள வட்டம் ஒன்று ஒரு நேர்கோட்டின் மீது சுழல்கிறது. வட்ட ஆரத்தை நீட்டிவிடப்பட்ட கோட்டில் விட்ட மையத்திலிருந்து 30மிமீ தூரத்தில் ஒரு புள்ளி அமைந்துள்ளது. நேர்கோட்டின் மீது வட்டம் 1½ சுழற்சிகளை உண்டாக்கும்போது, அப்புள்ளியின் நியமப்பாதையை வரைக. இந்நியமைப்பாதையின் பெயர் யாது?

17. 40மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு விட்டம் 80மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மேற்பரப்பில் சுழல்கிறது. அவ்வாறு சுழலும்போது சுழலும் வட்டத்தின் வெளிக்கோட்டிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் நியமப்பாதையை வரைந்து அதன் பெயரைக் குறிப்பிடுக. அடிவட்டத்தின் மையத்திலிருந்து 95மிமீ தூரத்தில் வளைகரத்தின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளி வழியாக ஒரு தொடுகோடும் ஒரு குத்துக்கோடும் வரைக.

18. 80மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் உட்பரப்பில் 40மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் சுழலும்போது ஏற்படும் ஹைப்போ

உட்சைக்ளாய்டினை வரைந்து காட்டுக. இவ்வளைகரத்திலுள்ள ஏதோ ஒரு புள்ளி வழியாக தொடுகோடு ஒன்றும் குத்துக்கோடு ஒன்றும் வரைக.

19. 40மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் 80மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் உட்பரப்பில் சுழலும்போது ஏற்படும் உட்சைக்ளாயிடினை வரைக.

20. 46மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் 180மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மேற்பரப்பில் சுழல்கிறது. சுழலும் வட்ட ஆரக்கோட்டில் PR என இரு புள்ளிகள் உள்ளன. சுழல் வட்ட மையத்திலிருந்து அப்புள்ளிகளின் தூரம் முறையே 17மிமீ, 30மிமீ ஆகும். சுழல் வட்டம் சுற்றும்பொழுது, அப்புள்ளிகளின் நியமப்பாதையை வரைந்து காட்டுக.

21. 90மிமீ ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் உட்பரப்பில், 45மிமீ விட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் சுழல்கிறது. சுழலும் வட்ட ஆரக்கோட்டில் AB என்ற இரு புள்ளிகள் உள்ளன. சுழல் வட்ட மையத்திலிருந்து அப்புள்ளிகளின் தூரம் முறையே 17மிமீ, 30மிமீ ஆகும். சுழல் வட்டம் சுழலும்பொழுது, அப்புள்ளிகளின் நியமப்பாதையை வரைந்து அவற்றின் பெயர்களைக் குறிப்பிடுக.

22. 45மிமீ விட்டமுள்ள வட்டமொன்று ஓர் அடிக்கோட்டின் மீது அரைச் சுற்றும் பின்னர் ஒரு செங்குத்துக்கோட்டின் மீது மீதமுள்ள அரைச்சுற்றும் சுழல்கிறது. வட்டத்தின் வெளிக் கோட்டிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் நியமப்பாதையை வரைந்து காட்டுக.

23. 40மிமீ விட்டமுள்ள வட்டம் ஒன்றின் இன்வல்யூட் (involute) வரைக. வட்டமையத்திலிருந்து 95மிமீ தூரத்தில் வளைகரத்தின் மேலுள்ள புள்ளியின் வழியாக வளைகரத்துக்கு ஒரு தொடுகோடும் ஒரு குத்துக்கோடும் வரைக.

24. 35மிமீ பக்கம் கொண்ட ஒரு சமபக்க முக்கோணத்திற்கும் 30மிமீ பக்கம் கொண்ட ஒரு சதுரத்திற்கும் இன்வல்யூட்

வரைந்து, இவ்வளைகைரங்களில் ஏதாவது ஒரு புள்ளி வழியாகத் தொடுகோடும் குத்துக்கோடும் வரைக.

25. ஓர் ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருளின் குறைந்தபட்ச ஆரம் 15மிமீ அதிகபட்ச ஆரம் 115மிமீ இவ்விரு ஆரங்களில் இரண்டு சுழற்சிகளை ஏற்படுத்தியுள்ள சுருளின் படம் வரைந்து காட்டுக. முனையிலிருந்து 65மிமீ தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளி வழியாகத் தொடு கோடு ஒன்றும் குத்துக்கோடு ஒன்றும் வரைக.

26. ஒரு லாக்ரிதமிக் விரிசுருளில் (Logarithmic spiral) மிகக் குறைந்த ஆரம் 40மிமீ ஆகும். 30^0 கோணத் தூரத்திலுள்ள கோண ஆரத்தின் (Radius vector) நீளம் 9:8 என்ற விகிதத்தில் நீளுகிறது. விரிசுருளின் ஒரு சுழற்சியை வரைந்து, அதன்மேலுள்ள ஏதாவது ஒரு புள்ளி வழியாகத் தொடுகோடு ஒன்றும் குத்துக்கோடும் ஒன்றும் வரைக

27. 90மிமீ நீளத்தை அதிகஅளவு ஆரமாகக் கொண்ட ஒரு லாக்ரிதமிக் விரிசுருளின் இரு ஆரங்களுக்கிடைப்பட்ட கோணம் 30^0ஆகும். ஆரங்கள் 5:6 என்ற விகிதத்தில் மிகுந்து கொண்டே செல்லக்கூடிய விரிசுருளின் ஒரு சுழற்சியைப்படம் வரைந்து காட்டுக.

6. நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்

(ORTHOGRAPHIC PROJECTIONS)

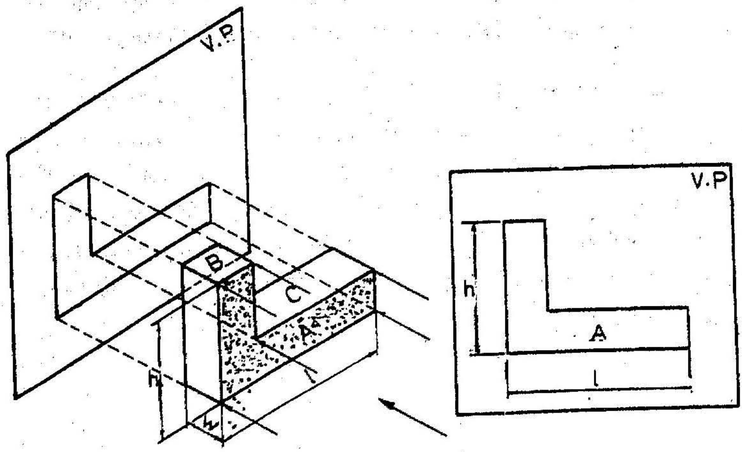
எந்த ஒரு பொருளுக்கும்–நீளம், அகலம், உயரம்/ஆழம் என மூன்று பரிமாணங்கள் (Dimensions) உண்டு. அப்பொருளின் தோற்றத்தைப் பலகை, அட்டை, தாள் ஆகியவற்றில் படமாக வரையும்போது, ஏதாவது இரு அளவுகளை மட்டுமே எடுத்துக் கொண்டு வரைதல் நலம். இதன்மூலம் படம் வரைவதும், வரையப்பட்ட படத்திலிருந்து குறிப்பிட்ட பொருளின் அளவுகளைத் தெரிந்து கொள்வதும் எளிதாக்கப்படுகிறது. பரிமாணத் தோற்றமும் (Isometric View), இயலுருத் தோற்றமும் (Perspective view) முப்பரிமாணங்களையும் ஒரே படத்தில் காட்ட இயலும் என்றாலும் அவற்றை வரைதல் கடினமாகும். மேலும், பொருளின் எல்லா அளவுகளையும் அப்படங்களிலிருந்து ஐயமின்றித் தெரிந்து கொள்வதும் எளிதன்று. முக்கியமாக, கட்டடம், எந்திரப் பகுதிகள் ஆகியவற்றின் அளவுகளைப் படங்களின்று எளிதில் அறிய இரு பரிமாணப் படங்கள் மிகவும் பயனுள்ளன.

6.1 வீழ்ச்சித் தோற்றம் (Projection)

ஒரு பொருளின் மேற்பரப்பிலிருந்து (Contour) புறப்படும் எண்ணற்ற இணைகோடுகள் ஒரு தளத்தை (Plane) வந்தடையும்பொழுது, அப்பொருளின் தோற்றம் அத்தளத்தின் மீது பதிகிறது. அங்ஙனம் கிடைக்கும் தோற்றத்தை 'வீழ்ச்சித் தோற்றம்'(Projection) எனவும், அத்தோற்றம் உண்டாகக் காரணமான இணைகோடுகளை 'வீழ்ச்சிக் கோடுகள்' (Projection lines or projectors) எனவும் கொள்ளலாம்.

6.1.1 நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றம் (Orthographic projection)

வீழ்ச்சிக் கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக அமைந்து ஒரு தளத்தின் மேல் விழுவதனால் கிடைக்கும் தோற்றத்திற்கு 'நேர் வீழ்ச்சித் தோற்றம்' என்று பெயர்.



படம் 6.1

படம் 6.1யில் காட்டியுள்ளது போல் L வடிவிலான பொருளை, ஒரு நிலைத்தளத்தின் (Vertical plane) முன்னே வைக்கவும். அப்பொருளை வெகு தொலைவிலிருந்து காண முற்படும்பொழுது, நம் கண்களிலிருந்து புறப்படும் ஒளிக்கதிர்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று இணையாக இருக்குமல்லவா? அத்துடன் அவ்வொளிக் கதிர்கள் காணப்படும் பொருளின் முன்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்கும். ஆகவே சேய்மையிலிருந்து காண்பவர்களுக்குப் பொருளின் முன் பக்கம் மட்டுமே தெரியும்.

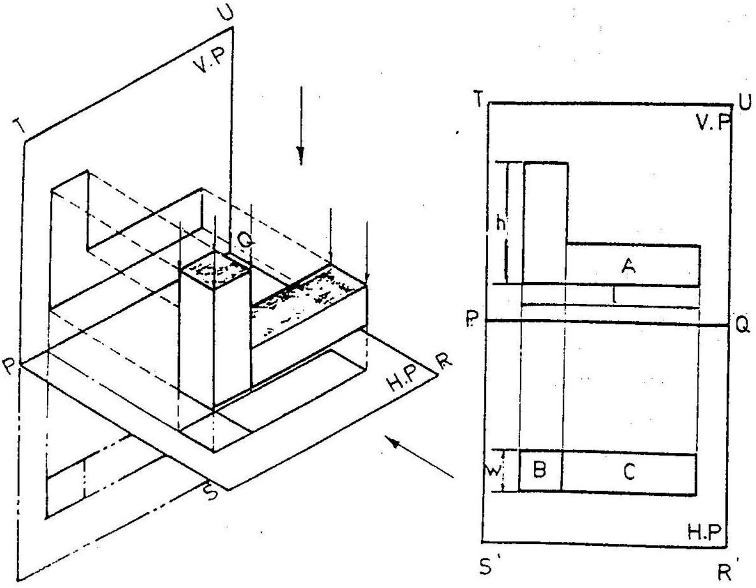
பொருளின் பின்பக்கமாக இருக்கும் நிலைத்தளத்தைத் தொடும்வரை அவ்வொளிக் கதிர்கள் நீட்டப்பட்டால், நிறையப் புள்ளிகள் தளத்தின் மீது படியும். இப்புள்ளிகள் அனைத்தையும் ஒன்றுடன் ஒன்று

இணைப்பதனால் கிடைக்கும் உருவம், பொருளின் முன்பக்கத்தைப் போலவே தோற்றமுடையதாக இருக்கும்.

6.1.2 முன்தோற்றம், மேல் தோற்றம் (Elevation and plan)

பொருளிலிருந்து தளம் வரை இணையாகச் செல்லும் கதிர்களை 'வீழ்ச்சிக் கோடுகள்' (projections) என்றும், கிடைக்கும் தோற்றத்தை 'நேர்வீழ்ச்சித்தோற்றம்' (Orthographic projection) என்றும் கூறுவார்கள்.

நிலைத்தளத்தில் மேல் கிடைக்கப்பெறும் நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றத்தை 'முன் தோற்றம்' (Front view or Elevation) என்று கூறுவர். பொருளின் நீளத்தையும் உயரத்தையும் மட்டுமே முன்தோற்றத்தில் காட்ட முடியும். பொருளின் அகலத்தை இத்தோற்றத்தில் காட்ட இயலாது. எனவே ஒரு பொருளைப் பற்றிய முழுத்தன்மைகளையும் தெரிந்து கொள்வதற்கு ஒரு தோற்றம் மட்டும் போதாது.



படம் 6.2

முன்குறிப்பிட்ட நிலைத்தளத்திற்கு இன்னொரு தளத்தை PQRS இரண்டு கீல்கள் (Hinges) கொண்டு இணைத்திடுக. புதிதாக இணைக்கப்பட்ட தளத்திற்குக் 'கிடைத்தளம்' (Horizontal plane) என்று பெயர். இத்தளத்தை L என்னும் பொருளுக்கு அடியில் அமையுமாறு இணைத்தல் வேண்டும். அஃதாவது குறிப்பிட்ட பொருள் நிலைத்தளத்திற்கு முன்பக்கமாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு மேல்பக்கமாகவும் உள்ளது.

பொருளிலிருந்து கீழ்நோக்கிப் புறப்படும் வீழ்ச்சிக்கோடுகள் கிடைத்தளத்தின் மீது பொருளின் மேல்தோற்றத்தை (Top view or Plan) உருவாக்கும். இத்தோற்றத்தில் பொருளின் நீளமும் அகலமும் மட்டுமே காணக் கிடைக்கும்; உயரம் தெரியாது.

இவ்விரு தளங்களுக்குமே செங்குத்தாக அமையும் தளத்தின் மீது படியும் தோற்றத்திற்குப் பக்கவாட்டுத் தோற்றம் (Side view or End Elevation) என்று பெயர்.

நிலைத்தளம், கிடைத்தளம் ஆகிய இரண்டும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமைந்திருப்பதால், இத்தளங்களின் மேல் கிடைக்கப் பெற்ற தோற்றங்களைத் தாளின் மீது வடிக்க இயலாது. எனவே நிலைத்தளத்தை (VP) அப்படியே வைத்துக்கொண்டு கீல்களை மையமாகக் கொண்டு, கிடைத்தளத்தை (HP) வலஞ்சுழியாகக் கீழ்நோக்கிச் சுற்றவும். கிடைத்தளமும் நிலைத்தளமும் ஒரே நிலைத்தளம் போல R'S'TU உருவாகும். கிடைத்தளத்தின் மீது உருவான பொருளின் மேல்தோற்றம் நிலைத்தளத்தின் மீது உருவான முன்தோற்றத்திற்கு நேர் கீழே அமைந்திருக்கும். இங்ஙனம் இவ்விரு தோற்றங்களையும் தாளின் மீது அமைக்க முடிவதனால் பொருளின் எல்லா விதத் தன்மைகளையும் வரைபடமாக அமைக்க முடிகிறது.

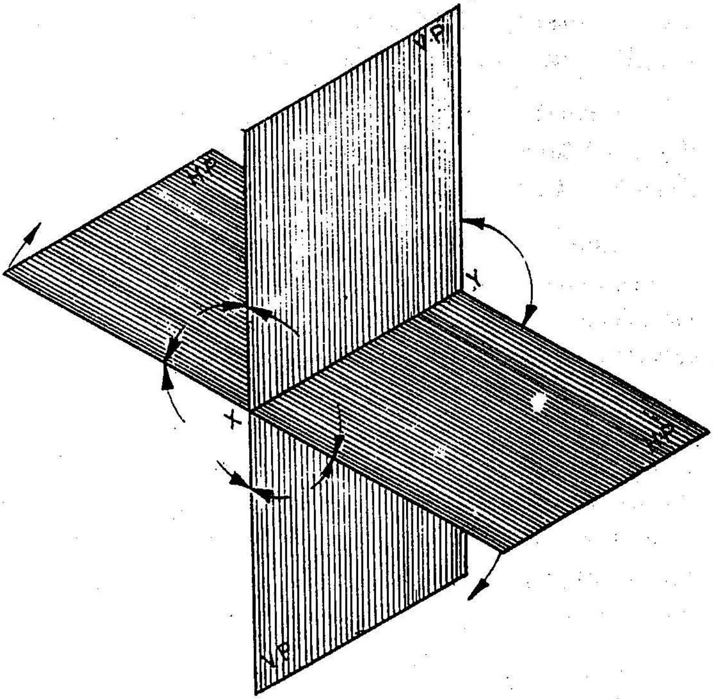
6.1.3 முதன்மைக்கோடு (Reference line)

கீல்களை மையமாகக் கொண்டு கிடைத்தளத்தையும் மற்றொரு நிலைத்தளமாக மாற்றியபின், கீல்கள் இருந்த இடத்தில் ஒரே ஒரு கோடு மட்டுமே தெரியும். இக்கோடு முதன்மைக்கோடு (Reference line) என்று குறிக்கப்பட்டு XY என்று கொள்ளப்படுகிறது. நிலைத்தளத்தை மேலிருந்து பார்க்கும்போது, அது, இந்த முதன்மைக் கோட்டுடன் ஒன்றிலிருந்து அதேபோலக் கிடைத்தளத்தை முன்னிலிருந்து பார்க்கும்போது,

அத்தளமும் முதன்மைக் கோட்டுடன் ஒன்றிவிடுகிறது. எனவே இம்முதன்மைக்கோடு எல்லாவிதப் பகுதிகளுக்கும் பொதுவாக அமைந்துள்ளது.

6.2 நான்கு காற்பகுதிகள் (Four quadrants)

பகுதி 6.1.2.யில் குறிப்பிடப்பட்ட இரு தளங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக அமைந்துள்ளன. இவை ஒன்றை ஒன்று வெட்டிக் கொள்ளும் கோட்டிலிருந்து பின்னும் நீட்டினோமானால் அவை நான்கு பகுதிகளாக உருவெடுக்கின்றன. (படம் 6.3)



படம் 6.3

இந்நான்கு பகுதிகளையும், முதற்காற்பகுதி, இரண்டாம் காற்பகுதி, மூன்றாம் காற்பகுதி, நான்காம் காற்பகுதி என வகுக்கலாம். ஒளி ஊடுருவிச் செல்லக்கூடிய தளங்களாலான இப்பகுதிகளில் எதில்

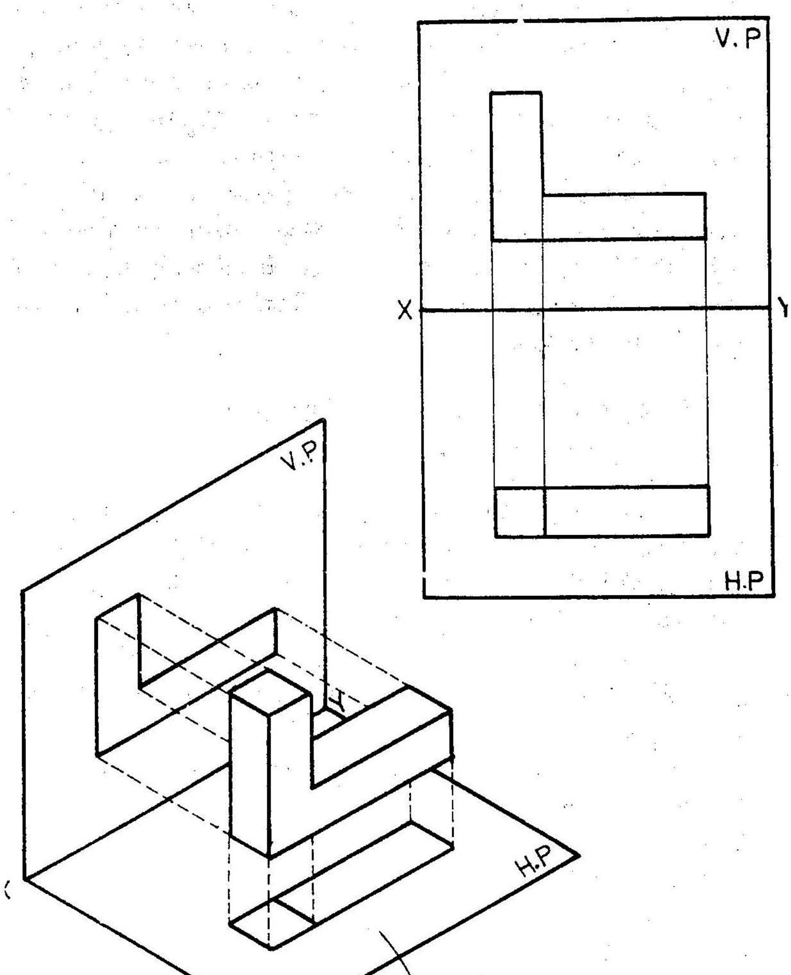
வேண்டுமானாலும் பொருளை வைத்து அப்பொருளின் தோற்றங்களை வரையலாம். அஃதாவது பொருள்கள் கிடைத்தளத்திற்கு மேலும் கீழுமாகவோ, நிலைத்தளத்திற்கு முன்னும் பின்னுமாகவோ அமையும். பொதுவாகப் பொருள்களை முதல் காற்பகுதியிலோ, மூன்றாம் காற்பகுதியிலோ வைத்துத்தான் தோற்றங்களைப் பெறுவர். நிலைத்தளத்தின் மீதும் கிடைத்தளத்தின் மீதும் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை அடைந்த பின்னர், கிடைத்தளம் வலச்சுழியாகக் கீழ்நோக்கிச் சுழற்றப்பட்டு, நிலைத்தளத்துடன் ஒன்றிவிடும். இங்ஙனம் கிடைக்கும் மேற்புறத்தோற்றமும் முன்புறத்தோற்றமும் அப்படியே தாளில் பதிப்பிக்கப்படுகின்றன.

6.2.1 முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம் (First Angle Projection)

முதற்காற்பகுதியில் பொருள் அமைவதாகக் கொண்டோமானால், அப்பொருள் நிலைத்தளத்திற்கு முன்னும் கிடைத்தளத்திற்கு மேலுமாக அமையும். அவ்வாறு அமைந்த பொருளை அப்பொருளுக்கு மேலேயிருந்தும், முன்னே இருந்தும் காணல் வேண்டும். அஃதாவது தளத்திற்கும் காண்பவர்களுக்கும் இடையிலே பொருள் அமைந்திருக்கும். இங்ஙனம் கிடைக்கும் வீழ்ச்சித் தோற்றத்தை முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம் என்று கூறுவர். இத்தகைய வீழ்ச்சித் தோற்றங்களில் முன்தோற்றம் (Front view) முதன்மைக்கோட்டிற்கு (XY line) மேலும், மேல்தோற்றம் (Top view) முதன்மைக் கோட்டிற்குக் கீழும் அமையும் (படம் 6.4).

6.2.2 மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம் (Third Angle Projection)

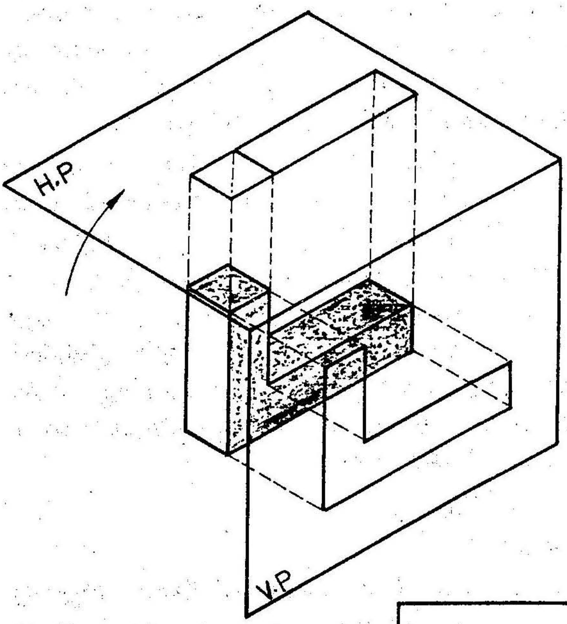
முதற்கோற்பகுதிக்குப் பதிலாக மூன்றாம் காற்பகுதியில் பொருள் அமைவதாகக் கொண்டோமானால், அப்பொருள் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறமாகவும், கிடைத்தளத்திற்குக் கீழ்ப்புறமாகவும் அமைந்திருக்கும். இந்த நிலையில் பொருள் அமைந்து கிடைக்கப்பெறும் வீழ்ச்சித் தோற்றத்திற்கு மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம் என்று பெயர். இவ்வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் காணப்படும்

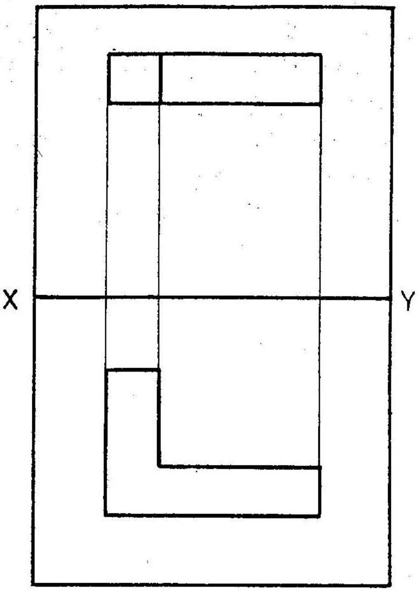


படம் 6.4 முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம்

பொருளுக்கும் காண்பவர்களுக்கும் இடையில் தளங்கள் அமைந்திருக்கும். ஆனால் அத்தளங்கள் ஒளி ஊடுருவிச் செல்லத்தக்கனவாக இருக்கும். வீழ்ச்சித் தோற்றங்களைப் பெற்ற பின்னர், கிடைத்தளம் வலஞ்சுழியாக மேல்நோக்கிச் சுழற்றப்படும்

பொழுது, மேல் தோற்றம் முதன்மைக்கோட்டிற்கு மேற்புறமாகவும், முன்தோற்றம் முதன்மைக் கோட்டிற்குக் கீழ்ப்புறமாகவும் அமையும்.





படம் 6.5
மூன்றாம் கோண
வீழ்ச்சித் தோற்றம்

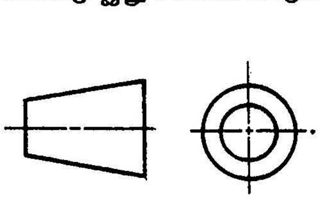
8

முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையும் மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித்தோற்றத்தையும் ஒப்பிடும்போது, ஒரே ஒரு வேறுபாட்டைத் தவிர மட்டுமே காணலாம். தோற்றங்களின் உருவ அமைப்பு, அளவுகள், மறைந்த கோடுகள் போன்ற எவற்றிலும் வேறுபாட்டைக் காண இயலாது. ஒரே ஒரு வேறுபாடு முன்தோற்றமும் மேல்தோற்றமும் முதன்மைக் கோட்டிற்கு எதிரெதிர்ப் பக்கங்களில் அமைந்திருக்கும்.

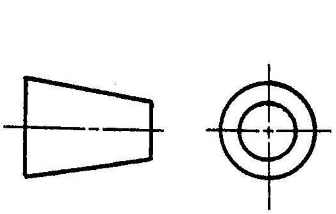
முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தைப் பிரிட்டன் போன்ற நாடுகளில் பயன்படுத்துகின்றனர். மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தை, அமெரிக்காவும் சில ஐரோப்பிய நாடுகளும் பயன்படுத்துகின்றன. சிலகாலம் வரை, இந்தியாவிலும் முதற்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையே பயன்படுத்தி வந்தாலும் இந்தியச் செந்தர நிறுவனம் மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையே இனிமேல் இந்தியாவிலும் பயன்படுத்தலாம் என்று பரிந்துரை செய்துள்ளது. எனவே இந்நூலில் காணப்பெறும் தோற்றங்கள் யாவும் மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்ற முறையிலேயே காணப்பெறும்.

6.2.3 வீழ்ச்சிக் குறியீடு
(Symbol of projection)

நாம் வரையும் வரைபடங்களில் மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையோ முதற்கோணத்தையோ எதை அமைத்தாலும் அத்தோற்றம் எந்த வகையைச் சேர்ந்தது என்று எழுதுவதற்குப் பதிலாக, ஒரு சிறு படத்தின் மூலம் வரைபடத்தாளில் அதற்கென்று, ஒதுக்கப்பட்ட இடத்தில் குறித்திடல் வேண்டும். அதை எங்ஙனம்செய்தல் வேண்டும் என இந்தியத் தர நிருணயக்குழு பரிந்துரை செய்துள்ளதைப் படம்6.6 நன்கு விளக்கும். ஒரு கூம்பின் அடிக் கண்டத்தைக் (Frustum) கொண்டு இது விளக்கப்பட்டுள்ளது.



முதற்கோண வீழ்ச்சித்தோற்றம்



மூன்றாம்கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம்

படம் 6.6

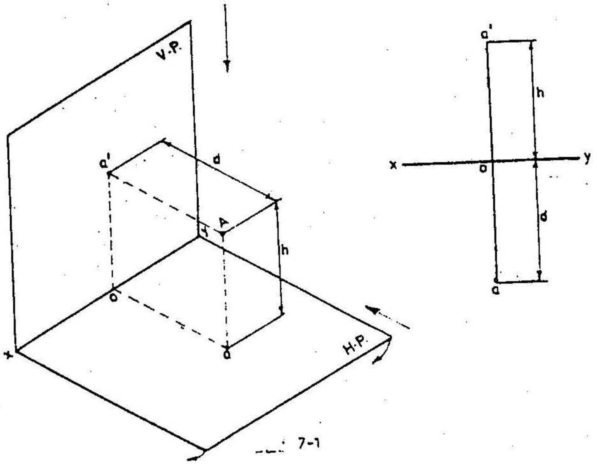
7. புள்ளி நேர்கோடுகளின் வீழ்ச்சி

(PROJECTIONS OF POINTS AND STRAIGHT LINES)

7.1 புள்ளிகளின் வீழ்ச்சி (Projections of points)

ஒரு புள்ளி இரு தளங்களுக்கிடையே விண்வெளியில் அந்தரத்தில் (Space) இருக்கும்பொழுது, அப்புள்ளியின் வீழ்ச்சியைப் பற்றிக் கவனிப்போம். புள்ளி நான்கு காற்பகுதிகளில் எதில் வேண்டுமானாலும் அமையலாம். விண்வெளியில் இருக்கும் புள்ளிக்கு வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து, கிடைத்தளங்களை மட்டுமே வலஞ்சுழியாகச் சுழற்றி அப்புள்ளியின் வீழ்ச்சித் தோற்றத்தைத் தாள்களில் பதிக்க வேண்டும்.

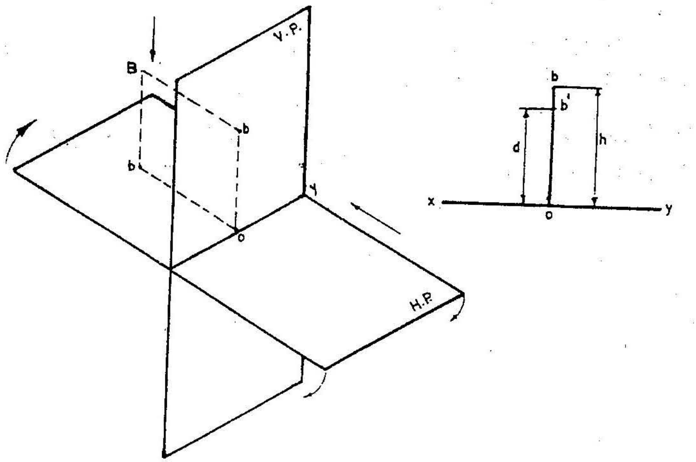
7.1.1 முதற்கால் பகுதியிலுள்ள புள்ளியின் வீழ்ச்சி (Projection of point in the First quadrant)



படம் 7.1

முதற்காற் பகுதியில் விண்வெளியில் A என்னும் ஒரு புள்ளி காட்டப்பட்டுள்ளது. அப்புள்ளி நிலைத்தளத்திற்கு முன்புறமாக d என்னும் தூரத்திலும், கிடைத்தளத்தின் மேலே h என்னும் உயரத்திலும் அமைந்துள்ளது. புள்ளியின் முன்தோற்றமான a′ நிலைத்தளத்திலும் மேல்தோற்றமான a கிடைத்தளத்திலும் அமைந்துள்ளன. கிடைத்தளத்தைச் சுழற்றியபின், வீழ்ச்சிகளின் அமைப்பு (Position) படம் 7.1யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. a′a ஆகிய இரு வீழ்ச்சிகளையும் இணைக்கும் கோடு முதன்மைக்கோட்டினை o என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். a′o என்னும் தூரம் கிடைத்தளத்திற்கு மேல் புள்ளி A கொண்டுள்ள உயரத்திற்குச் சமம். a′o=h அதேபோல oa என்னும் தூரம் நிலைத்தளத்திற்கு முன் புள்ளி A கொண்டுள்ள தூரத்திற்கும் சமம். அதாவது oa=d.

7.1.2 இரண்டாம்காற் பகுதியிலுள்ள புள்ளியின் வீழ்ச்சி

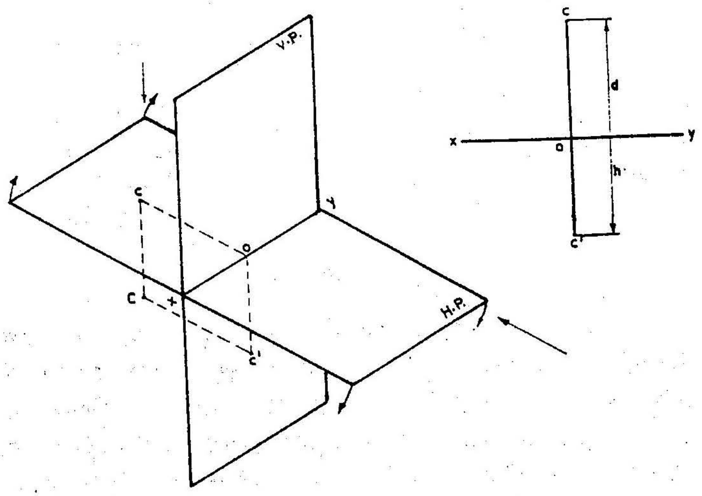


படம் 7.2

இரண்டாம் காற்பகுதியின் விண்வெளியிலுள்ள புள்ளி B கிடைத்தளத்துக்கு மேற்புறத்திலும், நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறத்திலும் அமைந்துள்ளது (படம் 7.2). இப்புள்ளியின் மேல்தோற்றம் b கிடைத்தளத்திலும் முன்தோற்றம் b′ நிலைத்தளத்திலும்

பதிந்துள்ளது கிடைத்தளம் மேல் நோக்கிச் சுழற்றப்படும்பொழுது, அத்தளத்திலமைந்துள்ள வீழ்ச்சி முதன்மைக் கோட்டுக்கு மேலே சென்று விடுகிறது. அதாவது இரண்டு வீழ்ச்சிகளுமே xy கோட்டுக்கு மேலே ob=d, ob′=h என்ற தூரங்களில் அமைந்துவிடுகின்றன.

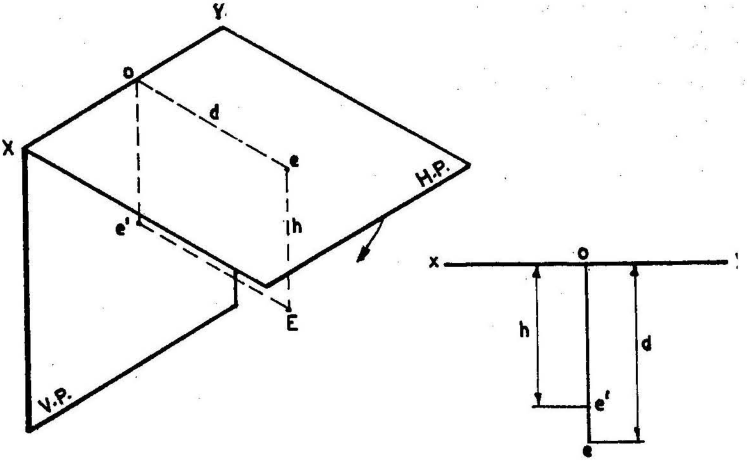
7.1.3 மூன்றாம்காற் பகுதியிலுள்ள புள்ளியின் வீழ்ச்சி



படம் 7.3

மூன்றாம் காற்பகுதியின் விண்வெளியிலுள்ள புள்ளி C கிடைத்தளத்திற்குக் கீழும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்னரும் அமைந்துள்ளது (படம் 7.3). இப்புள்ளியின் மேல்தோற்றம் c கிடைத்தளத்திலும் முன்தோற்றம் c' நிலைத்தளத்திலும் பதிந்துள்ளன. கிடைத்தளம் மேல்நோக்கிச் சுழற்றப்டும்பொழுது, அத்தளத்திலுள்ள வீழ்ச்சி c முதன்மைக் கோட்டுக்கு மேலே d தூரத்திற்குச் சென்றுவிடுகிறது. நிலைத்தளத்திலுள்ள வீழ்ச்சி c′ அதே இடத்தில் மாறாமல் h தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. இவ்வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் மேல் தோற்றம் xy கோட்டுக்கு மேலும், முன்தோற்றம் xy கோட்டுக்குக் கீழும் அமைந்துள்ளன.

7.1.4 நான்காம்காற் பகுதியிலுள்ள புள்ளியின் வீழ்ச்சி



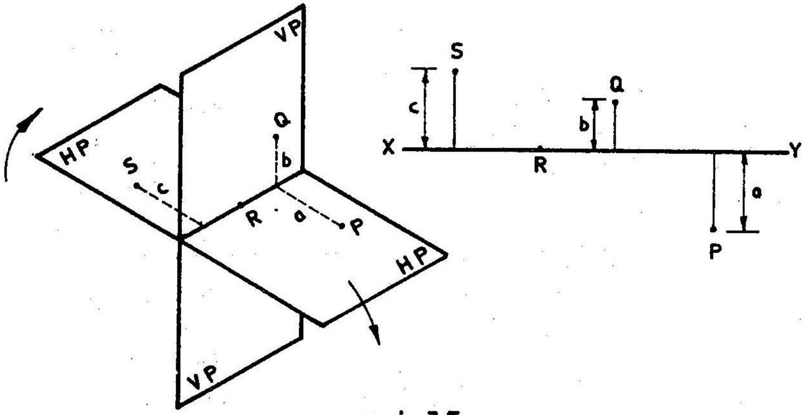
படம் 7.4

நான்காம் காற்பகுதியில் விண்வெளியிலுள்ள புள்ளி நிலைத்தளத்திற்குக் கீழே h தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திற்கு முன்பாக d தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது (படம் 7.4). இப்புள்ளியின் மேல்தோற்றம் e கிடைத்தளத்திலும் முன்தோற்றம் e' நிலைத்தளத்திலும் பதிந்துள்ளன. கிடைத்தளம் கீழ்நோக்கிச் சுழற்றப்படும்பொழுது அத்தளத்திலுள்ள வீழ்ச்சி e முதன்மைக் கோட்டுக்குக் கீழே சென்றுவிடுகிறது. ஆக இரண்டு வீழ்ச்சிகளுமே xyகோட்டுக்குக் கீழே oe = d, oe′= h என்னும் தூரங்களில் அமைந்துவிடுகின்றன.

7.1.5 தளத்தினில் அமைந்த புள்ளியின் வீழ்ச்சி (Projection of point in any of the planes)

1. P என்னும் கிடைத்தளத்தின் மீது, நிலைத்தளத்திலிருந்து தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. இப்புள்ளியின் முன்தோற்றம் xy கோட்டின் மேலும், மேல் தோற்றம் xy கோட்டுக்குக் கீழேயும் அமைந்துள்ளன.

2. Q என்னும் புள்ளி நிலைத்தளத்தின் மேலும் கிடைத்தளத்திலிருந்து b தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. இப்புள்ளியின் முன்தோற்றம் xy கோட்டுக்கு மேல்



படம் 7.5

தூரத்திலும், மேல் தோற்றம் xy கோட்டின் மேலும் அமைந்துள்ளன.

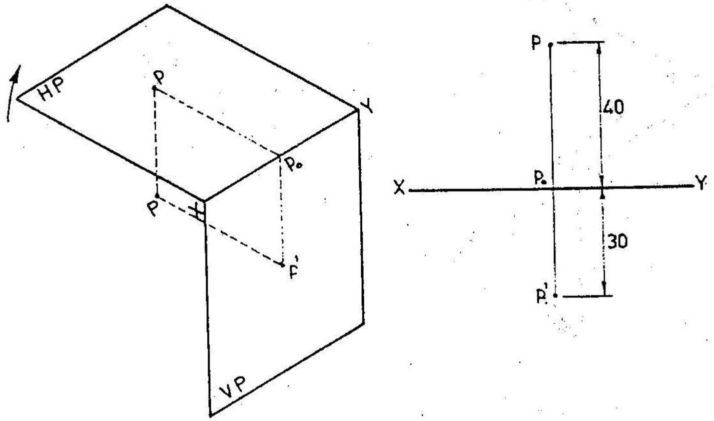
3. S என்னும் புள்ளி கிடைத்தளத்தின் மீது நிலைத்தளத்திலிருந்து c தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. இப்புள்ளியின் முன்தோற்றம் xy கோட்டின் மேலும், மேல் தோற்றம் கோட்டுக்கு மேலே c தூரத்திலும் அமைந்துள்ளன.

4. R என்னும் புள்ளி கிடைத்தளத்தின் மேலும், நிலைத்தளத்தின் மேலும் அமைந்துள்ளது. அதன் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களும் xy கோட்டிலேயே ஒன்றிவிடும்.

எடுத்துக்காட்டு 1

ஒரு புள்ளி P கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 30 மிமீ தூரத்திலும், நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 40 மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. அப்புள்ளியின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

xy என்னும் முதன்மைக் கோட்டை வரைந்து கொள்க. அக்கோட்டிற்கு இருபக்கத்திலும் செங்குத்துக்கோடு ஒன்று வரைக. புள்ளி P கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே இருப்பதனால், புள்ளியின் முன்தோற்றம் முதன்மைக் கோட்டிற்குக் கீழும், அப்புள்ளி நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் இருப்பதனால் புள்ளியின் மேல்தோற் றம் xy கோட்டுக்கு மேலும் அமையும். எனவே முன்தோற்றத்தை p', xy



படம் 7.6

கோட்டுக்குக் கீழே 30மிமீ தூரத்திலும், மேல் தோற்றத்தை p, xy கோட்டுக்கு மேலே 40மிமீ தூரத்திலும் முன்னர் வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோட்டில் பதிக்கவும். இவ்விரு புள்ளிகளே pp' கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி Pயின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களாகும்.

7.2 நேர்கோட்டின் வீழ்ச்சிகள் (Projections of straight line)

நேர்கோடு என்பது என்ன? இரு புள்ளிகளுடக்கிடையே உள்ள மிகக் குறுகிய தூரமே நேர்கோடாகும்.

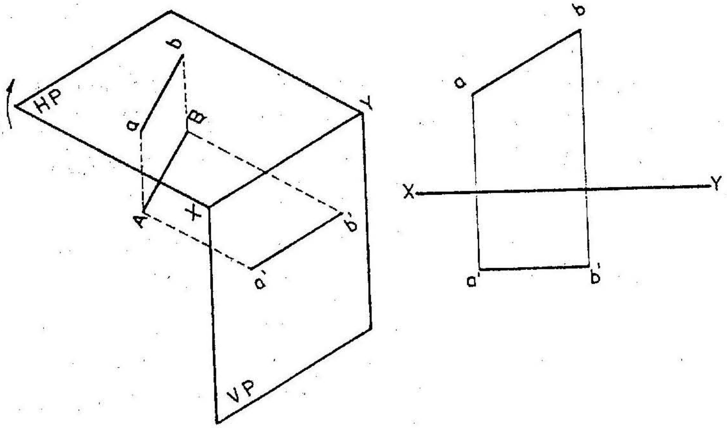
ஆகவே ஒரு நேர்கோட்டின் வீழ்ச்சிகளை வரைய முற்படும்பொழுது, அதன் முனைகளான இரு புள்ளிகளின் வீழ்ச்சிகளை முதலில் வரைந்து கொள்ள வேண்டும். பிறகு முனைகளில் அவ்வவ் வீழ்ச்சிப் புள்ளிகளை இணைத்தால், அந்த மு னைகளை உள்ளடக்கிய நேர்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் கிடைக்கும்.

ஒரு நேர்கோட்டின் வீழ்ச்சி, இரு தளங்களுக்கிடையே அக்கோடு எந்த நிலையில் அமைந்துள்ளது என்பதைப் பொறுத்தே அமையும். பொதுவாகக் கோடு அமையக்கூடிய நிலைகள் எனக் கீழே கண்டவற்றைக் கூறலாம்.

1. இரு தளத்திற்கும் இணையாகவோ, ஏதாவது ஒரு தளத்திற்கு மட்டும் இணையாகவோ கோடு அமைதல். (Line parallel to one or both planes)
2. இரு தளங்களின் அல்லது ஏதாவது ஒரு தளத்தின் மீது மட்டும் கோடு அமைதல். (Line situated in one or both planes)
3. ஏதாவது ஒரு தளத்திற்கு மட்டும் செங்குத்துக்கோடு அமைதல். (Line perpendicular to one of the planes)
4. ஒரு தளத்திற்கு இணையாகவும் மற்றத் தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் கோடு அமைதல் (Line parallel to one plane and inclined to the other plane)
5. இரு தளத்திற்குமே சாய்வாகக் கோடு அமைதல். (Line inclined to both planes) மேலே குறிப்பிட்ட ஏதாவது ஒரு நிலையில் கோடு அமையும்பொழுது, அக்கோடுகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை எங்ஙனம் தாளில் வரைவது எனக் காணலாம்.

7.2.1 இரு தளத்திற்குப் இணையாகவோ, ஏதாவது ஒரு தளத்திற்கு மட்டும் இணையாகவோ கோடு அமைதல்

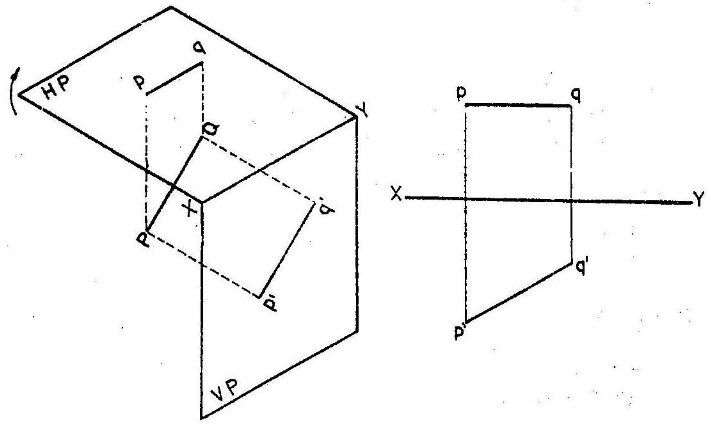
7.2.1.1 கிடைத்தளத்திற்கு மட்டும் இணையாகக் கோடு அமைதல் (Line parallel to H.P.)



படம் 7.7

கிடைத்தளத்திற்கு (HP) இணையாக AB என்னும் கோடு அமைந்துள்ளது. படத்தில் ab என்னும்கோடு கொடுக்கப்பட்ட ABயின் மேல் தோற்றமாகும். மேல் தோற்றத்தில் நீளம், AB என்னும் கோட்டின் உண்மையான நீளத்திற்குச் சமம். கோட்டின் முன்தோற்றம் a'b', xy கோட்டுக்கு இணையாக உள்ளது.

7.2.1.2 நிலைத்தளத்திற்கு மட்டும் இணையாகக் கோடு அமைதல் (Line parallel to V.P.)

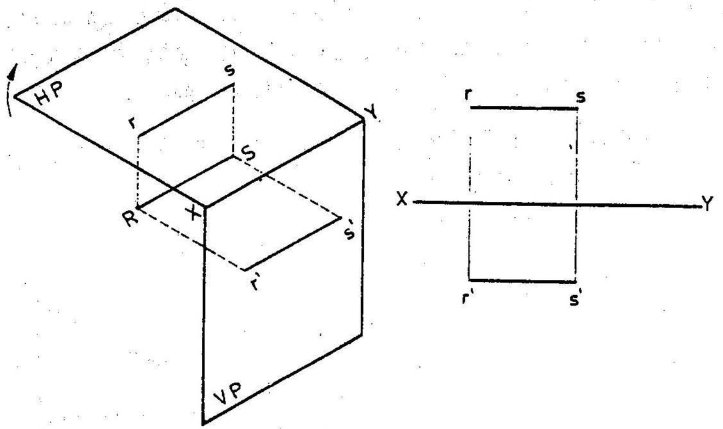


படம் 7.8

நிலைத்தளத்திற்கு (VP) இணையாக PQ என்னும் கோடு அமைந்துள்ளது. இக்கோட்டின் முன்தோற்றமான p'q', xy கோட்டுக்குக் கீழே, PQயின் உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமாக அமைந்துள்ளது. மேல் தோற்றமான pq, xy கோட்டுக்கு இணையாக உள்ளது.

7.2.1.3 இரு தளத்திற்குமே இணையாகக் கோடு அமைதல் (Line parallel to both HP and VP)

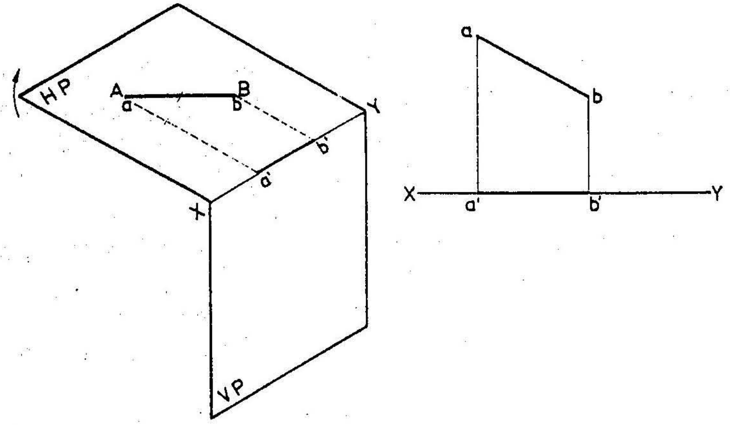
இரண்டு தளத்திற்குமே இணையாக RS என்னும் கோடு அமைந்துள்ளது. இக்கோட்டின் மேல் தோற்றமான rs முன்தோற்றமான r's' ஆகிய இரண்டுமே xy கோட்டுக்கு இணையாக இருப்பதுடன் அத்தோற்றங்களின் நீளம், கோடு RSயின் உண்மை நீளத்திற்குச் சமமாக இருக்கும்.



படம் 7.9

7.2.2 இரு தளங்களின் மீது அல்லது ஏதாவது ஒரு தளத்தின் மீது கோடு அமைதல்.

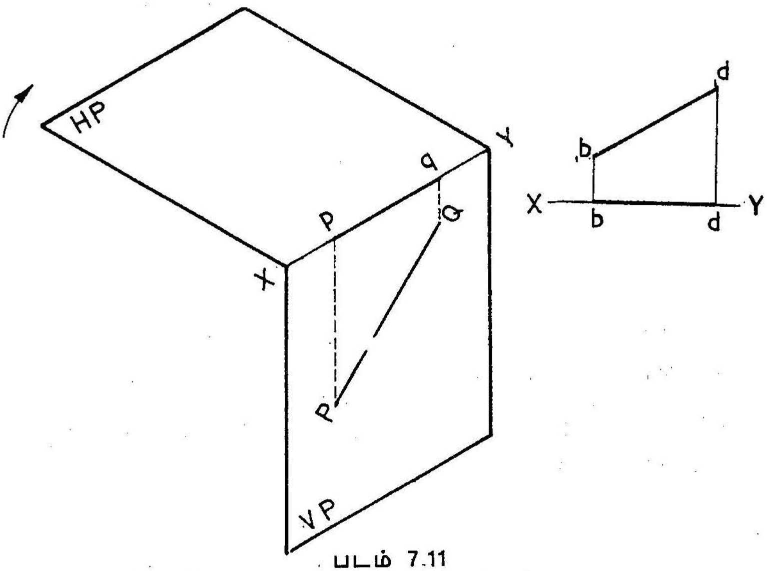
7.2.2.1 கிடைத்தளத்தின் மீது மட்டும் கோடு அமைதல் (Line situated in HP)



படம் 7.10

AB என்னும் கோடு கிடைத்தளத்தில் அமைந்துள்ளது. ஆகவே அதன் மேல் தோற்றம் ab அக்கோட்டுடனேயே ஒன்றியிருக்கிறது. கோட்டின் உண்மை நீளமும், மேல்தோற்றத்தின் நீளமும் ஒன்றேயாகும். முன்தோற்றம் a'b', xy கோட்டிலேயே அமைந்துள்ளது.

7.2.2.2 நிலைத்தளத்தின் மீது மட்டும் கோடு அமைதல் (Line situated in VP)



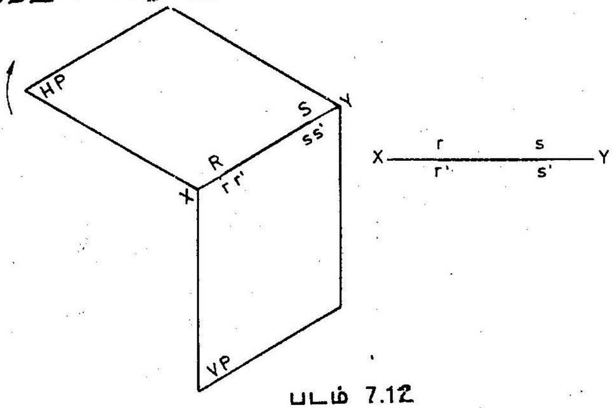
படம் 7.11

PQ என்னும் கோடு நிலைத்தளத்தில் அமைந்துள்ளதால், அதன் முன்தோற்றம் p'q' xy கோட்டுடனேயே ஒன்றி அமைகிறது. முன்தோற்றத்தின் நீளம், கோட்டின் உண்மையான நீளத்திற்குச் சமமாகும். மேல்தோற்றம் PQ முதன்மைக்கோட்டிலேயே அமைந்துள்ளது.

7.2.2.3 இரு தளங்களின் மீது கோடு அமைதல் (Line situated in both HP & VP)

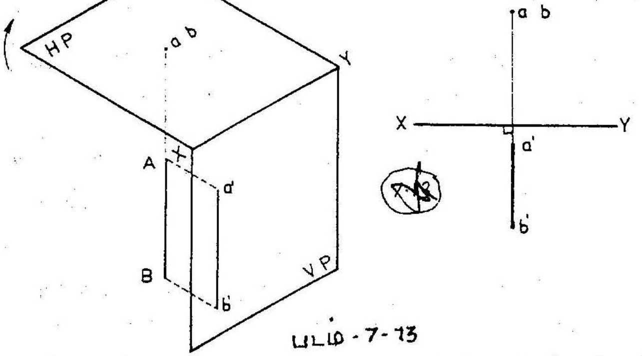
கிடைத்தளம், நிலைத்தளம் ஆகிய இருதளங்களின் மீதும், கோடு அமைந்துள்ளது என்றால் என்ன பொருள்? கோடு இவ்விரு தளங்களும் சந்திக்கும் கோடான xy என்ற கோட்டின் மீதே அமைந்துள்ளது. ஆகவே கோட்டின், மேல் தோற்றம் முன்தோற்றம் ஆகிய இரண்டுமே கோட்டின் உண்மையான நீளத்தில் xy கோட்டின் மீது அமைந்துவிடும்.

7.2.3 ஏதாவது ஒரு தளத்திற்கு மட்டும் செங்குத்துக்கோடு அமைதல்



படம் 7.12

7.2.3.1 கிடைத்தளத்திறகுச் செங்குத்தாகக் கோடு அமைதல் (Line perpendicular to HP)

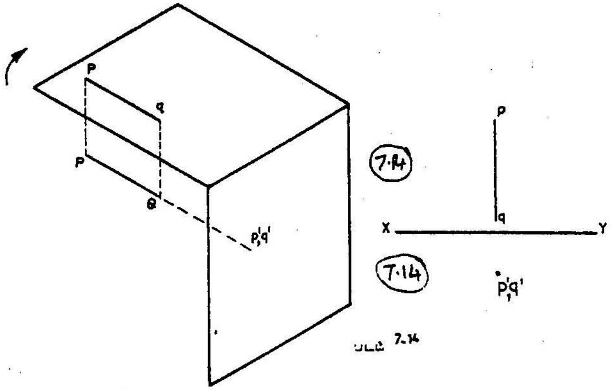


படம் - 7- 13

AB என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதால், அதன் இரு முனைகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று சேர்வது போலக் கோட்டில் மேல்தோற்றம் ஒரு புள்ளியாகத் தெரியும். கோட்டின் முன்தோற்றம் கோட்டின் உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமாக xy கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக அமையும்.

7.2.3.2 நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகக் கோடு அமைதல் (Line perpendicular to VP)

PQ என்னும் கோடு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைவதால், அதன் இரு முனைகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று சேர்வது



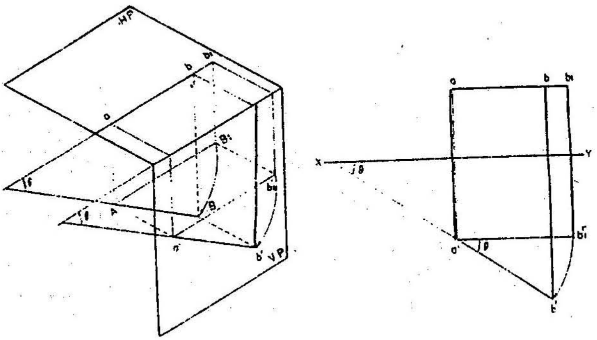
படம் 7.14

போலக் கோட்டின் முன்தோற்றம் ஒரு புள்ளியாகத் தெரியும். கோட்டின் மேல்தோற்றம் pq கோட்டின் உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமாக xy கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக அமையும்.

7.2.4 ஒரு தளத்திற்கு இணையாகவும், மற்றத் தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் கோடு அமைதல்

7.2.4.1 நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் கோடு அமைதல் (Line parallel to VP and inclined to HP)

AB என்னும் கோடு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு Q என்னும் கோண அளவில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. இந்த நிலையிலுள்ள கோட்டுக்கு வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வரைய வேண்டுமெனில், முதலில் கோடு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக இருப்பதாகக் கொள்ளவேண்டும். இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ள AB என்னும் கோட்டின் மேல் தோற்றம் ab முன்தோற்றம் a'b' ஆகிய இரண்டுமே கோட்டின் உண்மையான நீளத்தில் கோட்டுக்கு இணையாக அமைந்துள்ளன. A என்னும் முனையை அப்படியே வைத்துக்கொண்டு முனை Bஐ திருப்பும்



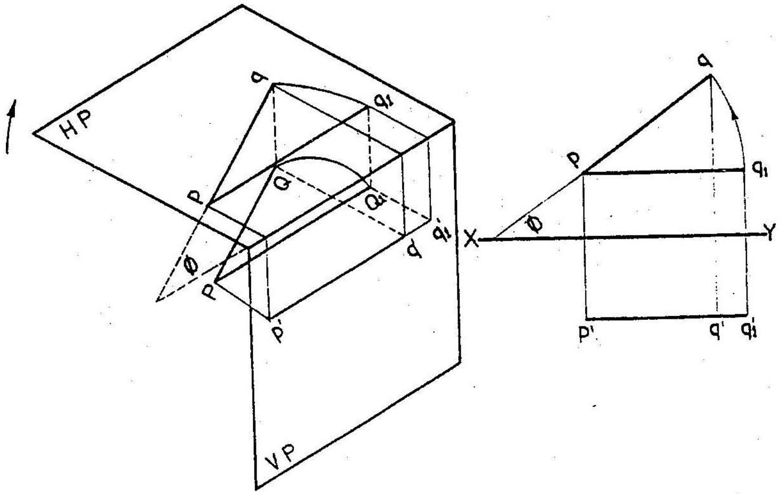
படம் 7.15

பொழுது நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இடைத்தளத்திற்கு θ கோண அளவில் சாய்வாகக்கோடு வரும் வரையில் திருப்ப வேண்டும். இங்ஙனம் திரும்பிய பிறகு கோட்டின் நிலை AB என்று அமைந்திருப்பதைக் காணலாம் (படம் 7.15).

மேற்கண்டவாறு திரும்பும்பொழுது $a'b_1'$, என்றிருந்த முன்தோற்றம் a'b' ஆகவும், ab_1 ஆக இருந்த மேல்தோற்றம் ab ஆகவும் மாறுவதைக் காணலாம். முன்தோற்றமான a'b'. xy கோட்டுக்கு θ என்னும்கோணத்தின் சாய்திருப்பதுடன் அதன் நீளம் கோட்டின் உண்மையான நீளத்திற்குச் சமமாக இருப்பதையும் அறியலாம். இங்ஙனம் கொடுக்கப்பட்ட AB என்னும்கோட்டின் முன்தோற்றம் a'b' மேல்தோற்றம் ab ஆகிய இரண்டும் வரையப்படுகின்றன.

7.2.4.2 கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும், நிலைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் கோடு அமைதல் (Line parallel to HP and inclined to VP)

PQ என்னும்கோடு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு ϕ என்னும் கோண அளவில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. இக்கோட்டிற்கு வீழ்ச்சித்தோற்றங்கள் வரைவதற்கு முன்னோடியாக அக்கோட்டினை இரு தளங்களுக்குமே இணையாகக்



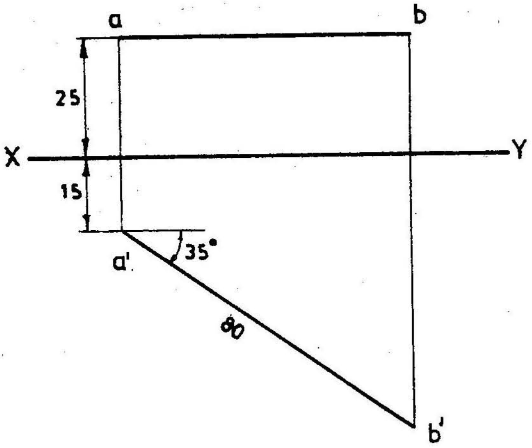
படம் 7.16

கொள்ள வேண்டும். இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ள PQ_1 என்னும் கோட்டின் மேல்தோற்றம் PQ_1 முன்தோற்றம் $P'Q_1'$, ஆகிய இரண்டுமே, கோட்டின் உண்மையான நீளத்தில் xy கோட்டுக்கு இணையாக அமைந்துள்ளன. P என்னும் முனையை அப்படியே வைத்துக் கொண்டு முனை Qஐ திருப்ப வேண்டும். இதனை நிலைத்தளத்திற்கு ϕகோண அளவில் கோடு வரும் வரையில் திருப்ப வேண்டும். இங்ஙனம் திருப்பிய பிறகு கோட்டின் நிலை PQ என்று அமைந்திருப்பதைக் காணலாம் (படம் 7.16).

மேல் கண்டவாறு திருப்பும் பொழுது PQ_1 என்றிருந்த மேல் தோற்றம் PQ ஆகவும் $P'Q_1'$ என்றிருந்த முன்தோற்றம் P'Q' ஆகவும் மாறுவதைக் காணலாம். மேல்தோற்றமான PQ, xy கோட்டுக்கு ϕ என்னும் கோணத்தின் சாய்ந்திருப்பதுடன் அதன் நீளம் கோட்டின் உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமாக இருப்பதையும் அறியலாம். இங்ஙனம் கொடுக்கப்பட்ட PQ என்னும் கோட்டுக்கு மேல்தோற்றம் PQ முன்தோற்றம் P'Q' ஆகிய இரண்டும் வரையப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2

80மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோட்டின் ஒரு முனை, நிலைத்தளத்திற்குக் கீழே 15மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக 25மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ள இக்கோடு, கிடைத்தளத்துடன் 35^0 கோணம் சாய்ந்துள்ளது. கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



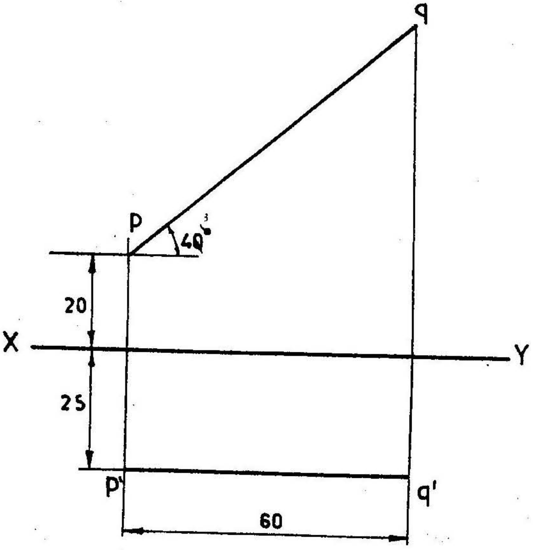
படம் 7.17

கோட்டின் ஒரு முனை கிடைத்தளத்திற்கு 15மிமீ கீழே அமைந்துள்ளதால், அம்முனையின் முன்தோற்றமும் xy கோட்டுக்குக் கீழே 15மிமீ தூரத்தில் அமையும். எனவே xy கோட்டிலிருந்து 15மிமீ தூரத்தில் ஒரு புள்ளியை எடுத்துக்கொண்டு, அதன் வழியாக 35^0 கோணத்தில் ஒரு சாய்கோடு வரைக. AB என்னும் கோடு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதால் கோட்டின் முன்தோற்றம் 80மிமீ நீளம் இருப்பதுடன், கோட்டின் மேல்தோற்றம் xy கோட்டுக்கு இணையாகவும் இருக்கும். எனவே வரையப்பட்ட சாய்கோட்டில் 80மிமீ வைத்து அடுத்த புள்ளியை வைத்துக் கோட்டின் முன்தோற்றமான a'b'ஐ வரைக. கோடு AB நிலைக்கோட்டிலிருந்து 25மிமீ தூரத்தில் இணையாக அமைந்திருப்பதால், xy கோட்டிலிருந்து இணையாக 25மிமீ தூரத்தில் ஒரு கோடு வரைக. a'b'களிலிருந்து வரையும் வீழ்ச்சிக்கோடுகள், இந்த இணைகோட்டை ab என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். கோடு abயே கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் மேல்தோற்றமாகும்.

௯

எடுத்துக்காட்டு 3

PQ என்னும் கோட்டின் ஒரு முனை நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 20மிமீ தூரத்திலும், கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 25மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்திற்கு 40^0 சாய்வாகவும் இணையாகவும் உள்ள இக்கோட்டின் முன்தோற்றம், 60மிமீ நீளம் அமைந்துள்ள கோட்டின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வரைந்து அதன் உண்மை நீளத்தைக் கண்டுபிடி.



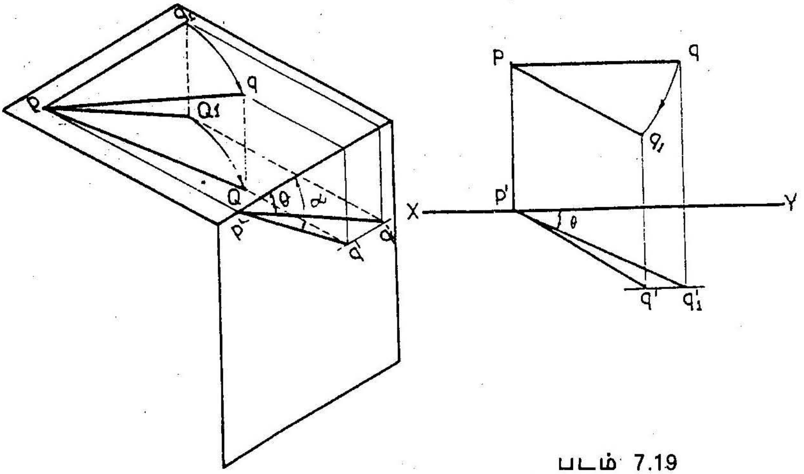
படம் 7.18

கோட்டின் ஒரு முனையான P நிலைத்தளத்திலிருந்து 20மிமீ தூரத்திலும் கிடைத்தளத்திலிருந்து 25மிமீ தூரத்திலும் இருப்பதால், அம்முனையின் முன்தோற்றமான P′ என்னும் புள்ளி xy கோட்டுக்குக் கீழே 25மிமீ தூரத்திலும், மேல்தோற்றமான P என்னும் புள்ளி xy கோட்டுக்கு மேலே 20மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளன. நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக PQ என்னும் கோடு அமைந்திருப்பதால், அக்கோட்டின் முன்தோற்றம் xy கோட்டுக்கு இணையாகவே இருக்கும். எனவே 6Cமிமீ நீளத்தில் P′ என்னும் புள்ளி வழியாக xy கோட்டுக்கு இணையாக P′Q′ என்னும்கோட்டின் முன்தோற்றத்தை வரைக. Q' என்னும் புள்ளியின் வழியாக வீழ்ச்சிக்கோடு வரைக. புள்ளி P வழியாக xy கோட்டுக்கு 40^0 கோணத்தில் ஒரு சாய்கோடு வரைக. இக்கோடு

Q' வழியாக முன்பு வரையப்பட்டிருந்த வீழ்ச்சிக்கோட்டை q என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். கோடு pq என்பது கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் மேல் தோற்றமாகும். கோடு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதால், கோட்டின் மேல் தோற்றத்தின் நீளம் கோட்டின் உண்மை நீளத்திற்குச் சமமாக இருக்கும். ஆகவே pq என்னும் மேல்தோற்றத்தின் நீளமே கோட்டின் உண்மையான நீளம் ஆகும். அதனை அளந்து விடை தருக.

7.2.5 இருதளத்திற்குமே சாய்வாகக் கோடு அமைதல் (Line inclined to both the planes)

இரு தளங்களுக்குமே சாய்வாக அமையக்கூடிய வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும் முறையை இரண்டு முறையில் அணுகலாம். ஒன்று கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் முதலில் அமைத்துக் கொண்டு பிறகு, கிடைத்தளச் சாய்வு கோணத்தை அப்படியே வைத்துக் கொண்டு, கோட்டினை நிலைத்தளத்திற்கும் சாய்வாக மாற்றியமைக்கும் முறை. இரண்டாவது, கோட்டினை நிலைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் கிடைத்தளத்திறகு இணையாகவும் முதலில் அமைத்துக்கொண்டு, பின்பு நிலைத்தளச் சாய்வு கோணத்தை மாற்றாமல், கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகக் கோட்டினை மாற்றியமைக்கும் முறை. முதல் முறையைக் கையாண்டு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை அமைக்கும் முறையைக் காணலாம்.



படம் 7.19

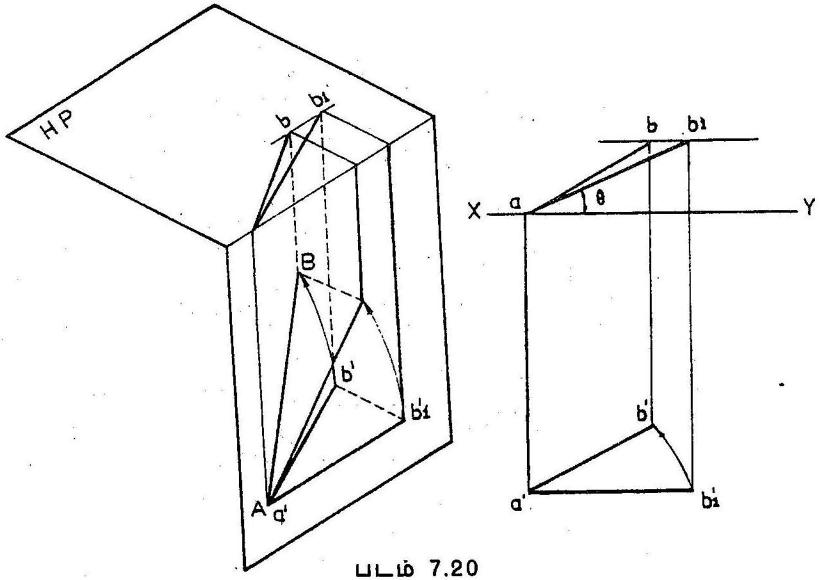
PQ என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்கு ϕ என்னும் கோண அளவில் சாய்வாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது. கோட்டின் ஒரு முனையான P கிடைத்தளத்திலேயே உள்ளது. கோட்டின் மேல்தோற்றம் pq_1 கோட்டின் உண்மையான நீளத்தைவிடக் குறைவாக இருப்பதுடன், xy கோட்டுக்கு இணையாகவும் இருக்கும். ஆனால் கோட்டின் முன்தோற்றமான p'q' கோட்டின் உண்மை நீளத்துக்குச் சமமாக இருப்பதுடன், xy கோட்டின் ϕ என்னும் கோண அளவில் சாய்ந்திருக்கும்.

P என்னும் முனையையும், கோட்டின் சாய்வு கோணமான ϕஐயும், மாற்றாமல் Q என்னும் முனையைக் கொடுக்கப்பட்ட நிலைக்குத் திருப்பும்பொழுது, கோட்டின் இறுதி வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் கிடைக்கப் பெறும். இந்த நிலையில் கோடு கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாக இருப்பதுடன், நிலைத்தளத்திற்கும் சாய்வாக அமைவதைக் காணலாம்.

மேல்தோற்றத்தின் நீளம் மாறாமல், அதன் முனை q_1 மட்டும் q புள்ளிக்கு மாறுவதால், p என்னும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, pq_1 ஆரத்தில் வரையப்படும் வில்லின் உதவிகொண்டு புள்ளி qயை அமைக்கலாம். ஆனால் முன்தோற்றத்தின் நீளம் மாறினாலும், கோட்டின் ஒரு முனையான q'xy கோட்டுக்குக் கீழே மாறாத தூரத்திலேயே அமைந்திருக்கும். xy கோட்டுக்கு அத்தூரத்தில் இணையாக ஒரு கோடும் மேல்தோற்றத்திலுள்ள qயிலிருந்து வரையப்படும் வீழ்ச்சிக் கோடும் சந்திக்கும் புள்ளியே q'ஆகும். ஆகவே PQ என்பது மேல்தோற்றமாகவும் p'q' முன்தோற்றமாகவும் அமையும்.

அடுத்துக் காணப்போகும் முறையில் AB என்னும்கோடு, நிலைத்தளத்திற்கு, ϕ என்னும் கோண அளவில் சாய்வாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது.

கோட்டின் முன்தோற்றம் a'b' கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் நீளத்தைவிடக் குறைவாக இருப்பதுடன் xy கோட்டிற்கு இணையாகவும் இருக்கும். ஆனால் கோட்டின் மேல்தோற்றம் ab_1 கோட்டின் உண்மையான நீளத்திற்குச் சமமாக இருப்பதுடன் xy கோட்டிற்கு θ என்னும் கோணத்திற்குச் சாய்வாகவும் அமைந்திருக்கும். A என்னும் முனையை நிலைத்தளத்திலேயே இருத்திக்கொண்டு, கோட்டின் சாய்வுக்கோணமான θஐ மாற்றாமல் மறுமுனையான Bஐக்

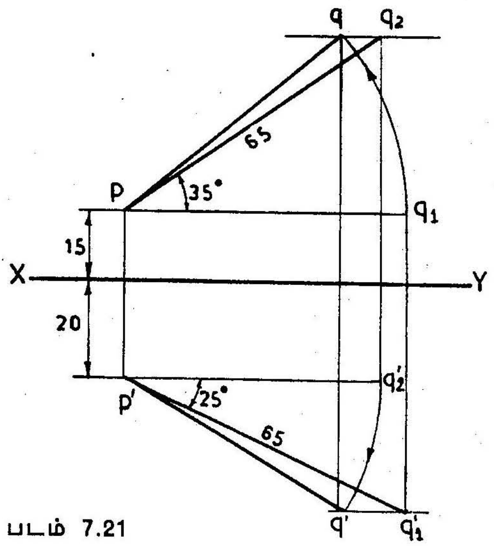


படம் 7.20

கொடுக்கப்பட்ட நிலைக்கும் திருப்பும்பொழுது கோட்டின் இறுதி வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் கிடைக்கப்பெறும். முன்தோற்றத்தின் நீளம் மாறாமலிருப்பதால், a_1ஐ மையமாகக் கொண்டு $a_1b'_1$ ஆரத்தைக் கொண்டு வரையப்படும் வில்லின் உதவியால், இறுதியான முன்தோற்றம், அதாவது a_1b_1 கிடைக்கப்பெறும். கிடைத்தளத்திலிருந்து மறுமுனையான Bயின் தூரம் மாறாமலிருப்பதால் மேல்தோற்றத்தின் நீளம் மாறினாலும் xy கோட்டிலிருந்து புள்ளி bயின் நீளம்மாறுவதில்லை. எனவே xy கோட்டுக்கு b_1 வழியாக வரையப்படும் இணைகோடும், b'யிலிருந்து வரையப்படும் வீழ்ச்சிக் கோடும் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியே bஆகும். ஆகவே AB என்னும் கோட்டுக்கு ab மேல்தோற்றமாகவும் a'b' முன்தோற்றமாகவும் அமையப்பெறுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 4

65மிமீ நீளமுள்ள PQ என்னும் கோட்டின் ஒரு முனை நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 15மிமீ தூரத்திலும், கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 20மிமீ தூரத்திலும் கிடைத்தளத்திற்கு 25^0 கோண அளவிலும், நிலைத்தளத்திற்கு 35^0 கோண அளவிலும் அக்கோடு சாய்ந்துள்ளதெனில், அதன் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.



படம் 7.21

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டின் ஒரு முனையான Pஇன் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை xy கோட்டுக்கு மேலேயும் கீழேயும் முறையே 15மிமீ, 20மிமீ, 20மிமீ தூரத்தில் பதித்திடுக. அப்புள்ளிகளுக்கு pp' எனப் பெயரிடுக.

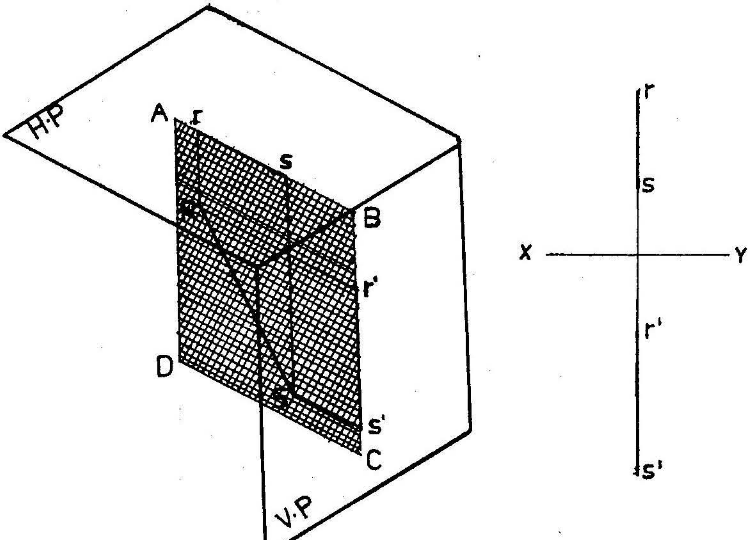
அக்கோடு கிடைத்தளத்திற்கு 25^0 கோண அளவிலும், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைவதாகக் கொண்டால், அதன் முன்தோற்றம் xy கோட்டுக்கு 25^0 கோணத்தில் மையத்துடன், அதன் நீளம் கோட்டின் உண்மை நீளமான 65மிமீ ஆகவே அமைந்திருக்கும். P_1Q_1 புள்ளியிலிருந்து மேல் நோக்கி வரையப்படும் கோட்டின் உதவியால் கிடைக்கும் pq_1' என்னும் கோடு p_1q_1யின் மேல்தோற்றமாகும். ஆனால் இந்த மேல்தோற்றம் இறுதியான விடையாகாது.

பிறகு நிலைத்தளத்திற்கு 35^0 கோண அளவிலும், கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அக்கோடு அமைவதாகக் கொண்டால் அதன் மேல் தோற்றம் xy கோட்டுக்கு 35^0 கோணத்திலமைவதுடன், அதன் நீளம் கோட்டின் உண்மையான நீளமாகவே இருக்கும் pq_2 புள்ளி q_2யிலிருந்து கீழே வரையப்படும் கோட்டின் உதவியால் $p'q_2'$ என்னும் கோடு pq_2யின் முன்தோற்றமாகும்.

pயினை மையமாகக் கொண்டு pq_1 ஆரத்தில் வரையப்படும் வில், xyயிற்கு இணையாக q_2 வழியாக வரையப்படும் கோட்டினை q என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். pq என்னும் கோடே கொடுக்கப்பட்ட PQ என்னும் கோட்டின் மேல்தோற்றமாகும்.

மேற்கண்டவாறே p'யினை மையமாகக் கொண்டு $p_1'q_2'$ வரையப்படும் வில் xyயிற்கு இணையாக q'_1 வழியாக வரையப்படும் கோட்டின் q_1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். p'q' என்னும் கோடுதான் கொடுக்கப்பட்ட PQ என்னும் கோட்டின் முன்தோற்றமாகும்.

7.2.6 இருதளங்களுக்குமே செங்குத்தாக அமைந்துள்ள மற்றொரு கோடு அமைத்தல்.



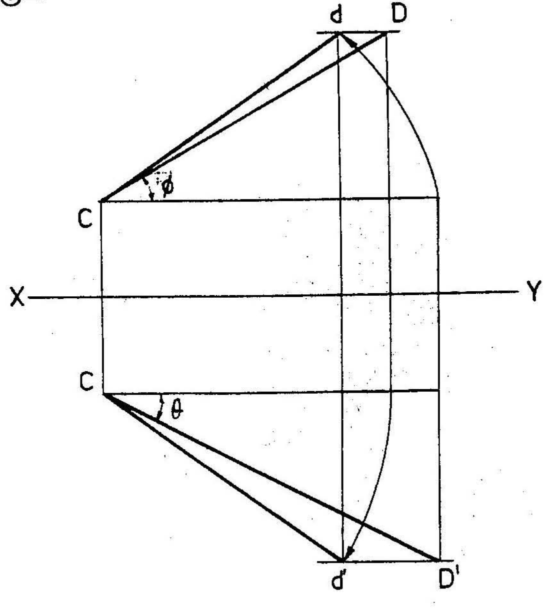
படம் 7.22

மேற்கண்ட படத்தில் காணப்படும் இரு தளங்களுக்குமே செங்குத்தாக ABCD என்னும் மற்றொரு தளம் அமைந்திருத்தலைக் காணலாம். இத்தளத்தில் உள்ள RS என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்கு ϕ என்னும் கோணத்திலும் நிலைத்தளத்திற்கு θ என்னும் கோணத்திலும் அமைந்துள்ளது. (இவ்விரு கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 90^0 ஆகும்). RS என்னும் கோட்டின் மேல்தோற்றம் rsஎனவும் முன் தோற்றம் r's' எனவும் வரையப்பட்டிருத்தலைப் படத்தில் காணலாம்.

7.3 கோட்டின் உண்மையான நீளத்தையும் அதன் சாய்வு கோணங்களையும் கண்டுபிடித்தல் (True length of a straight line and its inclination)

ஒரு கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றத்திலிருந்து, அக்கோட்டின் உண்மையான நீளத்தையும், அக்கோடு கிடைத்தளம், நிலைத்தளம் ஆகிய இரு தளங்களுடன் ஏற்படுத்திய கோண அளவுகளையும் கணக்கிட இருமுறைகள் உள்ளன.

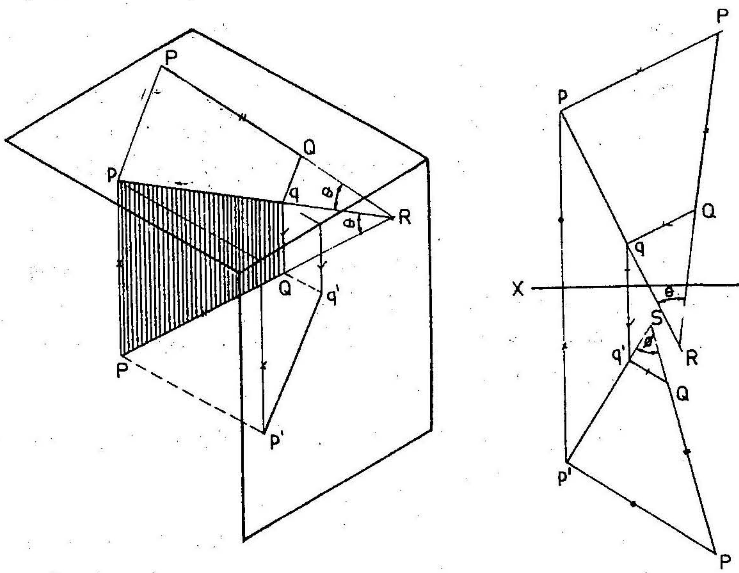
பகுதி 7.2.5யில் விரிந்துரைக்கப்பட்ட முறைக்கு எதிர்மறையாக வரைந்து தீர்வு காணுதல் ஒரு முறையாகும். கீழ்க்கண்ட படம் இதனை நன்கு விளக்கும்.



படம் 7.23

மேலே காணப்படும் படத்தில், கோட்டின் உண்மையான நீளம் CD எனக் குறிக்கப்பெற்றுள்ளது. அத்துடன் அக்கோடு, கிடைத்தளத்துடன் ϕ என்னும் கோண அளவிலும் நிலைத்தளத்துடன் θ என்னும்கோண அளவிலும் அமைந்துள்ளதையும் காணலாம்.

இரண்டாவது முறையில் நாற்கர அட்டை ஒன்றைக் கற்பனையில் உருவாக்கிக் கோட்டின் உண்மை நீளத்தையும் கோண அளவுகளையும் கணக்கிடலாம்.



படம் 7.24

ஒரு கோட்டின் உண்மையான நீளம் PQ எனில், அக்கோட்டின் மேல்தோற்றம் pq எனவும் முன்தோற்றம் p'q' எனவும் வரையப்படுகின்றன. கோடும் அதன் மேல் தோற்றமும் அடங்கிய ஒரு நாற்கரத்தை கற்பனை செய்யும்பொழுது, நமக்கு PQqp என்னும் உருவம் கிடைக்கிறது. இந்தக் கற்பனை நாற்கரத்தைக் கிடைத்தளத்தின் மீது பரப்பும்பொழுது, நமக்குக் கோட்டின் உண்மையான நீளமும், இக்கோடு, கிடைத்தளத்துடன் ஏற்படுத்திய சாய்வு கோணம் கிடைக்கின்றன.

PQqp என்னும் நாற்கரத்தில், pP என்னும் தூரம் xy கோட்டுக்கும் p' என்னும் புள்ளிக்கும் இடைப்பட்ட தூரமாகும். அதே போல qQ என்னும் தூரம் xy கோட்டுக்கும் q_1' என்னும் புள்ளிக்கும் இடையே உள்ள தூரமாகும். எனவே இந்த அளவுகளைக் கொண்டு மேல் தோற்றத்திலிருந்து வரைதல் போலவே முன் தோற்றத்தைக்

கொண்டு வரைந்து, அதிலிருந்து கோட்டின் உண்மையான நீளத்தையும், கோடு நிலைத்தளத்துடன் உண்டாக்கிய கோண அளவையும் θ கணக்கிடலாம்.

7.3.1 கோட்டின் தளக்குறிகள் (Traces of line)

இரு தளங்களுக்கிடையே ஒரு கோடு அமையும்போது, அதனை நீட்டித்தால் அக்கோடு, ஒரு தளத்தையோ, இரு தளங்களையுமோ சந்திக்கும். அங்ஙனம் ஒரு கோடு, தளத்தினைத் தொடுகின்ற புள்ளியைத் 'தளக்குறி'(Trace) எனக் கூறுவர்.

கிடைத்தளத்தினைக் கோடு சந்திப்பதால் உண்டாகும் புள்ளி 'கிடைத்தளக்குறி'(Horizontal trace-HT) எனவும் நிலைத்தளத்தினைக் கோடு சந்திப்பதால் உண்டாகும் புள்ளி 'நிலைத்தளக்குறி' (Vertical trace-VT) எனவும் குறிக்கப்பெறுகின்றன.

ஏழாவது இயலில் இதுவரை அறிந்தவற்றைக் கொண்டு கீழ்க்கண்ட உண்மைகளை உணரலாம்.

1) கிடைத்தளம். நிலைத்தளம் ஆகிய இரண்டிற்குமே இணையாக ஒரு கோடு அமையுமானால், அக்கோட்டிற்கு எந்தத் தளக்குறியும் கிடையாது.

2) கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் ஒரு கோடு அமையுமானால், அக்கோட்டிற்குக் கிடைத்தளக்குறி மட்டுமே உண்டு. நிலைத்தளக்குறி கிடையாது.

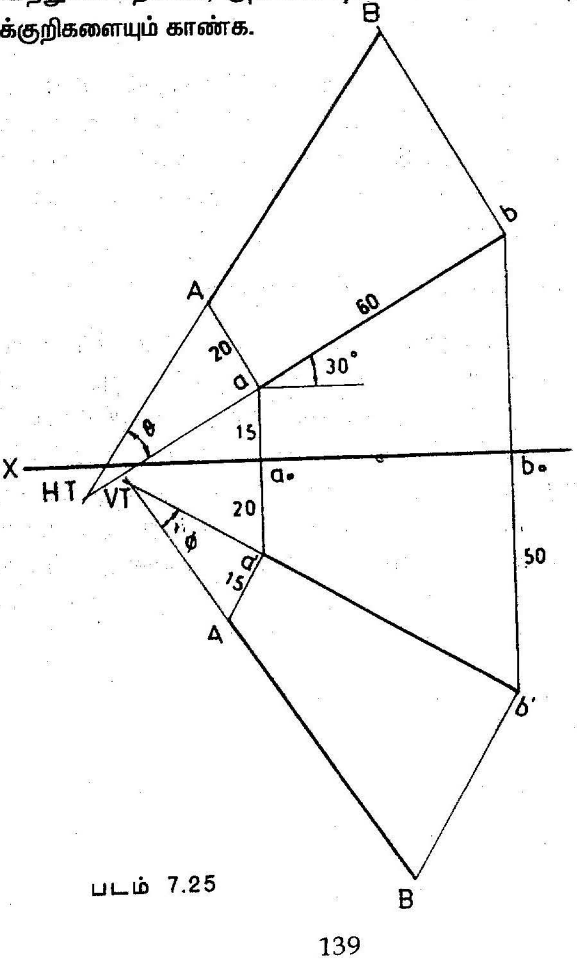
3) நிலைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் ஒரு கோடு அமையுமேயானால், அக்கோட்டிற்கு நிலைத்தளக்குறி மட்டுமே உண்டு. கிடைத்தளக்குறி கிடையாது.

4) ஏதாவது ஒரு தளத்திற்குச் செங்குத்தாக ஒரு கோடு அமையுமானால், அத்தளத்தில் உண்டாகும் வீழ்ச்சித் தோற்றத்திலேயே, அக்கோட்டின் தளக்குறியும் அடங்கி இருக்கும்.

மேல்குறிப்பிட்ட நான்கினையும் வெவ்வேறு படங்கள் வரைந்து உணர்ந்தறிக.

எடுத்துக்காட்டு 5

AB என்னும் கோட்டின் மேல் தோற்றம் 60மிமீ நீளமுள்ளது. அத்துடன் xy கோட்டுக்கு 30° கோணத்திலும் சாய்ந்துள்ளது. கோட்டின் ஒரு முனை கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 20மிமீ தூரந்திலும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 15மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. மற்றொரு முனை கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 50மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளதெனின், அக்கோட்டின் உண்மையான நீளத்தையும் தளக்குறிகளையும் காண்க.



படம் 7.25

xy கோடு வரைந்து அதன் இரு பக்கங்களிலும் கோட்டின் மேல் தோற்றத்தையும் முன்தோற்றத்தையும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கிணங்க வரைக. மேல் தோற்றத்தில் இருமுனைகளிலிருந்தும் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைக. aயிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோட்டில், a_0a' அளவான 20மிமீ நீளத்தைக் குறித்து A எனப்பெயரிடுக. இதே போல் bயிலிருந்து வரையப்பட்ட கோட்டில் b_0b' அளவினைக்குறித்து B எனப்பெயரிடுக. இவ்விரு புள்ளிகளையும் இணைத்துப் பெறப்படும் ABயின் நீளமே கோட்டின் உண்மையான நீளமாகும். கோடு BAயையும் மேல்தோற்றத்தையும் நீட்டும்பொழுது ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியே கிடைத்தளக்குறி ஆகும்.

மேற்குறித்தவாறே முன்தோற்றத்தினின்றும் AB என்னும் கோடு வரையப்பெற்று, அதனின்று அமையும் கோட்டின் உண்மையான நீளமும் முன்பு பெற்ற நீளத்திற்குச் சமமாகவே இருக்கும். முன்தோற்றமும், BA என்னும் கோடும் சந்திக்கும் புள்ளியே, நிலைத்தளக்குறி ஆகும்.

7.4 துணைத்தளங்கள் (Auxiliary planes)

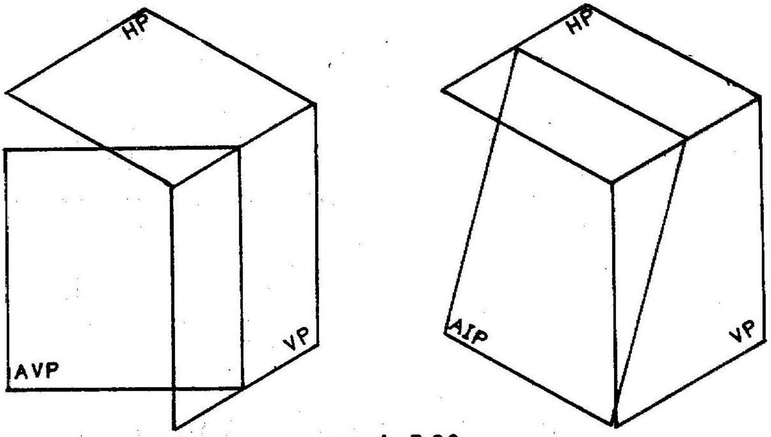
ஒரு பொருளுக்கு வரையப்பட்ட மேல்தோற்றமும், முன்தோற்றமும் சிலசமயங்களில் அப்பொருளைப் பற்றிய எல்லா விவரங்களையும் வெளிப்படுத்த இயலாமல் போகலாம். அச்சமயங்களில் மேலும் சில வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை நாம் நாட வேண்டியது இன்றியமையாததாகிறது. ஆகவே வேறு சில தளங்களின் மீது வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை உண்டாக்கி அப்பொருளைப் பற்றிய முழுத்தன்மைகளையும் அறியலாம். அங்ஙனம் துணைத்தளங்களின் மீது கிடைக்கும் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களுக்குத் ‘துணை வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்’(Projections on Auxiliary planes) என்று பெயர்.

7.4.1. துணைத்தளங்களின் வகைகள் (Types of auxiliary planes)

துணைத்தளங்களை இரண்டு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

1) துணை நிலைத்தளம் (Auxiliary vertical plane-AVP)

2) துணைசாய்வுத்தளம் (Auxiliary inclined plane-AIP)



படம் 7.26

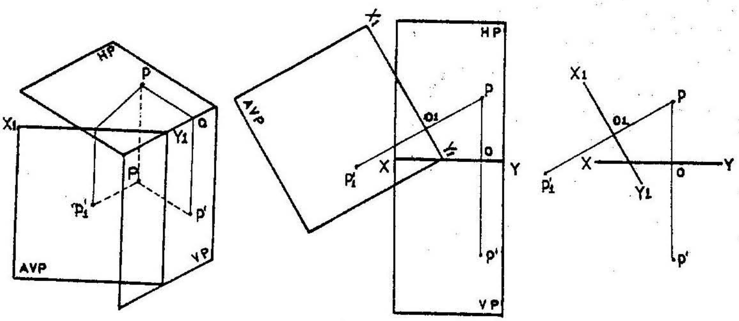
கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், நிலைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் உள்ள தளங்களுக்குத் துணைநிலைத் தளங்கள் என்று பெயர். இத்தளங்களின் மீது பெறப்படும் வீழ்ச்சித் தோற்றத்திற்குத் துணை முன்தோற்றம் (Auxiliary front view) எனப்பெயர்.

நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் உள்ள தளங்களுக்குத் துணைச் சாய்வுத்தளங்கள் என்று பெயர். இத்தளங்களின் மீது பெறப்படும் வீழ்ச்சித் தோற்றத்திற்குத் துணைமேல்தோற்றம் (Auxiliary top view) எனப்பெயர்.

மேற்குறிப்பிட்ட துணைத்தளங்களின் மீது வீழ்ச்சித் தோற்றங்களைப் பெற அத்தளங்களை எந்தத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளதோ, அவ்வந்தத் தளத்தை ஒட்டிச் சுழற்றி, வீழ்ச்சிக்கோடுகளை அவற்றின் மீது வரைதல் வேண்டும்.

7.4.2 துணை முன் தோற்றம்

P என்னும் புள்ளி கிடைத்தளத்திற்குக் கீழேயும், நிலைத் தளத்திற்குப் பின்னேயும் உள்ளது. துணை நிலைத் தளம் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு α என்னும்கோணத்தில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. கிடைத்தளமும் துணை நிலைத்தளமும் சந்திக்கும் கோட்டுக்கு x_1y_1 எனப் பெயரிடவும்.



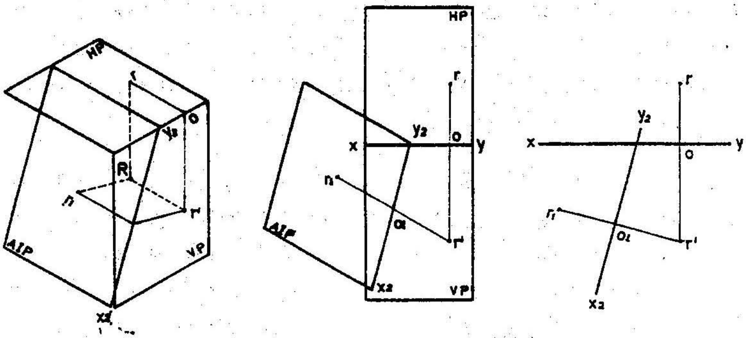
படம் 7.27

புள்ளி Pயிற்கு முன்தோற்றமும் மேல்தோற்றமும் pp_1' வரைந்த பின்னர் துணைத் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக வீழ்ச்சிக்கோட்டினை வரைக. அங்ஙனம் வரைவதனால் பெறப்படும் புள்ளியே $p_1'p$ என்னும் புள்ளியின் துணை முன்தோற்றமாகும், கிடைத்தளத்தை xy கோட்டினை மையமாகக் கொண்டும் துணைநிலைத்தளத்தை x_1y_1 கோட்டினை மையமாகக் கொண்டும் சுழற்றும்போது படம் 7.26யில் காட்டியது போலத் தோற்றங்கள் அமையும். மேல்தோற்றத்தையும் துணைமுன்தோற்றத்தையும் இணைக்கும் கோடு, x_1y_1யிற்குச் செங்குத்தாக அமையும். அத்துடன் $o_1p_1 = op'$ ஆக இருப்பதைபும் காணலாம். படம் 7.26யில் புள்ளி Pயின் மேல்தோற்றம் p முன்தோற்றம் p' துணைமுன்தோற்றம் p'_1 ஆகியன காட்டப்பட்டுள்ளன.

7.4.3 துணைமேல்தோற்றம்

R என்னும் புள்ளி, கிடைத்தளத்திற்குக் கீழேயும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்னேயும் உள்ளது. துணைச் சாய்வுத்தளம், நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு β என்னும் கோணத்திலும் அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளமும் துணைச் சாய்வுத்தளமும் உள்ள கோட்டுக்கு x_2y_2 என்று பெயரிடுக.

புள்ளி Rயின் முன்தோற்றமும் மேல்தோற்றமும் (rr') வரைந்த பின்னர் துணைச் சாய்வுத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக வீழ்ச்சிக் கோட்டினை வரைக. அங்ஙனம் வரைவதனால் பெறப்படும் புள்ளியே (r_1) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிக்குத் துணை மேல் தோற்றமாகும்.



படம் 7.28

கிடைத்தளத்தை xy கோட்டினை மையமாகக் கொண்டும், துணை சாய்வுத் தளத்தை x_1y_1 கோட்டினை மையமாகக் கொண்டும் சுழற்றும்பொழுது படம் 7.27 யில் காட்டியுள்ளது போலத் தோற்றங்கள் அமையும். முன்தோற்றத்தையும் துணைமேல்தோற்றத்தையும் இணைக்கும்கோடு x_2y_2யிற்குச் செங்குத்தாக அமையும். அத்துடன் $or = o_1r_1$ ஆக இருப்பதையும் காணலாம். படம் 7.27 யில் புள்ளி Rயின் மேல்தோற்றம் r முன்தோற்றம் r' துணைமேல்தோற்றம் r_1 ஆகியன காட்டப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 6

எடுத்துக்காட்டு 4யில் 65 மிமீ நீளமுள்ள PQ என்னும் கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அக்கோட்டிற்கு (1) நிலைத்தளத்துடன் 65^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ள துணை நிலைத்தளத்தில் ஒரு துணை முன்தோற்றத்தையும் (2) கிடைத்தளத்துடன் 75^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ள துணைச் சாய்தளத்தில் ஒரு துணைமேல்தோற்றத்தையும் வரைக.

கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு மேல்தோற்றத்தையும் pq முன்தோற்றத்தையும் p'q' முதலில் வரைந்து கொள்ள வேண்டும். துணை நிலைத்தளம் நிலைத்தளத்துடன் 55^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளதால் xy கோட்டுக்கு அதே கோண அளவில் சாய்வாக இருக்கும்படி மற்றொரு முதன்மைக்கோடு x_1y_1 வரைக. மேல்தோற்றத்தின் இருமுனைகளிலிருந்தும் x_1y_1 கோட்டுக்குச் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைந்து அவற்றை நீட்டிவிடுக.

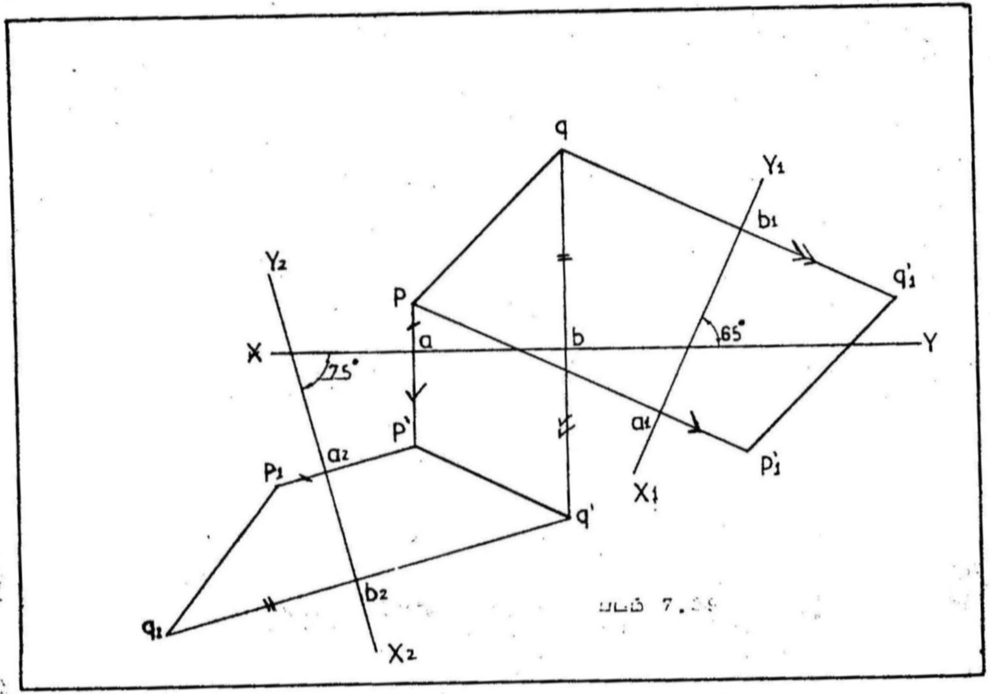
அக்கோடுகளில் ap' தூரத்தில் $a_1p'_1$ இருக்கும்படியாக bq' என்னும் புள்ளியையும் bq' தூரத்தில் b_1q_1' இருக்கும்படியாக q_1 என்னும் புள்ளியையும் பதித்து அவற்றை இணைத்தால் $p'_1q'_1$ என்னும் துணை முன்தோற்றம் கிடைக்கும்.

துணைச் சாய்தளம் கிடைத்தளத்துடன் 75^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளதால் xy கோட்டுக்கு அதே கோண அளவில் சாய்வாக இருக்கும்படி மற்றுமொரு முதன்மைக் கோடு x_2y_2 வரைக. முன்தோற்றத்தின் இருமுனைகளிலிருந்தும் x_2y_2 கோட்டுக்குச் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைந்து அவற்றை நீட்டி விடுக. அக்கோடுகளில் ap தூரத்தில் a_2p_1 இருக்கும்படியாக p_1 என்னும்புள்ளியையும் bq தூரத்தில் b_2q_1 இருக்கும்படியாக q_1 என்னும் புள்ளியையும் பதித்து அவற்றை இணைத்தால் p_1q_1 என்னும் துணை மேல் தோற்றம் கிடைக்கும்.

7.5 துணைத்தளங்களின் துணைகொண்டு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைதல்

இவ்வியலின் தொடக்கத்தில், புள்ளி, நேர்கோடு முதலியவற்றிற்கு வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வரையும் முறைகளைக் கற்றுணர்ந்தோம். மேலும் கிடைத்தளம், நிலைத்தளம் ஆகிய இரண்டிற்குமே சாய்வாக உள்ள நேர்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வரையும் முறையையும் கண்டோம். இப்பொழுது அந்த முறைகளுக்கு மாறாகத் துணைத்தளங்களின் உதவியைக்கொண்டு கோடுகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும் முறையைக் காண்போம். இந்த முறைக்கு முதன்மைக் கோட்டினை மாற்றியமைக்கும்முறை என்று பெயர்.

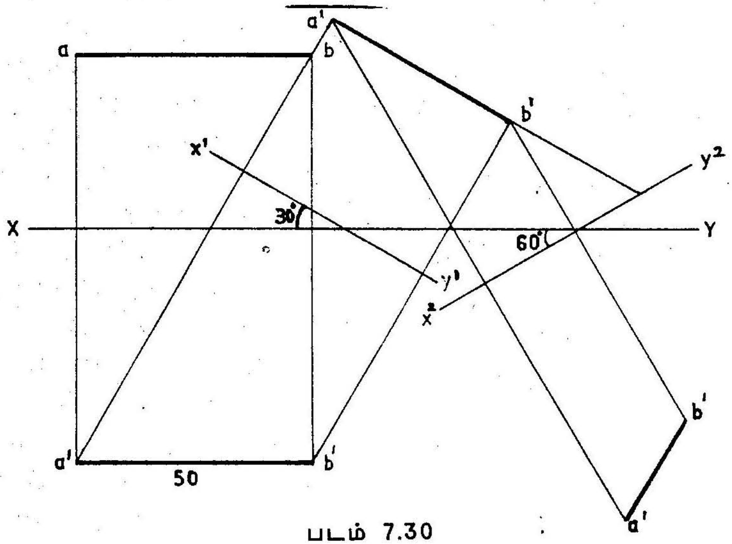
இந்தமுறையில் கொடுக்கப்பட்ட கோடு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக இருப்பதாக முதலில் கொள்ள வேண்டும். பிறகு தளங்களுக்குக் கோட்டினைப் சாய்ப்பதற்கு மாறாகக் கோடுகளுக்குச் சாய்ந்திருக்கும்படியாகத் துணைத்தளங்களை உருவாக்கி, பழைய xy கோட்டுக்கு மாறாக ஒரு புதிய முதன்மைக் கோட்டினை வரைதல் வேண்டும். இந்தப் புதிய முதன்மைக்கோட்டிற்கு வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுக்கு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களைப் பெறவேண்டும்.



படம் - 7-29 (பக்கம் 144)

எடுத்துக்காட்டு 7

50மிமீ AB என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவில் சாய்ந்திருப்பதுடன் அதன் மேல் தோற்றம் முதன்மைக்கோட்டிற்கு 60^0 கோண அளவிலும் சாய்ந்திருக்கிறது. கோட்டின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.



படம் 7.30

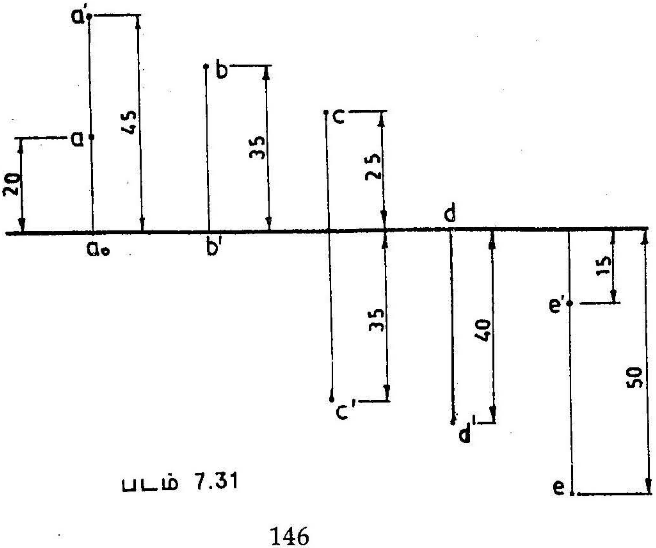
கொடுக்கப்பட்ட கோட்டை, இருதளங்களுக்குமே இணையாகக் கொண்டு அதன் மேல்தோற்றத்தையும் ab முன்தோற்றத்தையும் a'b' வரைக. கோட்டுக்கு 30^0 கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள வேறொரு முதன்மைக்கோடான x_1y_1யில் வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து, புதிய மேல்தோற்றத்தை a_1b_1 வரைக. இப்புதிய மேல் தோற்றம் இன்னமும் முதன்மைக்கோட்டிற்கு இணையாகவே இருத்தலைக் காண்க. எனவே இந்த மேல்தோற்றத்துடன் 60^0 கோணத்தில் சாய்வாக மற்றுமொரு முதன்மைக்கோடு x_2y_2 வரைந்து அதற்குச் செங்குத்தாக a_1b_1யிலிருந்து வீழ்ச்சிக்கோடுகள் வரைக. கோட்டின் முன்தோற்றம் $a'_1b'_1$ ஆகவும் மேல்தோற்றம் a_1b_1ஆகவும் கிடைக்கின்றன.

10

பயிற்சி 7

1. கீழ்க்காணும் புள்ளிகளின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக. (ஒரே முதன்மைக் கோட்டினை எல்லாப்புள்ளிகளுக்கும் தகுந்த இடைவெளி விட்டுப் பயன்படுத்திக் கொள்க). புள்ளி P கிடைத்தளத்தின் மீது நிலைத்தளத்திலிருந்து முன்புறமாக 20மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. புள்ளி Q கிடைத்தளத்திற்கு மேலே 20மிமீ உயரத்திலும், நிலைத்தளத்திற்கு பின்புறம் 40மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. புள்ளி R நிலைத்தளத்திற்கு முன்புறம் 30மிமீ தூரத்திலும் கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 10மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. புள்ளி S கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 15மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 35மிமீ தூத்திலும் அமைந்துள்ளது. புள்ளி T நிலைத்தளத்தின் மீது கிடைத்தளத்திலிருந்து கீழே 25மிமீ தூரத்தில் உள்ளது. புள்ளி U இடைத்தளம், நிலைத்தளம் ஆகிய இரண்டின் மேலும் அமைந்துள்ளது.

2. கீழே உள்ள படத்தில், பல்வேறு புள்ளிகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அப்புள்ளிகள் அமைந்துள்ள கால் பகுதிகளையும், தூர அளவுகளையும் குறிப்பிடுக. (அளவுகள் மிமீயில் உள்ளன).



படம் 7.31

3. 60மிமீ நீளமுள்ள ஒரு கோடு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ளது. கிடைத்தளத்திலிருந்து 15மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திலிருந்து 25மிமீ தூரத்திலும் உள்ள அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

4. 55மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோடு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் 10மிமீ உயரத்திலும் அமைந்துள்ளது. முனை A நிலைத்தளத்திலிருந்து 5 மிமீ தூரத்திலமைந்திருப்பின் அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

5. 60மிமீ நீளமுள்ள PQ என்னும் கோடு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 35^0 சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. P என்னும் முனை கிடைத்தளத்திலிருந்து கீழே 15மிமீ தூரத்திலும், நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 10மிமீ தூரத்திலும் உள்ளதெனில், அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

6. கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு 30^0 சாய்வாகவும் அமைந்துள்ள ஒரு கோட்டின் நீளம் 55மிமீ ஆகும். கோட்டின் மையப்புள்ளி கிடைத்தளத்திலிருந்து கீழே 15மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திலிருந்து 30மிமீ பின்புறத்திலும் உள்ளதெனில் அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

7. 100மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவிலும் நிலைத்தளத்திற்கு 45^0 கோண அளவிலும் அமைந்துள்ளது. ஒரு முனையான A கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 40மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 25மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளதெனில், கோட்டின் விழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

8. PQ என்னும் கோட்டின் நீளம் 75மிமீ, கிடைத்தளத்திற்கும் நிலைத்தளத்திற்கும் முறையே 25^0, 35^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளது. P என்னும் முனை கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே

20மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திற்குப் பின்னே 15மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளதெனில் கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

9. AB என்னும் கோட்டின் நீளம் 100மிமீ. ஒரு முனையான A கிடைத்தளத்திலிருந்து 25மிமீ தூரத்தில் நிலைத்தளத்தின் மீதும், மற்றொரு முனையான B நிலைத்தளத்திலிருந்து பின்புறம் 35மிமீ தூரத்தில் கிடைத்தளத்தின் மீதும் அமைந்திருப்பின், அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

10. 80மிமீ நீளமுள்ள கோட்டின் ஒரு முனை கிடைத்தளத்திலும் மற்றொரு முனை நிலைத்தளத்திலும் அமைந்துள்ளன. அக்கோடு கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 கோண அளவிலும் நிலைத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவிலும் அமைந்திருப்பின், அக்கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

11. 75மிமீ நீளமுள்ள கோட்டின் ஒரு முனை இரு தளங்களிலுமே அமைந்துள்ளது. மற்றொரு முனை, கிடைத்தளத்திற்குக்கீழே 30மிமீ தூரத்திலும், நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 20மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளதெனில், கோட்டின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து, அக்கோடு இரு தளங்களுடன் ஏற்படுத்திய கோண அளவுகளைக் காண்க.

12. 80மிமீ நீளமுள்ள கோட்டின் மேல்தோற்றம் 80மிமீ நீளம் அமைந்துள்ளது. கோட்டின் ஒரு முனை நிலைத்தளத்திலிருந்து பின்புறம் 30மிமீ தூரத்திலும் கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 15மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. மற்றொரு முனை நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 20மிமீ தூரத்திலமைந்திருந்தால், கோட்டின் முன்தோற்றத்தை வரைந்து அக்கோடு இருதளங்களுடன் உண்டாக்கிய கோண அளவுகளை அறிக.

13. AB என்னும் கோட்டின் ஒரு முனை நிலைத்தளத்திலிருந்து பின்புறம் 30மிமீ தூரத்தில் கிடைத்தளத்தின் மீதும், மற்றொரு முனை கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 20மிமீ தூரத்தில்

நிலைத்தளத்தின் மீதும் அமைந்துள்ளன. இரு வீழ்ச்சிக் கோடுகளுக்கும் இடைப்பட்ட தூரம் 50மிமீ இருக்குமானால், அக்கோட்டின் உண்மையான நீளம், தளங்களின் மேல் ஏற்படுத்திய கோணங்கள், தளக்குறிகள் ஆகியவற்றைக் காண்க.

14. 75மிமீ நீளமுள்ள PQ என்னும் கோடு கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 கோண அளவிலும் நிலைத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவிலும் சாய்ந்துள்ளது, ஒரு முனை நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறமாக 30மிமீ தூரத்தில் இடைத்தளத்தின்மீது அமைந்திருப்பின் அக்கோட்டின், வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும், தளக்குறிகளையும் வரைக.

15. 1மீ விட்டமுள்ள ஒரு புகை போக்கியின் உயரம் 25மீ ஆகும். அந்தப் புகை போக்கி மூன்று இரும்புக்கம்பிகளால் நிலத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இரும்புக் கம்பிகளின் அடிமுனைகள் மூன்றும் புகை போக்கியின் மையத்திலிருந்து முறையே 3மீ, 4மீ, 5மீ தூரத்தில் நிலத்தில் பதிக்கப்பட்டுள்ளன. மூன்று கம்பிகளின் மேல் தோற்றம் ஒன்றுடன் ஒன்று சம கோணங்களில் (120^0) புகைபோக்கி அமைந்து உள்ளது. புகைபோக்கியை நிலத்துடன் இணைத்த கம்பிகளின் உண்மையான நீளம், அவை நிலத்துடன் ஏற்படுத்திய கோண அளவுகள் ஆகியவற்றைப் படம் வரைந்து காண்க.

16. கேள்வி 7இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டிற்குத் துணைமுன்தோற்றத்தையும் துணைமேல்தோற்றத்தையும் வரைக. துணைமுன்தளம், முன்தளத்திற்கு 35^0 கோண அளவில் சாய்வாகவும் துணைச் சாய்தளம் கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 கோண அளவில் சாய்வாகவும் இருக்கும்.

17. 8,10 கேள்விகளில் உள்ள கோடுகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களைத் துணைத் தளங்களின் உதவி கொண்டு வரைந்து முன்னர் வரைந்த படங்களுடன் ஒப்புநோக்குக.

8. தளங்களின் வீழ்ச்சி

(PROJECTION OF PLANES)

எந்த ஒரு பொருளும் நீளம், அகலம், கனம் என மூன்று பரிமாணங்களைப் பெற்று அமைகிறது. ஆனால் சமதளங்கள் நீளம், அகலம் என்கிற இரண்டு பரிமாணங்களையே கொண்டிருக்கின்றன. முதன்மைத் தளங்களைப் (Principal plane) பொறுத்து, ஒரு சமதளத்தின் நிலையை (position) நாம் அறிந்தால், அந்தச் சமதளத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை எளிதில் வரையலாம்.

8.1 சமதளங்களின் சந்திப்புகள் (Traces)

ஒப்புமைத் தளமும் (Reference plane) சமதளமும் இணையாக இல்லாதபொழுது, சமதளம் நீட்டிக்கப்பட்டால் அஃது ஒப்புமைத் தளத்தைச் சந்திக்கும் கோடுகளைச் சமதளங்களின் சந்திப்புக் கோடுகள் எனலாம். சமதளம் கிடைத்தளத்தைச் சந்திக்கிற கோடு கிடைத்தளச்சந்திப்புக் கோடு (vertical trace) எனவும், நிலைத்தளத்தைச் சந்திக்கிற கோடு நிலைத்தளச் சந்திப்புக் கோடு (Horizontal trace) எனவும் குறிக்கப்படுகின்றன.

சமதளங்களின் வகைகள் : (Types of Planes)

சமதளங்களை இருவகையாகப் பிரிக்கலாம். (1) செங்குத்துத் தளங்கள் (Perpendicular planes) (2) சாய் தளங்கள் (Oblique planes). செங்குத்துத்தளங்களைக் கீழ்க்கண்ட துணைப்பிரிவுகளாகவும் பிரிக்கலாம்.

(அ) இரண்டு ஒப்புமைத் தளங்களுக்கும் (reference planes) செங்குத்தாய் அமைகிற தளங்கள்.

(ஆ) ஒன்றுக்கு இணையாகவும், மற்றொன்றிற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைகிற தளங்கள்.

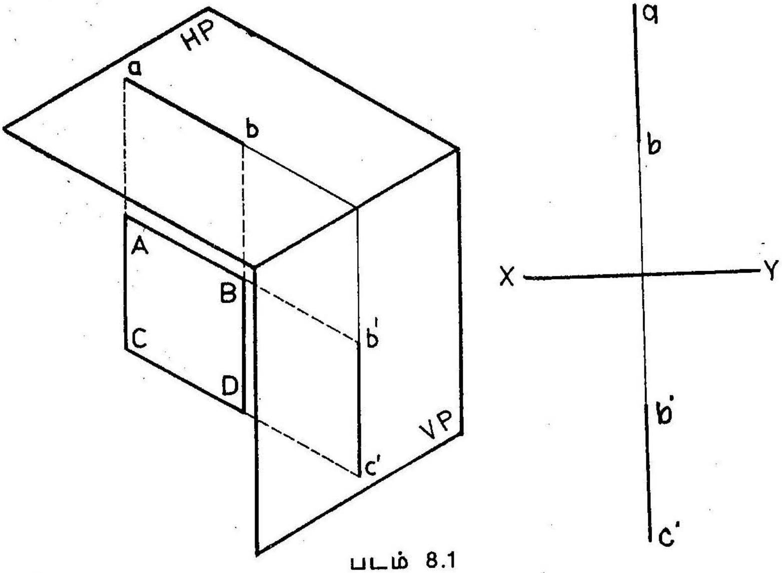
(இ) ஒரு தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், மற்றொரு தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் அமைகிற தளங்கள்.

இரண்டு ஒப்புமைத் தளங்களுக்குமே சாய்வாக அமைகிற தளங்களைச் "சாய்தளங்கள்" (oblique planes) என்று கூறுவர். இவ்வகைத்தளங்களைப் பற்றிய விளக்கங்கள் இந்நூலில் விரித்துரைக்கப்படவில்லை.

8.2 செங்குத்துத் தளங்கள்

8.2.1. இரு தளங்களுக்குமே செங்குத்தாய் அமைதல்

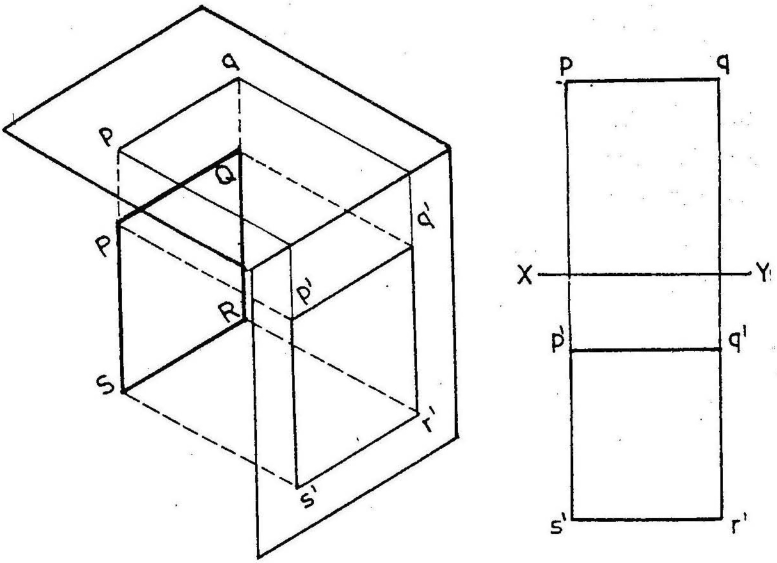
ABCD என்கிற சதுரமானது இரண்டு தளங்களுக்கும் செங்குத்தாய் அமைந்துள்ளது. அதனுடைய கிடைத்தளச் சந்திப்புக்கோடும் (HT) நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடும் (VT) செங்குத்தாய் ஒரே நேர்கோட்டில் அமைந்திருக்கின்றன. (படம் 8.1)



படம் 8.1

8.2.2 படுக்கைத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைதல்

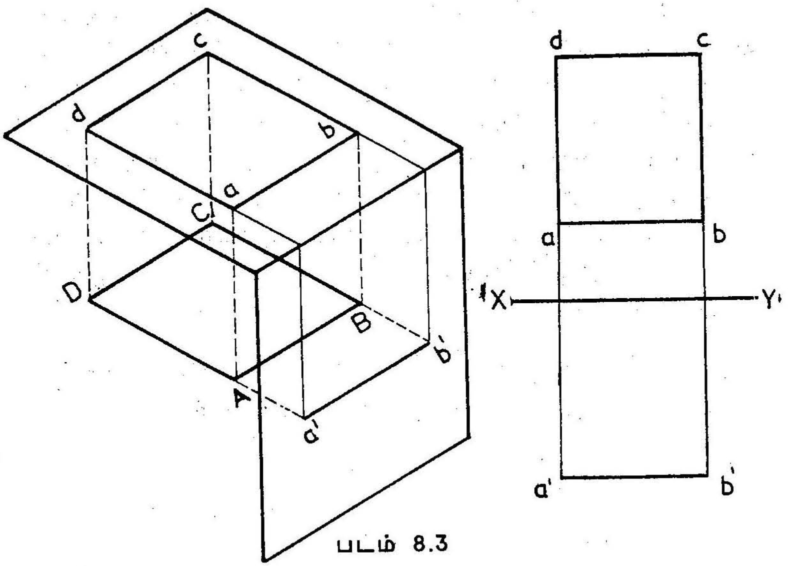
PQRS என்னும் சதுரம் படுக்கைத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது. அதன் கிடைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு xyயிற்கு இணையாக உள்ளது. ஆனால் அதற்கு நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு இல்லை. முன்தோற்றமான p'q'r's' செவ்வகத்தின் சரியான வடிவம் (shape) உண்மையான அளவுகளுடன் அமைந்துள்ளது. தோற்றமான PQ ஒரு கோடாகவும் xyயிற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது. அந்த மேல் தோற்றமே தளத்தின் கிடைத்தளச் சந்திப்பாகவும் அமைகிறது.



படம் 8.2

8.2.3 நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைதல்

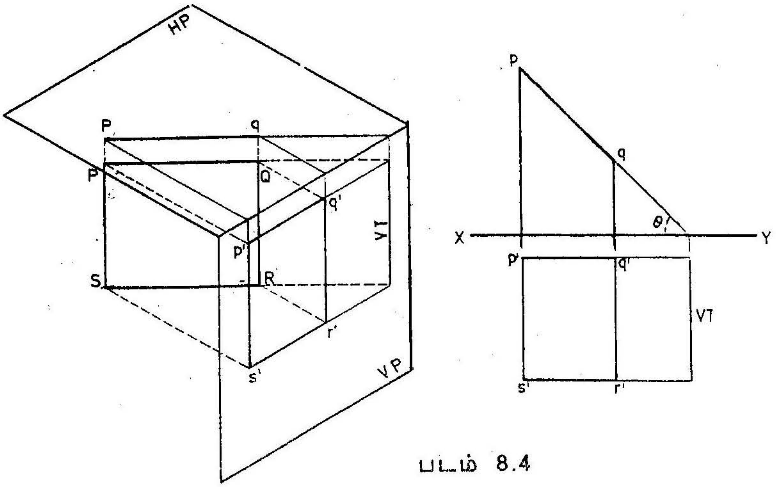
ABCD என்னும் சதுரம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்திருத்தலைப் படத்தில் காணலாம். தளத்தின் நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு xy கோட்டுக்கு இணையாக உள்ளது. ஆனால், அத்தளத்திற்குக் கிடைத்தளச்



படம் 8.3

சந்திப்புக்கோடு கிடையாது. அத்துடன் தளத்தின் மேல்தோற்றம், தளத்தின் உண்மையான அளவுகளைக் கொண்டு சதுரமாகவே அமைந்துள்ளது.

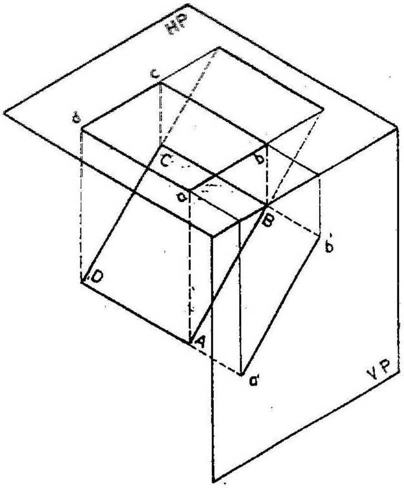
8.2.4 கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் நிலைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் அமைதல்

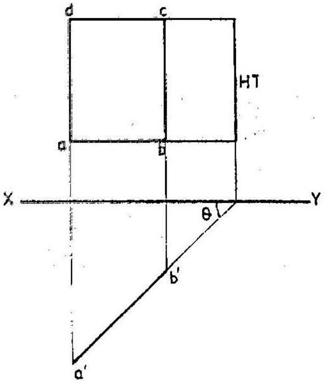


படம் 8.4

PQRS என்னும் சதுரம் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்திருப்பதால், அத்தளத்தின் மேல்தோற்றமே (pq) அதன் கிடைத்தளச் சந்திப்புகோடாக (HT) அமைந்துள்ளது. சதுரம் நிலைத்தளத்திற்கு ϕ என்னும் கோண அளவில் சாய்வாக இருப்பதால், மேற்குறிப்பிட்ட சந்திப்புக்கோடு xy கோட்டுக்கு ϕ என்னும் அளவுக்குச் சாய்வாக உள்ளது. ஆனால் நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு (VT) xy கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. அத்துடன் சதுரத்தின் முன்தோற்றம், சதுரத்தைவிட அளவில் சிறியதாக உள்ளது.

8.2.5 நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் அமைதல்





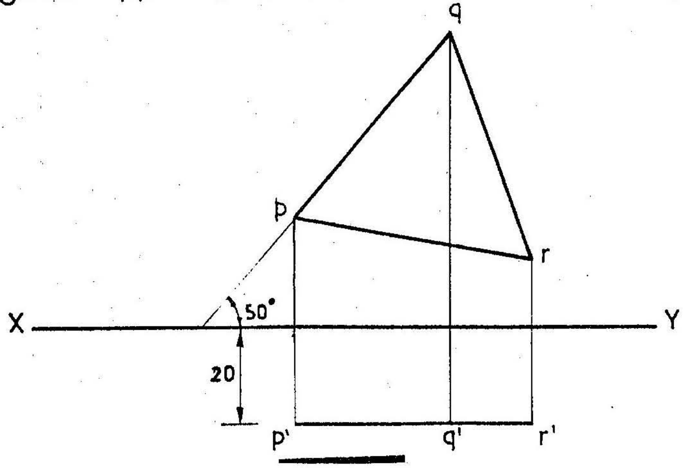
படம் 8.5

ABCD என்னும் சதுரம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்திருப்பதால் சதுரத்தின் முன்தோற்றம் (a'b'). அதன் நிலைத்தளம் சந்திப்புக்கோடாக (VT) அமைந்துள்ளது. சதுரம் கிடைத்தளத்திற்கு θ என்னும் கோண அளவுக்குச் சாய்வாக இருப்பதால், மேற்சொன்ன சந்திப்புக்கோடு xy கோட்டுக்கு θ என்னும் அளவுக்குச் சாய்வாக உள்ளது. ஆனால்

கிடைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு (HT) xy கோட்டுக்குச் செங்குத்துத்தாக அமைந்துள்ளது. அத்துடன் சதுரத்தின் மேல்தோற்றம் சதுரத்தைவிடச் சிறியதாக உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1

50மிமீ பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தின் நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு xyயிற்கு இணையாகக் கீழே 20மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. முக்கோணத்துக்குக் கிடைத்தளச்சந்திப்புக்கோடு இல்லாமலிருப்பதுடன், அதன் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்துக்கு 50^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளது. அம்முக்கோணத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



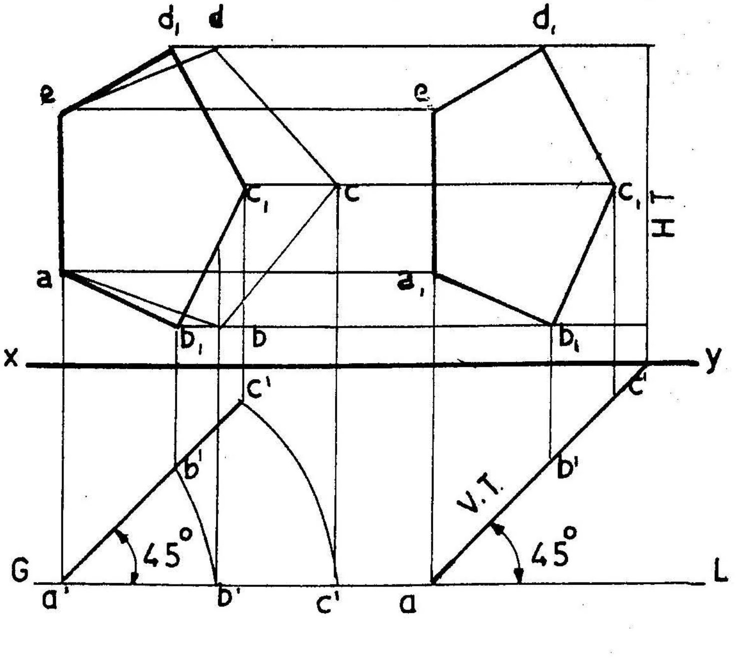
படம் 8.6

முக்கோணத்தின் நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு xyயிற்கு இணையாக இருப்பதோடு, அதற்குக் கிடைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு இல்லாமையால், முக்கோணம் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ளது. எனவே முக்கோணத்தின் மேல்தோற்றம், அதன் உண்மையான அளவுகளைக் கொண்ட முக்கோணமாகவே இருக்கும்.

படம் 8.6யில் காட்டியுள்ளது போல முக்கோணத்தின் மேல்தோற்றத்தை முதலில் வரைந்துகொண்டு பிறகு அதன் முன்தோற்றத்தை வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2

25மிமீ பக்கங்கொண்ட ஓர் ஐங்கோண வடிவம் கிடைத்தளத்திற்கு 45^{0} கோண அளவில் சாய்ந்திருப்பதுடன் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்துள்ளது. தளத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து தளச்சந்திப்புக் கோடுகளையும் காட்டுக.



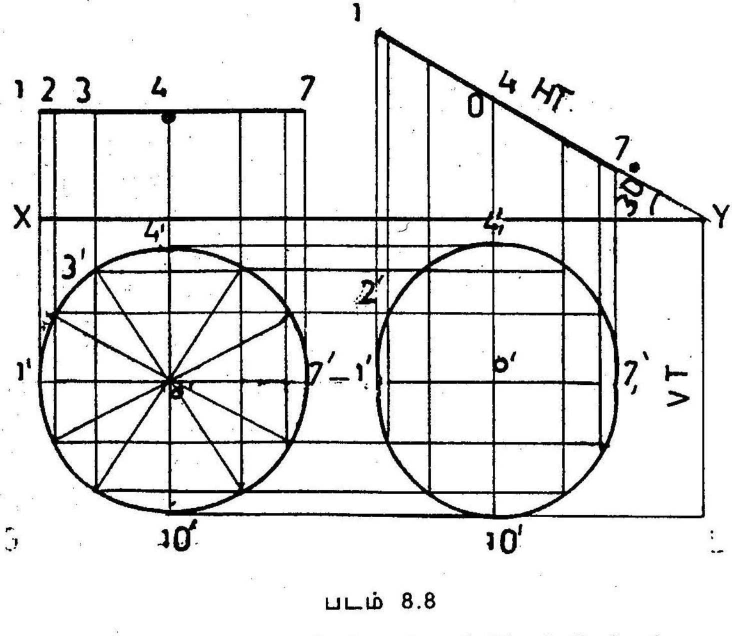
படம் 8.7

முதலில் தளத்தினைக் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கொண்டு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்தால் a' $b_1 c_1 d_1$ e, a_1'b_1'c_1'd_1'e' என்னும் இரு தோற்றங்கள் கிடைக்கின்றன. பிறகு முன்தோற்றமான a'b'c'd'e ஐ a'ஐ மையமாகக் கொண்டு 45^{0} கோண அளவுக்குத் திருப்பி

மேல்தோற்றத்திற்கு உண்டான வீழ்ச்சிக் கோடுகளை நீட்டித்தால் abcde என்னும் புதிய மேல் தோற்றம் கிடைக்கும். தளத்தின் முன்தோற்றமான a'b'c'd'e'யே நிலைத்தளச் சந்திப்புக் கோடாகவும் (VT) xy கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள 12 என்னும் கோடே கிடைத்தளச் சந்திப்புக் கோடாகவும் (HT) அமைந்துள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 3

50மிமீ வட்டமுள்ள ஒரு வட்டம் நிலைத்தளத்திற்கு 35^0 கோண அளவில் சாய்ந்திருப்பதுடன் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்துள்ளது. வட்டத்தின் மையம் கிடைத்தளத்திலிருந்து கீழே 30மிமீ தூரத்திலும் நிலைத்தளத்திலிருந்து பின்புறம் 25மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளதெனில், வட்டத்தின் தளங்களுடன் உண்டாக்கும் சந்திப்புக் கோடுகளை வரைக.



படம் 8.8

முதலில் வட்டத்தைக் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைத்து வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைதல் வேண்டும். (வட்டத்திற்குக் குறிப்பாக முனைகள் ஏதும்

இல்லாத காரணத்தால் அதன் சுற்றளவை 8 சமபாகங்களாகப் பிரித்து 1,2,3, எனப் பெயரிடுதல் நலம்) வட்டத்தின் முன்தோற்றம் வட்டமாகவும் மேல்தோற்றம் xy கோட்டுக்கு இணையாகவும் ஒரு நேர்கோடாகவும் அமைவதைப் படத்தில் காணலாம். பிறகு மேல் தோற்றமான நேர்கோட்டினை xy கோட்டுடன் 35^0 கோண அளவுக்குச் சாய்வாகவும், கோட்டின் மையப்புள்ளி xy கோட்டிலிருந்து 25மிமீ தூரத்தில் இருக்கும்படியாகவும் வரைதல் வேண்டும். முன்பு வரைந்திருந்த வட்டத்திலிருந்தும், மாற்றப்பட்ட நேர்கோட்டிலிருந்தும் வரையப்படும் வீழ்ச்சிக்கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்திக்கும் புள்ளிகளுக்கு 1',2',3'... எனக் குறித்து அவற்றை இணைக்க வேண்டும். அங்ஙனம் பெறப்படும் தோற்றமே தளத்தின் முன்தோற்றமாகவும் மாற்றப்பட்ட நேர்கோடு தளத்தின் மேல் தோற்றமாக அமைவதுடன் கிடைத்தளச் சந்திப்புக் கோடாகவும் அமையும். xy கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள ab என்னும் கோடே தளத்தின் நிலைத்தளச் சந்திப்புக்கோடு ஆகும்.

பயிற்சி 8

1) 70மிமீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணத்தின் அட்டையின் நடுவே 30மிமீ விட்டமுள்ள வட்டமுள்ளது. இவ்வட்டை நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், கிடைத்தளத்திற்கு 60^0 கோணத்திலும் சாய்ந்திருந்தால், அட்டையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து தள சந்திப்புக் கோடுகளையும் காட்டுக. துணைத்தள உதவி கொண்டும் இக்கேள்விக்கு தீர்வுகாண முயலுக.

2) 40மிமீ பக்கமுள்ள அறுகோண அட்டையின் ஒரு முனை நிலைத்தளத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருப்பதுடன் 45^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. மேற்குறிப்பிட்ட முனை வழியாகச் செல்லும் மூலைவிட்டத்தின் முன்தோற்றம் xy கோட்டுடன் 60^0 கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது. இவ்வட்டையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

9. பொருள்களின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்கள்

(PROJECTIONS OF SOLIDS)

ஒரு பொருளுக்கு நீளம், அகலம், உயரம் என்று மூன்று அளவுகள் உள்ளபடியால், பொருளின் முழு இயல்புகளையும் வரை படத்தில் காட்டுவதற்கு இரண்டு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையேனும் வரைய வேண்டும். பொருளைப் பற்றிய முழு இயல்புகளையும் இவ்விரண்டு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களும் தர இயலாத நிலையில் மூன்றாவது வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையும் வரைய வேண்டியது இன்றியமையாததாகலாம்.

9.1 பொருள்களின் பிரிவுகள்

பொருள்களின் உருவ அமைப்புகளை அடிப்படையாகக் கொண்டு அவற்றை வெவ்வேறு பிரிவுகளாகப் பிரித்துக் கொள்ளலாம். அவையாவன:

1) பல பக்கப் பொருள்கள் (Polyhedra)

2) சுழற்சியாலான பொருள்கள் (Solids of revolution)

9.2 பலபக்கப் பொருள்கள்

பல பக்கப் பொருள்களை மூன்று உட்பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

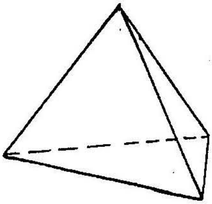
அ) சமபக்கங்களான பொருள்கள் (Regular polyhedra)

ஆ) பட்டகம் அல்லது பிரிசம் (Prism)

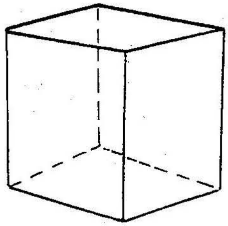
இ) கூம்பகம் அல்லது பிரமிடு (Pyramid)

9.2.1 சமபக்கங்களான பொருள்கள்

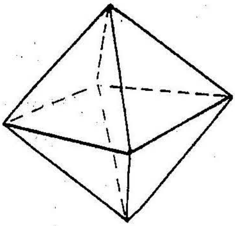
எல்லாப் பக்கங்களும் சமமாக உள்ள ஐந்து பொருள்கள் உள்ளன.



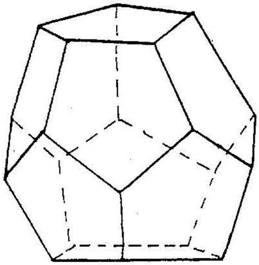
1) நான்முகக்கட்டி (Tetrahedron)



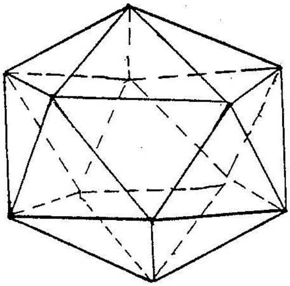
2) கனசதுரம் (Cube)



3) எண்முகக்கட்டி (Octahedron)



4) பன்னிரு முகக்கட்டி (Dockce hedron)



5) இருபது முகக்கட்டி (Icose hedron)

படம் 9.1

1) நான் முகக்கட்டியின் நான்கு பக்கங்களும் சமபக்க முக்கோணங்களாக ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாக இருக்கும்.

2) கன சதுரத்தின் ஆறுபக்கங்களும் சமசதுரங்களாகவே இருக்கும்.

3) எண்முகக்கட்டியின் எட்டுப் பக்கங்களும் சமபக்க முக்கோணங்களாக ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாக இருக்கும்.

4) பன்னிரு முகக்கட்டியின் பன்னிரண்டு பக்கங்களும் ஒழுங்கு ஐங்கோணங்களாக ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாக இருக்கும்.

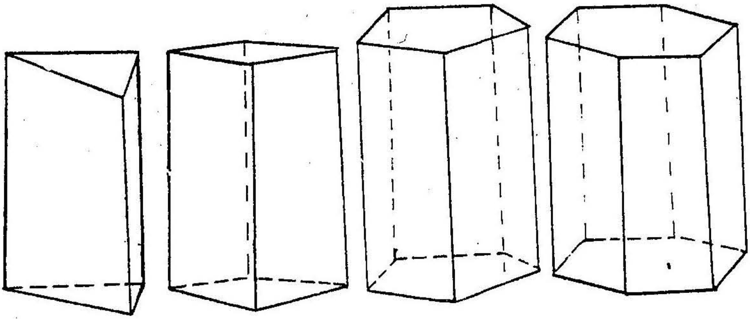
5) இருபது முகக்கட்டியின் எல்லாப் பக்கங்களும் சமபக்க முக்கோணங்களாக ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாக இருக்கும்.

9.2.2. பட்டகம் (Prism)

பட்டகங்களின் இரு முனைகளிலுள்ள பக்க்ங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று சமமாகவும் இணையாகவும் இருக்கும். இவற்றை அடிப்பாகம் என்றும் மேல்பாகம் என்றும் குறிப்பர். இவ்விருபக்கங்களையும் இணைக்கும் மற்றப் பக்கங்கள் இணைகரங்களாகவே இருக்கும். இவ்விணைகரங்கள் சமசெவ்வகங்களாக இருந்தால் அப்பொருள்களை ஒழுங்குபட்டகங்கள் (Regular prism) என்றும், மற்றவற்றைச் சாய்பட்டகங்கள் (Obligus prism) என்றும் குறிப்பர்.

பொருள்களின் அடிப்பாகத்தின் மையத்தையும் மேல்பாகத்தின் மையத்தையும் இணைக்கும் கற்பனைக் கோட்டுக்கு அச்சுக்கோடு (Axis) என்று பெயர்.

ஒழுங்கு பட்டகங்களின் அச்சுக்கோடு அடிப்பாகத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், சாய்பட்டகத்தின் அச்சுக்கோடு அடிப்பாகத்திற்குச் சாய்வாகவும் இருக்கும்.



படம் 9.2

ஒழுங்கு பட்டகத்தின் அடிப்பாகத்தின் உருவ அமைப்பைக் கொண்டு அவற்றிற்குப் பெயர் அமையும். எடுத்துக்காட்டு: முக்கோணப் பட்டகம், சதுரப்பட்டகம், ஐங்கோணப் பட்டகம் என்பன.

11

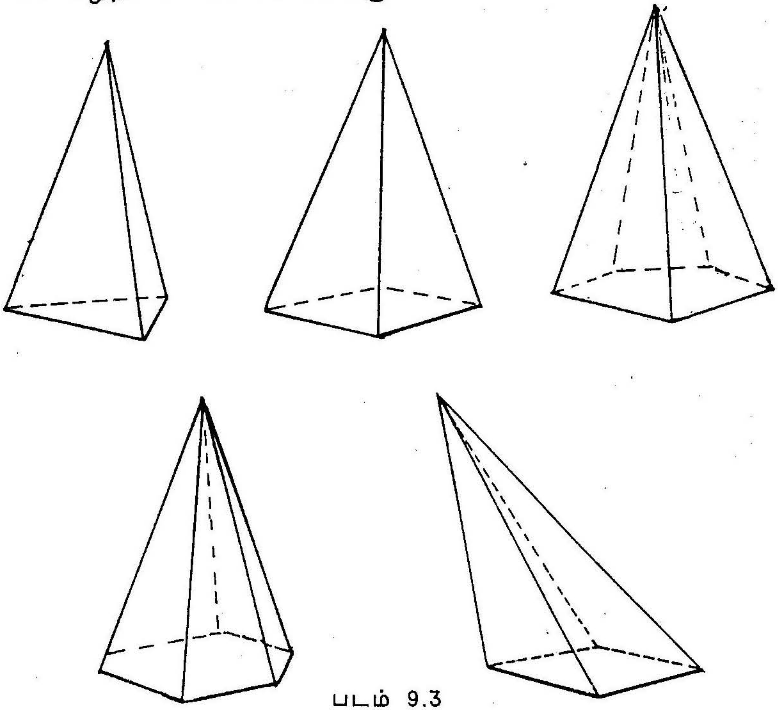
9.2.3 கூம்பகம் (Pyramid)

பல பக்கங்களைக் கொண்ட கூம்பகத்தின் அடிப்பாகத்தைத் தவிர, மற்ற பக்கங்கள் யாவும் முக்கோணங்களாகவே அமையும். இம்முக்கோணங்கள் யாவும் சந்திக்கும் புள்ளிக்கு உச்சி (Apex or Vertex) என்று பெயர். இவ்வுச்சியையும் அடிப்பாகத்தின் மையத்தையும் இணைக்கும் கோட்டுக்கு அச்சுக்கோடு என்று பெயர்.

ஒழுங்கு கூம்பகத்தின் அச்சுக்கோடு அடிப்பாகத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும். அடிப்பாகத்திற்குச் சாயவ்ாக அச்சினைக்கொண்ட கூம்பகத்திற்குச் சாய் கூம்பகம் (oblique pyramid) என்று பெயர்.

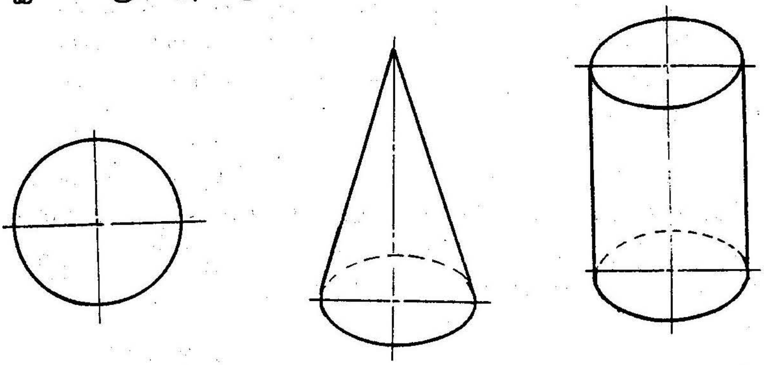
ஒழுங்கு பட்டகத்தின் பெயர்களைப் போலவே கூம்பங்களுக்கும், அடிப்பாக உருவ அமைப்பைக் கொண்டு பெயர்கள் வழங்கப் பெறும்.

9.3 சுழற்சியலாலான பொருள்கள்



படம் 9.3

ஒரு குறிப்பிட்ட தோற்றத்தைக் (shape) கொண்ட அட்டையைச் சுழற்றும்போது, ஒருகுறிப்பிட்ட உருவத்தை நாம் பெறலாம். அவ்வாறு பெறக்கூடிய உருவங்களுக்குச் சுழற்சியான பொருள்கள் எனப் பெ யர். உருளை (Cylinder) கூம்பு (Cone) கோளம் (Sphere) ஆகியன இப்பிரிவினுள் அடங்கும்.



படம் 9.4

9.3.1 உருளை

ஒரு செவ்வகத்தை அதன் ஒரு பக்கத்தை மையமாகக் கொண்டு சுழற்றும்பொழுது உண்டாகும் உருவகத்திற்கு, உருளை என்று பெயர். இதன் மேல்பக்கமும் அடிப்பக்கமும் வட்டவடிவத்தில் அமைந்திருக்கும். இவ்வட்டங்களின் மையங்களை இணைக்கும் அச்சு இரு பக்கங்களுக்கும் செங்குத்தாகவே இருக்கும்.

9.3.2 கூம்பு

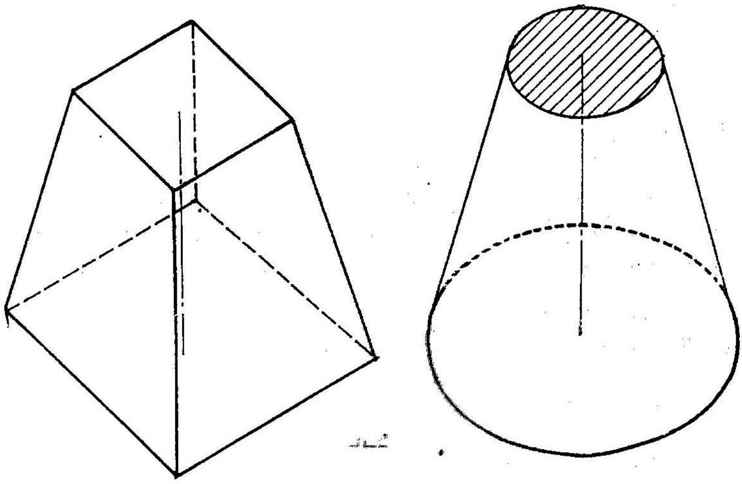
ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தை அதன் குத்துக்கோட்டை மைய மாகக் கொண்டு சுழற்றும்பொழுது உண்டாகும் உருவத்திற்குக் கூம்பு என்று பெயர். இதன் உச்சியின் வழியாகச் செல்லும் அச்சு, வட்டமான அடிப்பாகத்தின் மையத்தில் செங்குத்தாக அமையும். கூம்பின் உச்சியிலிருந்து அடிவட்டத்தின் சுற்றுக் கோட்டிலுள்ள புள்ளிகளுக்கு வரையப்படும் எண்ணிறந்த கோடுகளுக்குச் சாய்வு கோடுகள் (generators) என்று பெயர். இக்கோட்டின் நீளம் கூம்பின் சாய்வு உயரத்திற்குச் சமம்.

சாய் உருளை, சாய் கூம்பு இவற்றின் அச்சு, அடிப்பாகத்திற்குச் சாய்வாக இருக்கும்.

9.3.3 கோளம்

ஓர் அரைவட்டத்தை, அதன் விட்டத்தை மையமாகக் கொண்டு சுழற்றும்பொழுது உண்டாகும் உருவம் கோளம் ஆகும். வட்டத்தின் மையப் புள்ளியே கோளத்தின் மையமாகவும் அமையும்.

அச்சுக்குச் செங்குத்தாகவும் அடிப்பாகத்திற்கு இணையாகவும் உள்ள ஒரு தளம் பிரமிடு அல்லது கூம்பினை வெட்டிய பின், மேல்பாகத்தை விட்டால் எஞ்சிய மிச்சமிருக்கும் அடிப்பாகத்திற்கு அடிக்கண்டம் (frustum) என்று பெயர். (படம் 9.5)



படம் 9.5

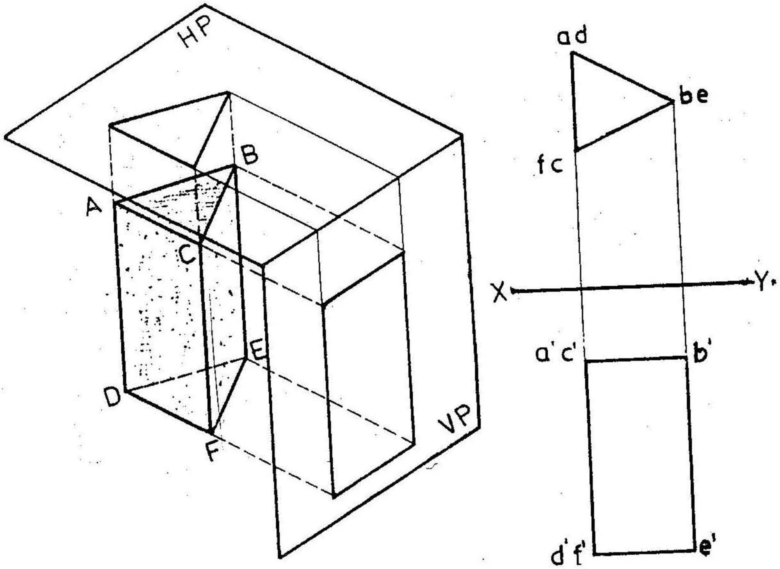
9.4 பொருள்களின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்கள்

இதுவரை நாம் பார்த்தது வெவ்வேறு வகையான பொருள்களின் உருவ அமைப்புகளாகும். இப்பொருள்களை வெவ்வேறு நிலையில் அமைத்து, அவற்றின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும் முறைகளை இனி காண்போம்.

9.4.1 கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அச்சு அமைதல்

எடுத்துக்காட்டு 1

30மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட ஒரு முக்கோணப் பட்டகத்தின் அச்சுக்கோடு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. முக்கோண முகத்தின் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பின் அதன் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

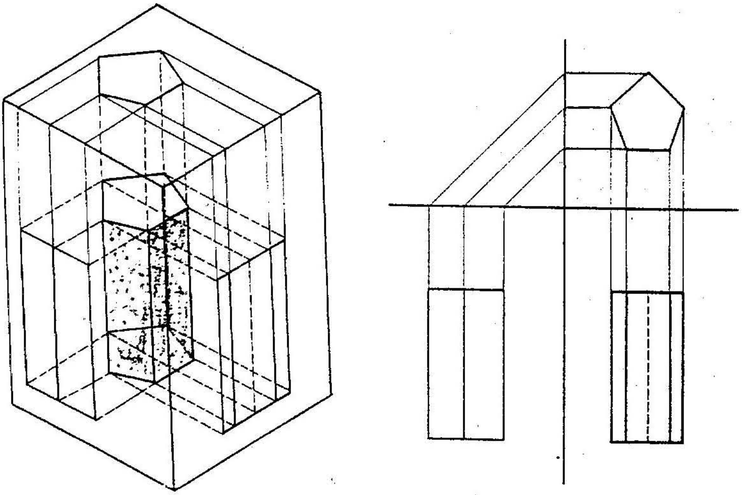


படம் 9.6

குறிப்பிட்ட முக்கோணப் பட்டகம் கிடைத்தளத்திற்குக் கீழேயும், நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறமாகவும் தரையில் அமைந்திருப்பதாகக் கொள்வோம். அச்சு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், அதன் மேல்தோற்றம் பட்டகத்தின் சமபக்க முக்கோண வடிவத்திலேயே இருக்கும். எனவே மேல்தோற்றத்தை முதலில் 30மிமீ பக்கமுள்ள சமபக்க முக்கோணமாக வரைந்து கொண்டு பின்னர் வீழ்ச்சிக்கோடுகளை வரைந்து முன்தோற்றத்தை வரையலாம். ABED என்னும் பக்கம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், அப்பக்கம் ஒரு நேர்கோடாக முன்தோற்றத்தில் தெரியும். அத்துடன் பட்டகத்தின் முன்தோற்றம் ஒரு செவ்வகமாக 50மிமீ நீளத்தில் அமைந்திருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணப் பட்டகம் ஒன்றின் அச்சுக்கோடு நிலைத்தளத்திலிருந்து 35மிமீ தூரத்தில் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. இப்பட்டகத்தின் மேல்தோற்றம், முன்தோற்றம், பக்கவாட்டுத்தோற்றம் ஆகியவற்றை வரைக.



படம் 9.7

பட்டகத்தின் அச்சுக்கோடு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், அதன் மேல்தோற்றம் அதன் மேல்பக்கமான ஐங்கோண வடிவத்திலேயே அமைந்திருக்கும். பட்டகத்தின் அச்சுக்கோடு நிலைத்தளத்திலிருந்து 35மிமீ தூரம் தள்ளியிருப்பதால், xy கோட்டிலிருந்து அதே தூரத்தில் ஐங்கோணத்தின் மையம் இருக்கும். ஐங்கோணத்தின் ஒவ்வொரு மூலையிலிருந்தும் வீழ்ச்சிக் கோடுகள் வரைந்து, முன்தோற்றம் வரைக.

இரண்டு தளங்களுக்குமே செங்குத்தாக உள்ள தளம், இணைநிலைத்தளம் (Auxiliary vertical plane) எனப்பெயர் என்றும், இவ்விணை நிலைத்தளத்தின் மேல் பகுதியின் வீழ்ச்சித் தோற்றத்தைப் பக்கவெட்டுத் தோற்றம் (side view) என்று கூறலாம்.

இடப்பக்கம் நிலைத்தளத்தின் மேல் விழக்கூடிய பக்கவாட்டுத் தோற்றம் வரைவதற்கு, xy கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக x_1y_1 என்னும் மற்றொரு முதன்மைக்கோடு வரைக. முன்தோற்றத்திலிருந்து x_1y_1 கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக வீழ்ச்சிக்கோடுகள் வரைக. xy கோட்டிலிருந்து மேல்தோற்றப் புள்ளிகளின் தூரத்தை அவ்வீழ்ச்சிக் கோடுகளின் மேல் பதித்தால், பட்டகத்தின் பக்கவாட்டுத் தோற்றம் உருவாகும்.

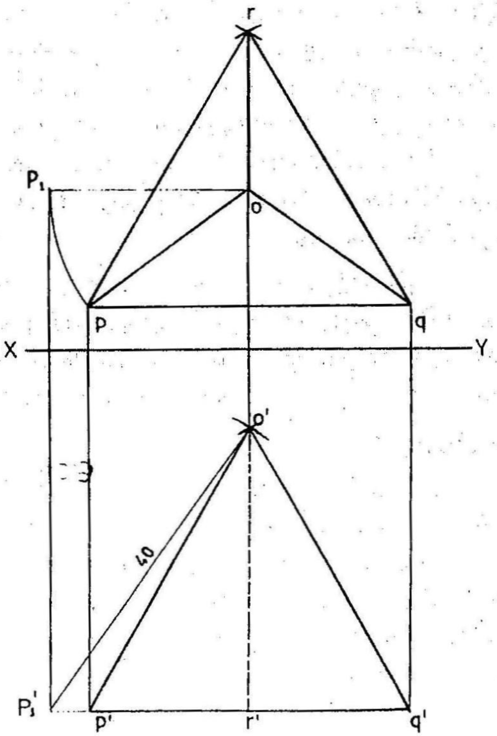
நிலைத்தளத்திலிருந்து அதிக தூரத்திலுள்ள ஓர் ஓரத்தைப் பட்டகமே மறைத்திருப்பதால், அந்த ஓரம் நமக்குத் தெரிவதில்லை. மறைந்திருக்கும் ஓரங்களின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை விடுபட்ட கோடுகள் (dotted lines) கொண்டு வரைதல் வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

40மிமீ பக்கங்கொண்ட நான்முகக்கட்டி ஒன்று அதன் ஒரு பக்கம் தரையைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும்படியாக வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. அதன் அடிப்பாகத்தின் ஓர் ஓரம் நிலைத் தளத்திற்கு இணையாகவும், அச்சு, கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ளது. நான்முகக்கட்டியின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

நான்முகக்கட்டியின் நான்கு பக்கங்களும் ஒன்றுக்கு ஒன்று சமமாகச் சம பக்க முக்கோண வடிவத்தில் அமைந்திருக்கும். இதன் அச்சு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக மேல்தோற்றம் 40மிமீ அளவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணமாகத் தெரியும். இத்தோற்றத்தை வரையும்பொழுது ஏதாவது ஒரு பக்கம் xy கோட்டுக்கு இணையாக இருக்கும்படியாக வரைந்து கொள்ளவேண்டும். மேல் தோற்றமான முக்கோணத்தின் மையப்புள்ளியை அதன் மூன்று முனைகளுடன் இணைக்கவேண்டும். இதன் பிறகுதான் மேல்தோற்றம் முழுமை பெறுகிறது.

சாய்ந்த ஓரங்கள் மூன்றில் ஏதாவது ஒன்றின் மேல் தோற்றத்தை xy கோட்டுக்கு இணையாக மெல்லிய கோட்டால் வரைந்து op_1 அம்முனையின் வீழ்ச்சிக் கோட்டினை முன்தோற்றத்திற்கு நீட்டிவிடவேண்டும். p_1' என்னும் புள்ளி கிடைக்கும் மையத்தின் வழியே வரையப்படும் வீழ்ச்சிக் கோட்டினை, p_1' ஐ மையமாக வைத்து வரையப்படும் வில்லினால் வெட்ட வேண்டும். இவ்வில்லின் ஆரம் 40மிமீ



படம் 9.8

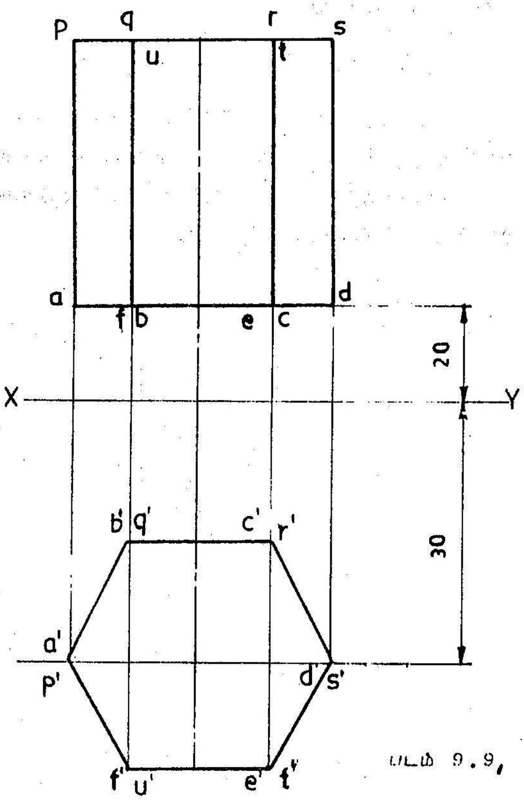
நீளம் இருத்தல் வேண்டும். வெட்டினால் உச்சியின் முன் தோற்றமான o' கிடைக்கிறது. இப்புள்ளியை மற்ற வீழ்ச்சிப்புள்ளிகளுடன் இணைக்கும்பொழுது, p'q' p'o' r'o' q'o' என்பன கிடைக்கும். இவ்வமைப்பே நான்முகக்கட்டியின் முன்தோற்றம் ஆகும். ro என்னும் ஓரம் மறைந்திருப்பதால், அதன் முன்தோற்றத்தை (r'o') விடுபட்ட கோடுகளால் குறித்தல் வேண்டும்.

9.4.2 நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அச்சு அமைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4

25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ நீளமும் கொண்ட ஓர் அறுகோணம் பட்டகத்தின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. இவ்வச்சு கிடைத்தளத்திற்குக் கீழே 30மிமீ தூரத்தில் இருப்பதுடன்,

ஒரு செவ்வகப்பக்கம் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் உள்ளது. அறுகோண வடிவமுள்ள ஒரு முனை நிலைத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 20மிமீ தூரத்திலமைந்திருப்பின், பட்டகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.



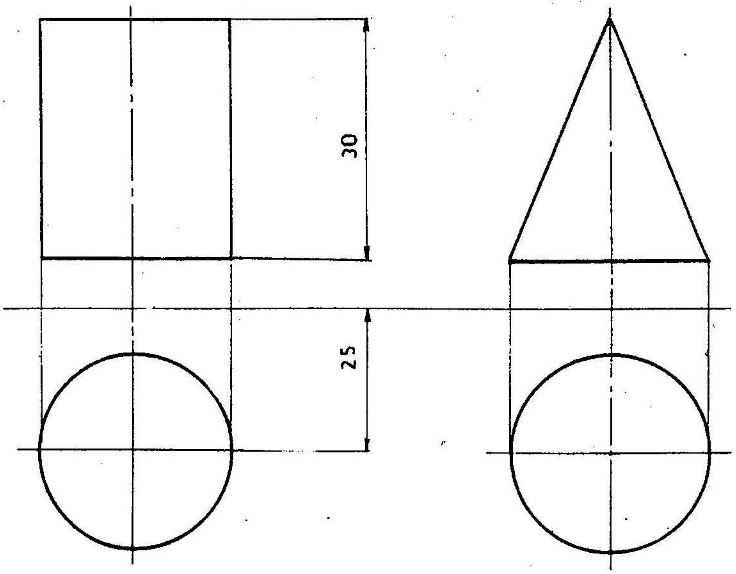
படம் 9.9

பட்டகத்தின் ஓர் அறுகோணப்பட்டகத்திற்கு ABCDEF எனவும் மற்றொரு பக்கத்திற்கு PQRSTU எனவும் பெயரிட்டுக் கொள்வோம். அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், பட்டகத்தின் முன்தோற்றம் 25மிமீ பக்கமாகக் கொண்ட அறுகோண வடிவிலமைந்திருக்கும். இதனை வரையும்பொழுது அறுகோணத்தின் ஒரு பக்கம் xy கோட்டுக்கு இணையாகவும், மையம் xy கோட்டுக்கு 30மிமீ தூரத்திலிருக்கும்படியாகவும் பார்த்துக் கொள்ள வேண்டும்.

முன்தோற்றத்திலிருந்து வீழ்ச்சிக்கோடுகளை வரைந்து, மேல்தோற்றத்தை வரையும்பொழுது, ஒரு முனையை xy கோட்டிலிருந்து 20மிமீ தூரம் இருக்கும்படியாக வைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 5

35மிமீ விட்டமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட உருளை, கூம்பு ஆகியவற்றின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக. இவற்றின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகக் கிடைத்தளத்திலிருந்து கீழே 25மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது.

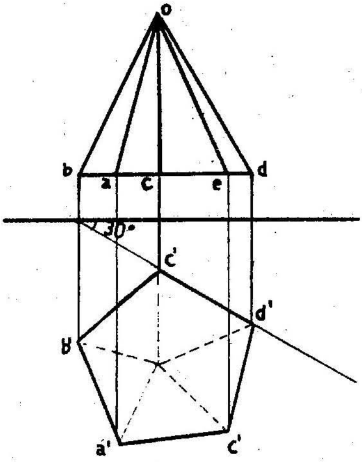


படம் 9.10

அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், இரண்டில் முன் தோற்றங்களும் 35மிமீ விட்டமுள்ள வட்டங்களாக அமையும். உருளையின் மேல்தோற்றம் ஒரு செவ்வகமாகவும் கூம்பின் மேல் தோற்றம் ஒரு முக்கோணமாகவும் அமையும். முக்கோணத்தின் குத்து உயரம், கூம்பின் உயரமான 50மிமீ ஆக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 6

35மிமீ பக்கமும் 65மிமீ உயரமும்கொண்ட ஐங்கோணம் கூம்பகம் ஒன்றின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஓர்ஆரம் கிடைத்தளத்துடன் 30^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளது. கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



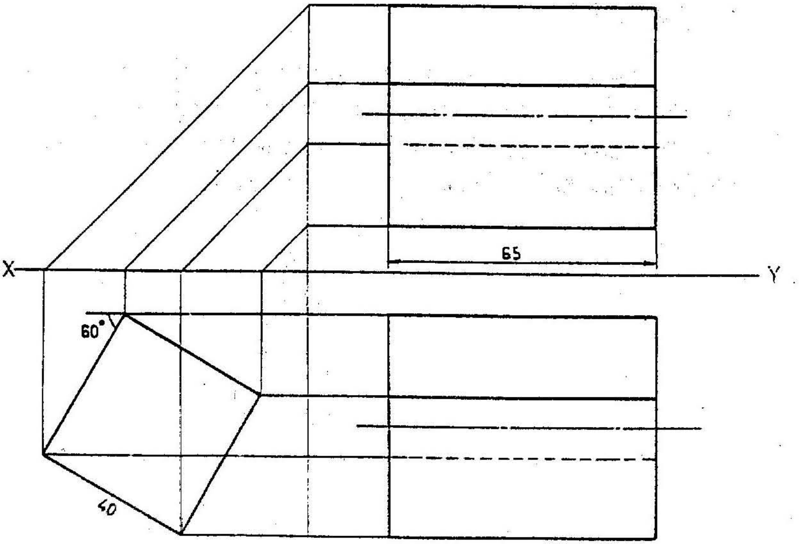
படம் 9.11

முன்தோற்றமாக ஐங்கோணத்தையும் வரையும்பொழுது, அதன் ஒரு பக்கம் xy கோட்டுடன் 30^0 கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும்படி அமைத்தல் வேண்டும். ஐங்கோணத்தின் மையத்தையும் கண்டுபிடித்து, எல்லாப் புள்ளிகளிலிருந்தும் வீழ்ச்சிக்கோடுகளை வரைந்து கூம்பகத்தின் மேல்தோற்றத்தை வரைந்து முடிக்கவேண்டும். மறைந்திருக்கும் ஓரங்கள் விடுபட்ட கோடுகளால் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளன.

9.4.3 இருதளங்களுக்குமே இணையாக அச்சு அமைதல்

எடுத்துக்காட்டு 7

40மிமீ பக்கமும் 65மிமீ உயரமும்கொண்ட சதுரப் பட்டகத்தின் அச்சு இருதளங்களுக்குமே இணையாக உள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஓரம் கிடைத்தளத்திற்கு 60^0 கோண அளவில் சாய்ந்திருப்பின் பட்டகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



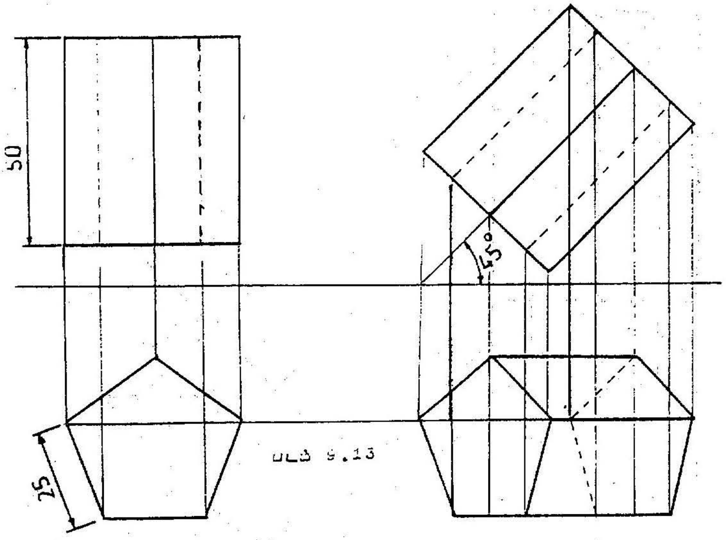
படம் 9.12

பட்டகத்தின் அச்சு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக இருப்பதனால் முதலில் பக்கவாட்டுத் தோற்றத்திலிருந்து தொடங்க வேண்டும். அடிப்பாகத்தின் ஓர் ஓரம் கிடைத்தளத்துடன் சாய்ந்திருப்பதால் xy கோட்டுக்கு 60^0 சாய்வாக ஒரு பக்கத்தை வரைந்து, சதுரத்தை அமைக்க வேண்டும். இத்தோற்றத்திலிருந்து வீழ்ச்சிக்கோடுகளை வரைந்து, முன்தோற்றம் மேல் தோற்றங்களை வரைய வேண்டும்.

9.4.4 கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் நிலைத் தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் அச்சு அமைதல்

எடுத்துக்காட்டு 8

25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும்கொண்ட ஐங்கோணப் பட்டகத்தின் அச்சு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு 40^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. செவ்வக வடிவமுள்ள பட்டகத்தின் பக்கம் தரையின் மேல் இருப்பதாக அமைத்து அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

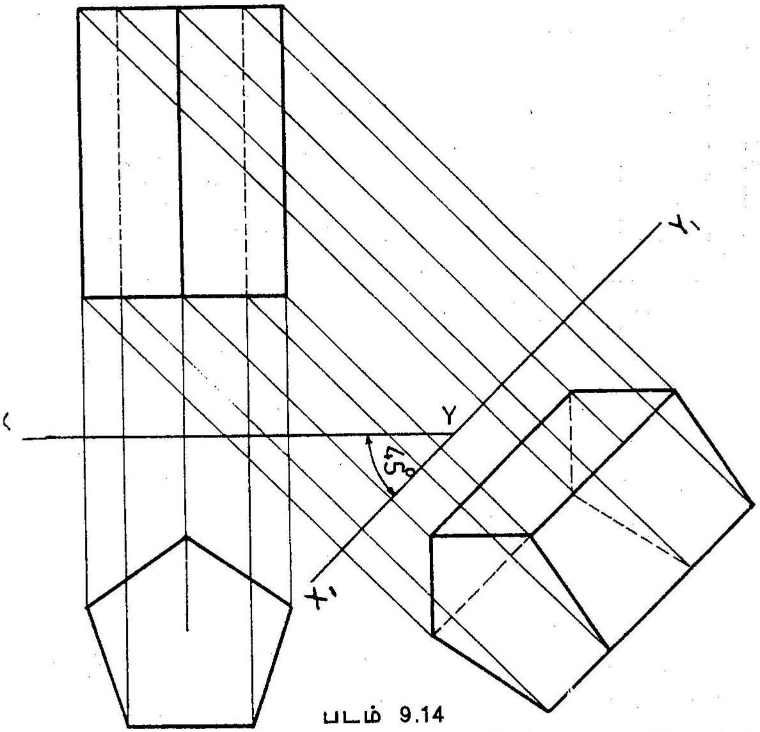


படம் 9.13

பட்டகத்தின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும்படியாக இரு தோற்றங்களையும் முதலில் வரைந்து கொள்ள வேண்டும். அச்சு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதனால், மேல்தோற்றத்தில் மாற்றம் ஏதும் இருக்காது. எனவே மேல் தோற்றத்தின் வடிவத்தில் மாற்றம் ஏதும் செய்யாமல், அதன் அச்சு xy கோட்டுக்கு 45^0 கோணத்தில் சாய்ந்து இருக்குமாறு வேறொரு மேல் தோற்றம் வரைக. புதிய மேல் தோற்றத்திலிருந்தும், பழைய முன்தோற்றத்திலிருந்தும் வரையப்படும் கோடுகளிலிருந்து புதிய முன்தோற்றத்தைப் பெறலாம் (படம் 9.12).

மேல் குறிப்பிட்ட முறையில் நாம் நான்கு படங்களை வரைய நேர்ந்திருக்கிறது. ஆனால் வேறெரு முறையைக் கொண்டு, மூன்று படங்களைக் கொண்டே வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையலாம்.

முன்பு வரைந்த படங்களைப் போலவே இதிலும் முதல் இரு படங்களை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். xy கோட்டினை மாற்றாமல் இப்படியே வைத்துக்கொண்டு, மேல் தோற்றத்தை மட்டும் மாற்றி வரைந்து வீழ்ச்சித் தோற்றங்களைப் பெற்றிருந்தோம். ஆனால்

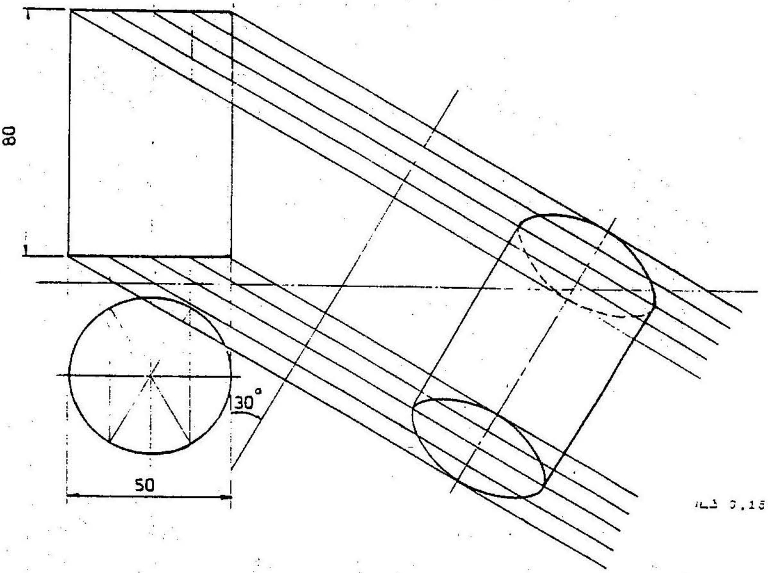


படம் 9.14

இப்பொழுது மேல்தோற்றத்தை அப்படியே வைத்துக்கொண்டு அதன் அச்சுக்கு 45^0 சாய்ந்திருக்கும்படியாக ஒரு புதிய முதன்மைக்கோட்டினை x_1y_1 வரைந்துகொள்ள வேண்டும். மேல் தோற்றத்தின் வெவ்வேறு புள்ளிகளிலிருந்து இப்புதிய முதன்மைக் கோட்டுக்கு வரையப்படும் வீழ்ச்சிக்கோடுகளின்மேல், முன்தோற்றத்திலுள்ள அவ்வப் புள்ளிகளின் தூரத்தைப் பதிக்க வேண்டும். பதித்த புள்ளிகளைச் சீராக இணைத்தால், நமக்குப் புதிய முன்தோற்றம் கிடைக்கும். இப்புதிய முன்தோற்றமும் முன்பு வரைந்திருந்த மேல் தோற்றமுமே நமக்குத் தேவைப்படும் விடைகளாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 9

50மிமீ விட்டமும் 80மிமீ உயரமும் கொண்ட உருளையின் அச்சு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும், நிலைத்தளத்துடன் 30^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் உள்ளது. உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



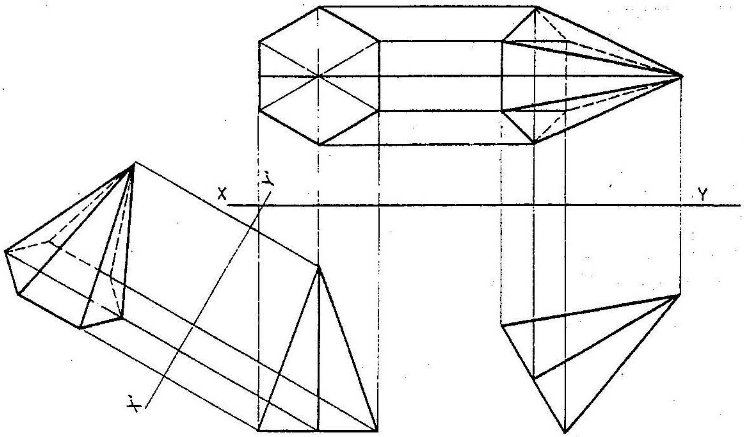
படம் 9.15

எடுத்துக்காட்டு 8யில் விரிந்துரைக்கப்பட்ட இரண்டாவது முறையைப் பயன்படுத்தி, உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன. முன்னர் வரைந்திருந்த வட்டத்தை எட்டுச் சமபாகங்களாகப் பிரித்துப் புள்ளிகளை மாற்றியமைக்கும்போது, முன்தோற்றத்தின் நீள்வளையம் உருவாகிறது. (இதே பயிற்சியை முந்திய எடுத்துக்காட்டில் விரிந்துரைக்கப்பட்டிருக்கும் முதல் முறையைக்கொண்டும் வரையலாம்).

9.4.5. நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாகவும் அச்சு அமைதல்

எடுத்துக்காட்டு 10

20மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட அறுகோணக் கூம்பகம் ஒன்றின் அச்சு, நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 30° சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது.



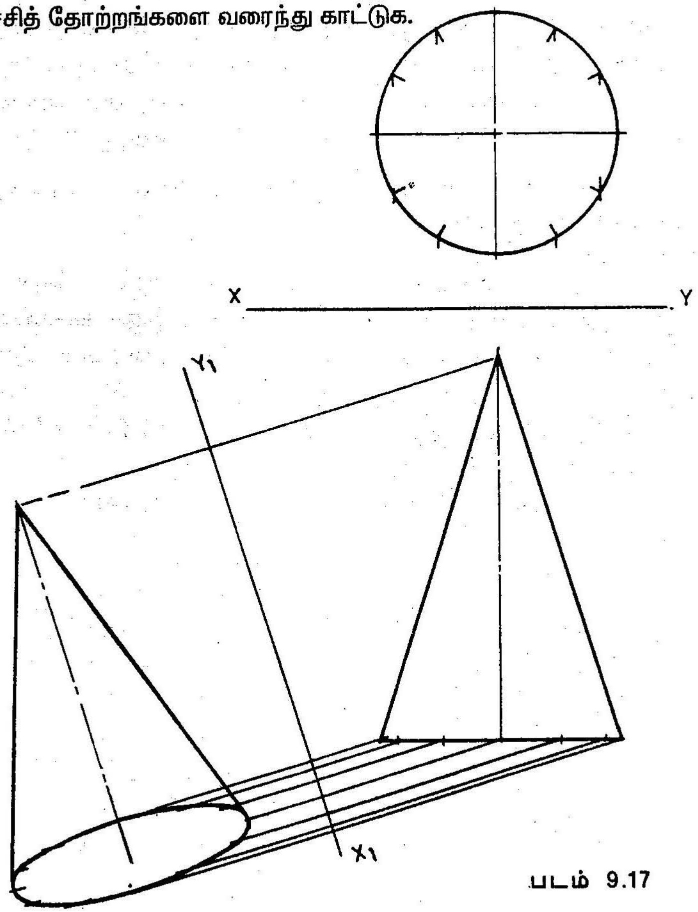
படம் 9.16

முதலில் அறுகோணக் கூம்பகத்தின் அச்சு நிலைத் தளத்திற்கு இணையாகவும், கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்கும்படியாக வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். பின்னர் அடிப்பாகத்தின் ஒரு முனையை மையமாகக் கொண்டு, அச்சு கிடைத்தளத்திற்கு 30^0 சாய்வாக வரும் வரை கூம்பகத்தைத் திருப்பினால், முன் தோற்றத்தின் உருவம் மாறாமல் இடப்பெயர்ச்சி மட்டுமே உண்டாகியிருக்கும். பின்னர் மாற்றியமைக்கப்பட்ட இந்த முன்தோற்றத்திலிருந்து வரையப்படும் வீழ்ச்சிக்கோடுகளும், பழைய மேல்தோற்றத்திலிருந்து வரையப்படும் கோடுகளும், ஒன்றையொன்று சந்தித்துப் புதிய மேல் தோற்றத்தைக் கொடுக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 8யில் விரித்துக் கூறப்பட்ட முறையே, இங்கும் பயன்படுத்தலாம். அஃதாவது முன்பு வரைந்திருந்த முன்தோற்றத்தின் அச்சுக்கு 30^0 சாய்வாக இருக்கும்படி மற்றொரு முதன்மைக் கோட்டினை x_1y_1 வரைந்து கொள்ள வேண்டும். பின்னர் முன்தோற்றத்திலிருந்து x_1y_1 கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து, அவற்றின் மேல் அவ்வவ் புள்ளிகளின் தூரத்தைப் பழைய மேல் தோற்றத்திலிருந்து மாற்றியமைத்தால், நமக்கு இறுதியான மேல்தோற்றம் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 11

50மிமீ விட்டமும் 80மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பு ஒன்றின் அச்சு, நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இருக்கும்படி வைக்கப்பட்டுள்ளது. கூம்பின் உருவாக்கக் கோடுகளில் ஒன்று தரையைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்குமாறு அமைந்திருந்தால்,கூம்பின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.



படம் 9.17

இக்கூம்பின் வீழ்ச்சித் கோடுகளை வரைவதற்குப் பயன்படுத்தும் புதிய முதன்மைக்கோடு x_1y_1 தரைக்கோட்டுக்கு இணையாக இருக்கும்படி வரைந்து கொள்ளவேண்டும். மற்றபடி பழைய முறையிலிருந்து வேறுபாடு ஏதும் இல்லை.

12

9.4.6 இரு தளங்களுக்கும் சாய்வாக அச்சு அமைதல்

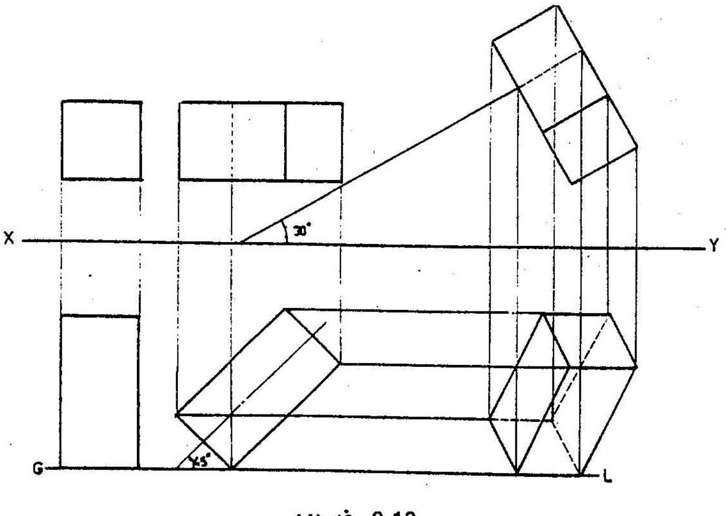
இரு தளங்களுக்குமே அச்சு சாய்வாக இருக்கும் பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைய இரண்டு முறைகளைப் பயன்படுத்தலாம். பொருள்களின் அச்சுகளைத் தளங்களுக்கு இணையாகவும் செங்குத்தாகவும் வைத்து, பின்னர் கொடுக்கப்பட்ட கூறுகளுக்கேற்பத் தோற்றங்களின் இடங்களை மாற்றிவைத்து, இறுதித் தோற்றங்களை வரையும் முறையில் ஏறக்குறைய ஆறு படங்கள் வரைய வேண்டியிருக்கும். ஆனால் முதன்மைக்கோடுகளை இரண்டு முறை மாற்றியமைத்து வரையும் முறையில் மொத்தம் நான்கு படங்களே வரைந்தாலேபோதும்.

கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் இரண்டு முறைகளுமே பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 12

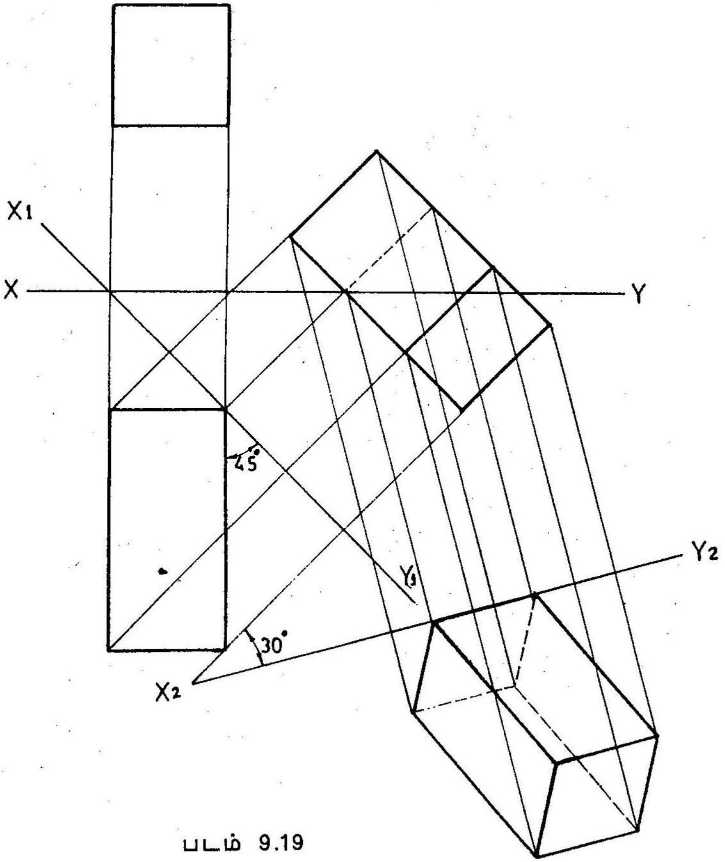
25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட சதுரப்பெட்டகத்தின் அச்சு, தரைக்கு 45^0 சாய்வாக இருக்கும் வண்ணம் வைக்கப்பட்டுள்ளது. அத்துடன் தரையில் வைக்கப்பட்டுள்ள அடிப்பாகத்தின் ஓரம் நிலைத்தளத்துடன் 30^0 சாய்வாக அமைந்திருக்கிறது. இந்த நிலையில் பட்டகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

(அ) தோற்றங்களின் இடங்களை மாற்றியமைக்கும் முறை



படம் 9.18

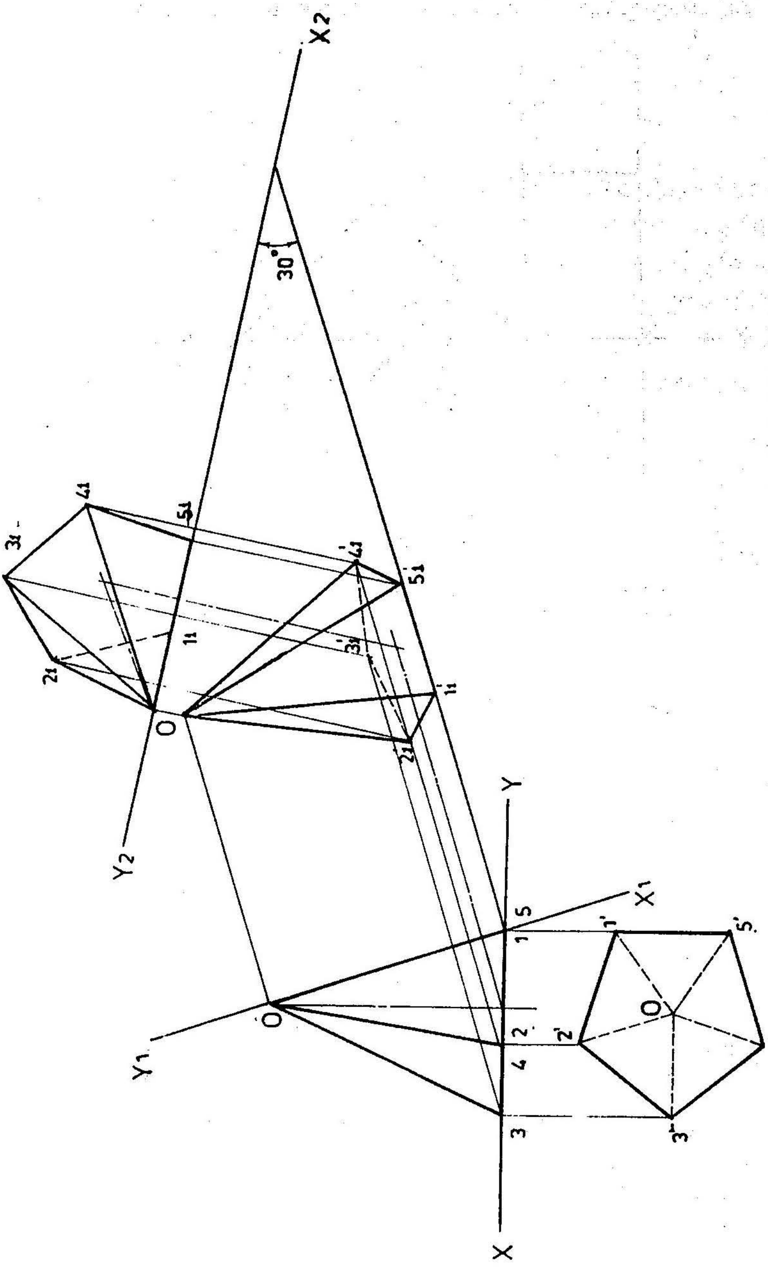
(ஆ) மாற்றுமுறை : (முதன்மைக்கோட்டினை மாற்றியமைக்கும் முறை)



படம் 9.19

எடுத்துக்காட்டு 13

25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணக் கூம்பகம், அதன் முக்கோணப் பக்கம் நிலைத் தளத்தைத் தொட்டுக்கொண்டிருக்குமாறு, நிலைத்தளத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கும் முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் கிடைத்தளத்திற்கு 30° சாய்ந்திருப்பின், கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

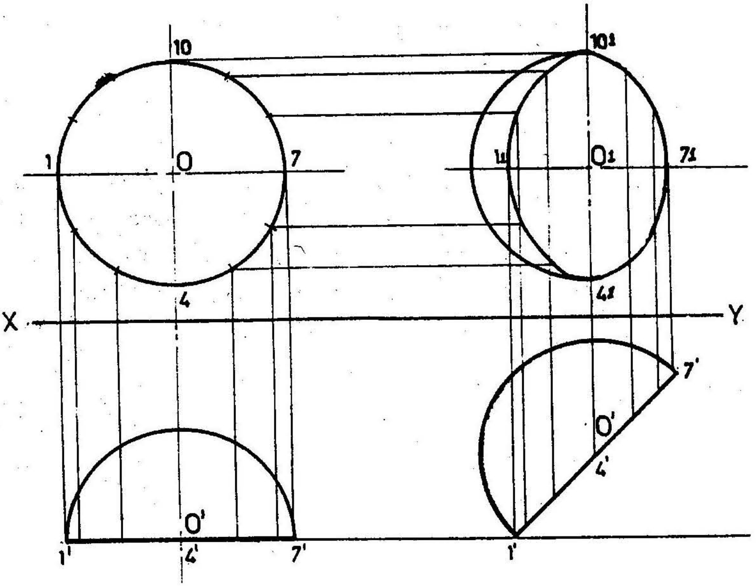


படம் 9.20

9.5 கோளங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்

கோளம் எந்த நிலையில் இருந்தாலும் அதன்வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வட்டவடிவிலேயே காட்சியளிக்கும். கோளத்தின் விட்டமே வட்டத்தின் விட்டமாகவும் இருக்கும்.

மையத்தின் வழியாக வெட்டும் தளம் செல்வதால் நமக்குக் கிடைக்கும் கோளத்திற்கு அரைக்கோளம் என்று பெயர். இவ்வகைக்கோளம் தரையில் வைக்கப்பட்டு அதன் மேல் வடிவம் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக இருக்கும்பொழுது, அதன்மேல் தோற்றம் வட்டமாகவும், முன்தோற்றம் அரைவட்டமாகவும் இருக்கும்.



படம் 9.21

அரைக்கோளத்தின் மேல் வடிவம் கிடைத்தளத்திற்குச் சாய்வாக இருக்குமேயானால், முன்தோற்றம் அரைவட்டமாகவே இருக்கும். வட்டத்தின் மேல் தோற்றம் நீள்வளையமாகவும் அரைக்கோளத்தின் சுற்றுப்பகுதியை வரையும் ஆரம் வட்டத்தின் ஆரத்திற்குச் சமமாகவும் இருக்கும்.

பயிற்சி 9

1) கீழ்க்காணும் பொருள்களின் மூன்று வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வரைக.

அ) சதுரப்பட்டகம் (30 மிமீ, 55 மிமீ)

ஆ) நான்முகக்கட்டி (30)

இ) எண்முகக்கட்டி (30)

ஈ) அறுகோணப் பட்டகம் (30,55)

உ) முக்கோணக் கூம்பகம் (30,60)

ஊ) ஐங்கோணக் கூம்பகம் (25, 50)

எ) உருளை (35,60)

ஏ) கூம்பு (30, 60)

2) 30 மிமீ, 65 மிமீ அளவுள்ள சதுரக் கூம்பகம் ஒன்றின் அச்சு கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் 40 மிமீ கீழேயும் அமைந்துள்ளது. அத்துடன் கூம்பகத்தின் முக்கோணப் பரப்பு நிலைத்தளத்துடன் ஒட்டியிருப்பதால், அதன் மேல்தோற்றம் முன்தோற்றங்களை வரைக.

3) 30 மிமீ பக்கங்கொண்ட நான்முகக் கட்டியின் ஓர் ஓரம் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் நிலைத்தளத்திற்கு 40^0 சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. அச்சு, தரைக்கு 60^0 சாய்வாக அமைந்திருந்தால் அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.

4) 30,60 மிமீ அளவுகளுள்ள அறுகோணக் கூம்பகம் ஒன்றின் முக்கோணப்பரப்பு கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது. அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

5) 40 மிமீ அளவு கொண்ட கனசதுரத்தின் முனை ஒன்று நூலால் கட்டப்பட்டுத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அந்த நிலையில் கனசதுரத்தின் தோற்றங்களை வரைக.

6) 30, 35 மிமீ அளவு கொண்ட ஐங்கோணப்பட்டகத்தின் அச்சு, கிடைத்தளத்திற்கு 55^0 சாய்ந்துள்ளது. தரையில் இருக்கும் ஓரத்தை நிலைத்தளத்துடன் 40^0 சாய்வாக அமைத்து, அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

7) 40,80 மிமீ அளவு கொண்ட சதுரக் கூம்பகத்தின் அடிப்பாக முனை ஒன்று நூலால் கட்டப்பட்டுத் தொங்கவிடப் பட்டுள்ளது. இந்த நிலையிலுள்ள கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

8) 25,60 மிமீ அளவுள்ள அறுகோணப் பட்டகத்தின் அடிப்பாகம், தரைக்கு 30^0 சாய்வாக உள்ளது. தரையில் இருக்கும் ஓரம் நிலைத்தளத்திற்கு 45^0 சாய்ந்து உள்ளதெனில், பட்டகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

9) 25 மிமீ அளவு கொண்ட எண்முகக்கட்டி அதன் ஒரு முக்கோணப் பரப்பு, தரையிலிருக்கும்படியாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. அம்முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்திற்கு 45^0 சாய்வாக இருக்கும்பொழுது, அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

10) 50,80மிமீ அளவு கொண்ட உருளையின் அச்சு, கிடைத்தளத்திற்கும், நிலைத்தளத்திற்கும் முறையே 30^0, 45^0 கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளது. அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

11) 45,75மிமீ அளவுள்ள கூம்பகத்தின் சாய்வு கோடுகளில் (Generator) ஒன்று நிலைத்தளத்தைத் தொட்டுக்கொண்டு இருக்கிறது. அத்துடன், அந்தக் கோடு கிடைத்தளத்துக்கு 30^0 சாய்வாகவும் உள்ளது. அதன் வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைக.

12) 50 மிமீ அளவுகொண்ட கூம்பின் சாய்வு கோடு தரையைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்கிறது. அச்சின் மேல்தோற்றம் நிலைத்தளத்துக்கு 60^0 சாய்வாக உள்ளது. கூம்பின் மூன்று தோற்றங்களையும் வரைக.

13) 35, 70 மிமீ அளவுகள் கொண்ட ஐங்கோணக் கூம்பகத்தின் அச்சு, தரைக்குச் சாய்வாக இருக்கும்படி வைக்கப்பட்டுள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஒரு முனை தரையிலிருந்து 20மிமீ உயரத்தில் உள்ளது. கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

14) 35,65 மிமீ அளவுகள் கொண்ட முக்கோணக் கூம்பகம் அடிப்பாகம் தரைக்கு 35^0 சாய்வாகவும், தரையில் பதிந்திருக்கும் அடிப்பாகத்தின் ஓரம் நிலைத்தளத்திற்கு 45^0 சாய்வாகவும் உள்ளது.கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.

15) 80மிமீ விட்டமுள்ள ஓர் அரைக் கோளத்தின் வட்டமான பாகம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 சாய்வாகவும் உள்ளது. அரைக்கோணத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

10. பொருள்களின் வெட்டுமுகம்

(SECTIONS OF SOLIDS)

பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும்பொழுது மறைந்திருக்கும் ஓரங்கள், துளைகள், பக்கங்கள் போன்றவற்றை, விடுபட்ட கோடுகளைக் கொண்டு வரைபடத்தில் குறிக்கிறோம். மறைக்கப்பட்டிருக்கும் பாகங்களைக் குறிக்கும் விடுபட்ட கோடுகள் மிகுதியாகும்பொழுது, வரைபடம் வரைவதற்குக் கடினமாக இருக்கும். அத்துடன் படிப்பவர்க்கு அவ்வரைபடம் குழப்பத்தை உண்டாக்குவதாகவும் அமைந்துவிடும். எனவே அப்பொருள்களை ஒரு வெட்டும் தளத்தைக் கொண்டு (Cutting plane) வெட்டுவதாகக் கற்பனை செய்து வரைபடத்தை எளிதாக்கிக் கொள்ளலாம். கற்பனையில் உருவாக்கப்பட்ட அவ்வெட்டு தளத்திற்கும், காண்பவர்க்கும் இடையிலுள்ள பொருளை நீக்கிவிடுவதாகக் கொண்டு, மீதமுள்ள பொருளுக்கு மட்டுமே வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைதல் வேண்டும். இங்ஙனம் கிடைக்கும் தோற்றங்களில் வெட்டும்தளம் வெட்டிய பகுதியை 45^0 கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள ஒரே சீரான இணைகோடுகளைக் கொண்டு காண்பித்தல் வேண்டும். இவ்வாறு கிடைக்கப் பெறும் தோற்றங்களைப் பொருளின் வெட்டுமுகம் (Sectional view) எனலாம்.

10.1 வெட்டும் தளங்கள்

வெட்டும் தளங்கள் பொதுவாக ஒரே சீரான செங்குத்துத் தளங்களாகவே அமைந்திருக்கும். வெட்டும் தளங்கள் முதன்மைத்தளங்களுக்குச் செங்குத்தாகவோ, இணையாகவோ, சாய்வாகவோ அமையும். எனவே வெட்டும் தளத்தின் அமைப்பைக் கொண்டு, பொருளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைய வேண்டும்.

10.2 வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றம் (True shape of section)

பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களில், அப்பொருளின் உண்மையான அமைப்போ, தோற்றமோ, அளவுகோலோ எப்பொழுதும் கிடைக்காது. எனவே வெட்டு முகத்தின் உண்மையான தோற்றம் கிடைக்க வேண்டுமாயின், வெட்டும் தளத்திற்கு இணையாக மற்றொரு தளத்தை உருவாக்கி, அத்தளத்தின் மீது வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைதல் வேண்டும்.

இனி பட்டகங்கள், கூம்பகங்கள், உருளைகள் முதலிய வெவ்வேறு அமைப்புகள் கொண்ட பொருள்களின் வெட்டுத் தோற்றங்களைக் காணலாம்.

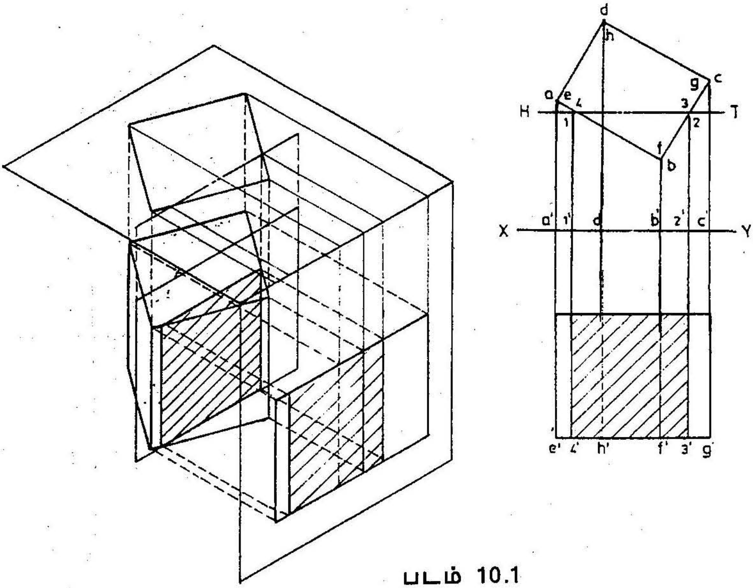
முதன்மைத்தளங்களும், வெட்டுத்தளமும் அமைந்திருக்கும் நிலையைக் கொண்டு, வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரையும் முறையைத் தனி எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் காணலாம்.

10.3 பட்டகங்களின் வெட்டுமுகம் (Sections of Prisms)

எடுத்துக்காட்டு 1

35மிமீ அளவு கொண்ட கனசதுரத்தின் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்திற்கு 30^0 கோணத்தில் சாய்வாகத் தரையில் அமைந்துள்ளது. கனசதுரத்தின் மையக்கோட்டிலிருந்து 10மிமீ தூரத்தில் ஒரு வெட்டும் தளம், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும், நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்துள்ளது. கனசதுரத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

முதலில் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கொப்ப, கனசதுரத்தின் முன் தோற்றத்தையும் மேல் தோற்றத்தையும் வரைந்து கொள்ள வேண்டும். பின்னர் கனசதுரத்தின் மையக் கோட்டிலிருந்து 10மிமீ தூரத்தில் வெட்டும் தளத்தின் மேல்தோற்றத்தை வரைந்து வெட்டப்பட்ட பாகத்தை நீக்கிவிடல் வேண்டும். ஒவ்வொரு முனைக்கும் பெயரிட்டுப் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைதல் வேண்டும்.



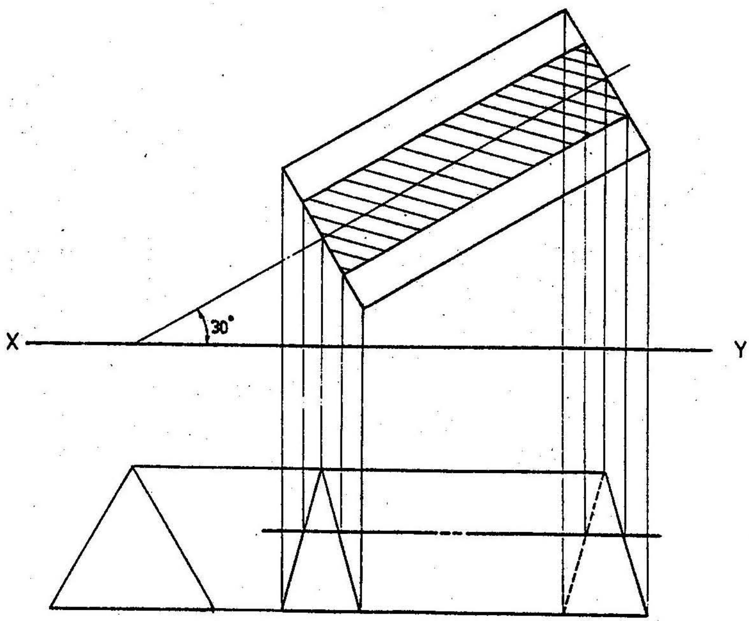
படம் 10.1

வெட்டுத் தோற்றத்தை ஒரே சீரான வெட்டும் தளம் நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதால் இவ்வெட்டுத் தோற்றம், வெட்டு முகத்தின் உண்மையான தோற்றமாக அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

30மிமீ பக்கமும் 50மிமீ நீளமும் கொண்ட முக்கோணப் பட்டகத்தின் அச்சுக் கோடு நிலைத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவில் சாய்வாகத் தரையில் அமைந்துள்ளது. கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ள வெட்டும்தளம் ஒன்று தரையிலிருந்து 12மிமீ உயரத்தில் பட்டகத்தை வெட்டுகிறது. இந்நிலையில் பட்டகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கொப்ப, பட்டகத்தின் மேல் தோற்றத்தையும் முன்தோற்றத்தையும் வரைந்து கொள்ள வேண்டும். வெட்டும் தளத்தின் முன்தோற்றம் பட்டகத்தின் அடிப்பாகத்திலிருந்து 12மிமீ தூரத்தில் xy கோட்டுக்கு இணையாக உள்ளது. பின்னர் ஒவ்வொரு முனைக்கும் பெயரிட்டுப் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து, வெட்டுத் தோற்றத்தைப் பெற



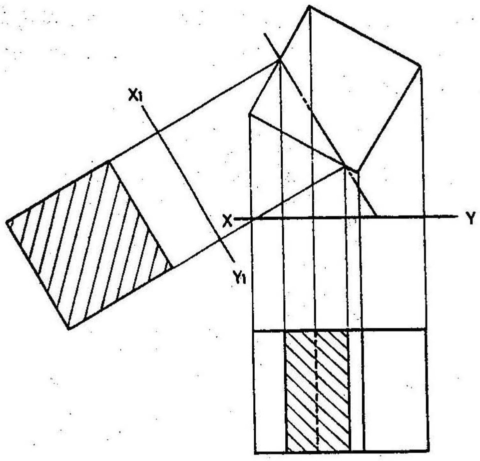
படம் 10.2

வேண்டும். இத்தோற்றத்தை ஒரே சீரான மெல்லிய இணைகோடுகளால் நிரப்ப வேண்டும். இத்தோற்றமே வெட்டு முகத்தின் உண்மையான தோற்றமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

எடுத்துக்காட்டு ஒன்றில் கொடுக்கப்பட்ட கனசதுரத்தை நிலைத்தளத்திற்கு 60^0 கோணத்தில் சாய்வாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள வெட்டும் தளம் கனசதுரத்தின் மையத்திலிருந்து 10மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. இந்நிலையில் பொருளின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் காட்டுக!

கனசதுரத்தின் மேல்தோற்றத்தையும் முன்தோற்றத்தையும் வரைந்து கொள்க. வெட்டும் தளத்தின் மேல் தோற்றம் xy கோட்டுக்கு 60^0 சாய்வாக அமைந்திருக்கும். முன்பு வரைந்தது போலவே கன



படம் 10.3

சதுரத்தின் மேல்தோற்றத்தையும் வெட்டுத்தோற்றத்துடன் கூடிய முன்தோற்றத்தையும் வரைக. ஆனால் இரு தோற்றங்களிலுமே வெட்டுமுகத்தின் மையத் தோற்றம் தெரிவதில்லை.

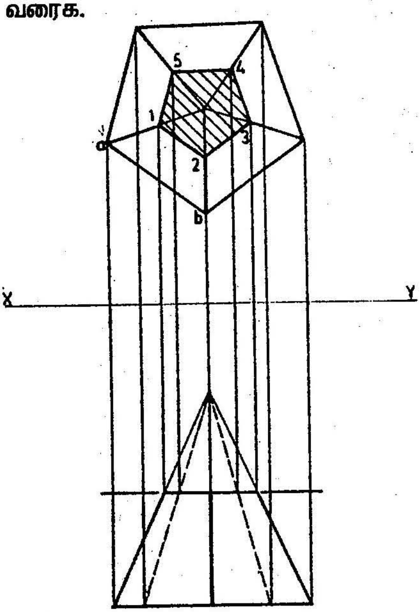
வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தைக் காண, வெட்டும் தளத்திற்கு இணையாக மற்றொரு துணைத்தளத்தை அமைத்தல் வேண்டும். இத்துணைத்தளத்தின் மேல் விழும் தோற்றமே முகத்தின் உண்மையான தோற்றமாகும். வெட்டும் தளத்தின் மேல்தோற்றத்திற்கு இணையாக x_1y_1 என்னும் மற்றொரு முதன்மைக்கோடு வரைக. படத்தில் காட்டியுள்ளது போல x_1y_1 கோட்டுக்கு வீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைந்து வெட்டுமுகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தைப் பெற்று, அதனை மெல்லிய இணைகோடுகளால் நிரப்ப வேண்டும்.

10.4 கூம்பகங்களின் வெட்டுமுகம் (Sections of pyramids)

எடுத்துக்காட்டு 4

30மிமீ பக்கமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணக் கூம்பகத்தின் அடிப்பாகம் தரையில் அமைந்துள்ளது. கூம்பகத்தின் அச்சுக்கோடும் அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கமும் நிலைத்தளத்திற்கு

இணையாக உள்ளன. கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ள நடு வெட்டும்தளம் கூம்பகத்தின் அடிப்பாகத்திலிருந்து 25மிமீ உயரத்தில் கூம்பகத்தை வெட்டுகிறது. இந்நிலையில் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

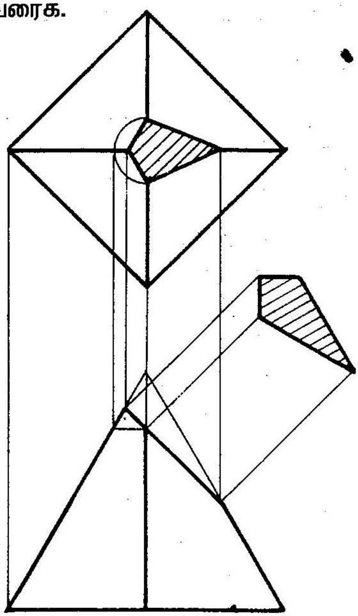


படம் 10.4

கொடுக்கப்பட்ட விளக்கங்களுக்கு ஏற்பக் கூம்பகத்தை வரைந்து கொள்க. கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ளதால், வெட்டும் தளத்தின் முன்தோற்றம் ஒரு கோடாக அமையும். முன்தோற்றத்தின் வெட்டப்பட்ட ஒவ்வொரு முனைக்கும் பெயரிட்டு, அவற்றை மேல்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும். புள்ளிகள் 1, 3, 4, 5 ஆகியவை நேரடியாகக் கிடைத்துவிடும். ஆனால் புள்ளி 2ஐப் பெறுவதில் வீழ்ச்சிக் கோடு பயன்படாது. மையத்திலிருந்து புள்ளி ஒன்று எவ்வளவு தூரம் உள்ளதோ அதே தூரத்தில்தான் புள்ளி இரண்டும் இருக்கும் என்பதால், யிக்கு இணையாக 1,2 வரைந்து புள்ளி 2ஐப் பெறவேண்டும். பின்னர் 1,2,3,4,5 ஆகியவற்றை இணைத்து மெல்லிய இணைகோடுகளால் நிரப்பினால், வெட்டு முகத்தின் மேல்தோற்றம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 5

40மிமீ பக்கமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட சதுரக் கூம்பகம் ஒன்று தரையில் அடிப்பாகத்தைக் கொண்டு அமைந்துள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்திற்கு 45^0 கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது. கூம்பின் அச்சுக்கோட்டின் மையம் வழியாகச் செல்லும் வெட்டும் தளம், நிலைத்தளத்திறகுச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. கூம்பகத்தின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரைக.



படம் 10.5

கொடுக்கப்பட்ட நிலையில் கூம்பகத்தையும் வெட்டும் தளத்தையும் வரைக. முன்தோற்றத்தில் வெட்டும் தளம் ஒரு கோடாகத் தெரியும். கூம்பகத்தின் அச்சுக் கோட்டின் மையம் வழியாகச் செல்லும் இக்கோடு xy கோட்டுக்கு 45^0 சாய்வாக அமைந்திருக்கும். முன்தோற்றத்தில் வெட்டப்பட்ட ஒவ்வொரு முனைக்கும் பெயரிட்டு அவற்றை மேல் தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும் புள்ளிகள் 1.32ம் நேரடியாகக் கிடைத்துவிடும். ஆனால் புள்ளிகள் 2,4 களை நேரடியாகப் பெறமுடியாது. $2'$ வழியாக அடிப்பாகத்திற்கு இணையாக வரையும்

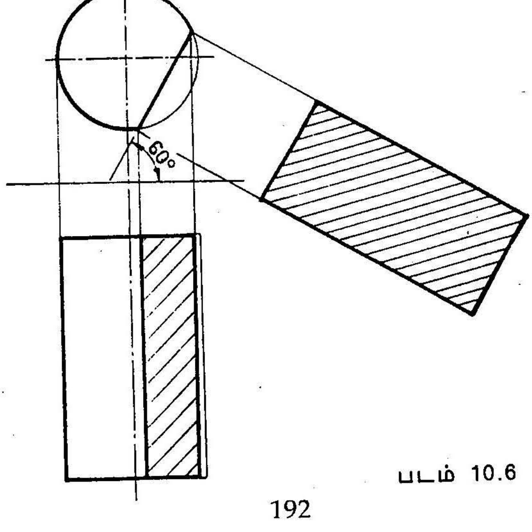
கோடு oa' என்னும் கோட்டினை 2' என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். இப்புள்ளியை மேல்தோற்றத்திற்கு மாற்றும்பொழுது 2 என்னும் புள்ளி கிடைக்கும். இப்புள்ளியிலிருந்து ab என்னும் கோட்டுக்கும் ad என்னும் கோட்டுக்கும் இணைகோடுகள் வரைந்தால், புள்ளிகள் 2,4 கிடைக்கும். 1,2,3,4 ஆகியவற்றை இணைத்து மெல்லிய இணைகோடுகளால் நிரப்பினால் வெட்டுமுகத்தின் மேல்தோற்றம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3இல் காட்டியுள்ளதுபோல, வெட்டும் தளத்தின் முன் தோற்றத்திற்குச் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைந்து வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தைப் பெறலாம்.

10.5 உருளையின் வெட்டுமுகம் (Sections of cylinders)

எடுத்துக்காட்டு 6

30மிமீ விட்டமும் 50மிமீ நீளமும் கொண்ட உருளையின் அச்சுக்கோடு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்திற்கு 60^0 சாய்வாகவும் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று உருளையின் அச்சுக்கோட்டிலிருந்து 10மிமீ தூரத்தில் உருளையினை வெட்டிச் செல்கிறது. இந்நிலையில் உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களுடன், வெட்டுமுகத்தின் உண்மைத் தோற்றத்தையும் வரைக.

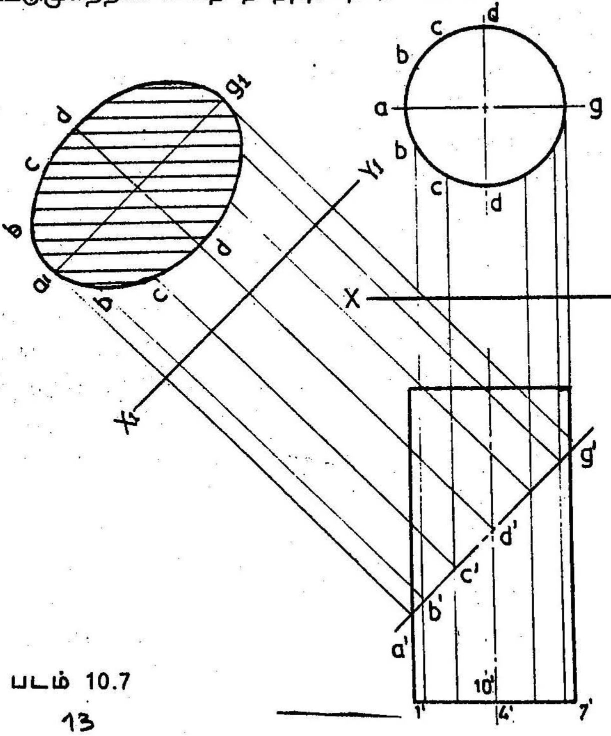


படம் 10.6

உருளையின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களைக் கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கொப்ப வரைந்து கொள்க. அச்சுக்கோட்டுக்கு இணையாக வெட்டும் தளம் அமைந்திருப்பதால், அதன் வெட்டுத்தோற்றம் ஒரு செவ்வகம் போல் காட்சியளிக்கும். முன்னர் வரைந்த முறையைப் போலவே உருளைக்கும் வரைந்து, அதன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7

40மிமீ விட்டமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட உருளையொன்று தரையில் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும்தளம் ஒன்று உருளையின் அச்சுக்கோட்டினை அடிப்பாகத்திலிருந்து 35மிமீ தூரத்தில் வெட்டுகிறது. வெட்டப்பட்ட நிலையில் உருளையின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டுமுகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரைக.



படம் 10.7

13

பட்டகங்களைப் போலவோ, கூம்பகங்களைப் போலவோ, உருளைகளுக்கு குறிப்பிட்ட ஓரங்கள் கிடையாவாகையால், உருளையின் வெளிப் பரப்புகள் எட்டு அல்லது பன்னிரண்டு அமைப்புக்கோடுகளால் (generation) ஆக்கப்பட்டிருப்பனவாகக் கொண்டு முன்னர்க் குறிப்பிட்ட முறையைக் கையாளுதல் வேண்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கும் வெட்டுத்தளத்தின் நிலைக்கும் ஒப்ப வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். பின்னர் வெட்டு முகத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ள பன்னிரண்டு புள்ளிகளிலிருந்தும் வீழ்ச்சிக்கோடுகள் வரைந்து வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரையலாம். இது நீள்வளையமாக இருப்பதைப் படத்தில் காணலாம்.

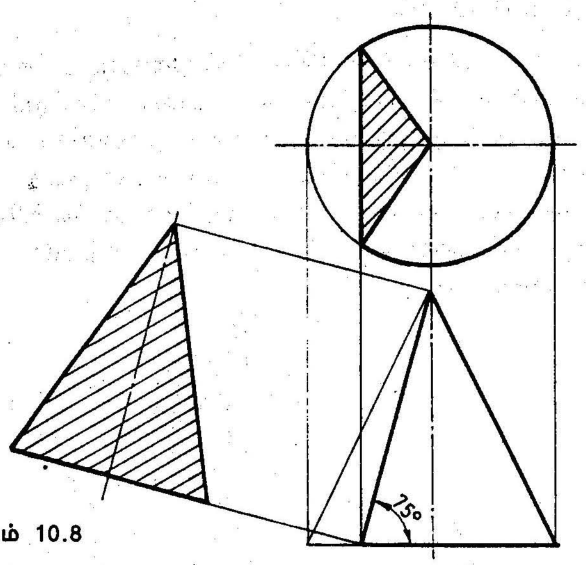
10.6 கூம்புகளின் வெட்டுமுகம் (Sections of Cones)

தரையில் ஒரு கூம்பு அதன் அடிப்பாகத்தைக் கொண்டு அமைந்திருக்கும்பொழுது, அக்கூம்பினை அதன் அச்சுக்கோட்டுக்குச் செங்குத்தாக ஒரு வெட்டும் தளம் வெட்டினால் அதன் வெட்டு முகத்தின் மேல்தோற்றமும் ஒரு வட்டமாகத்தான் இருக்கும். இதனைப் படம் வரைந்து கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு 8

50மிமீ விட்டமும் 60மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பு ஒன்று தரையில் அமைந்துள்ளது. இக்கூம்பின் உச்சி வழியாகச் செல்லும் வெட்டும்தளம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 75° கோணத்தில் சாய்வாகவும் உள்ளது. இந்நிலையில் கூம்பின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களுடன் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரைக.

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்குக் கூம்பின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து, அதன் உச்சி வழியாகச் செல்லும் வெட்டும் தளத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையும் வரைக. முன்தோற்றத்திலுள்ள வெட்டு முகத்தின் முனைகளுக்குப் பெயரிட்டு அவற்றை



படம் 10.8

மேல்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும். பின்னர் வெட்டும் தளத்தின் வீழ்ச்சிக் கோட்டுக்குச் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைந்து, வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தை வரைக.

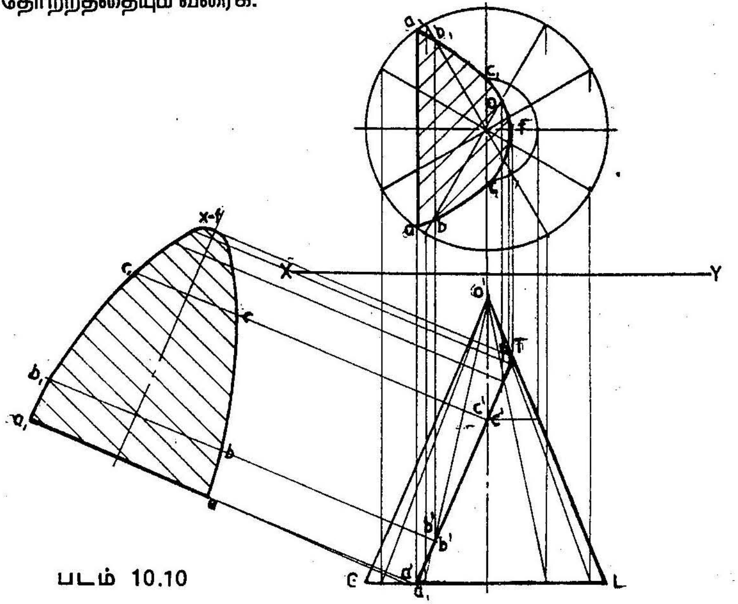
எடுத்துக்காட்டு 9

50மிமீ விட்டமும் 60மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பு ஒன்று தரையில் அமைந்துள்ளது. வெட்டும் தளம் நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 45^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. கூம்பின் வெட்டுத்தோற்றத்தை வீழ்ச்சித் தோற்றங்களில் வரைந்து காட்டுக.

கூம்பின் அடிவட்டத்தைப் பன்னிரண்டு சமபாகங்களாகப் பிரித்துக்கொண்டு, அவற்றை மையப் புள்ளியுடன் இணைத்தால், அமைப்புக்கோடுகளின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்கள் கிடைக்கும். பின்னர் உருளையின் வெட்டு முகங்களைப் காண பயன்படுத்திய முறையையே இங்கும் பயன்படுத்தி, வெட்டு முகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும், மெய்த் தோற்றத்தையும் பெறலாம்.

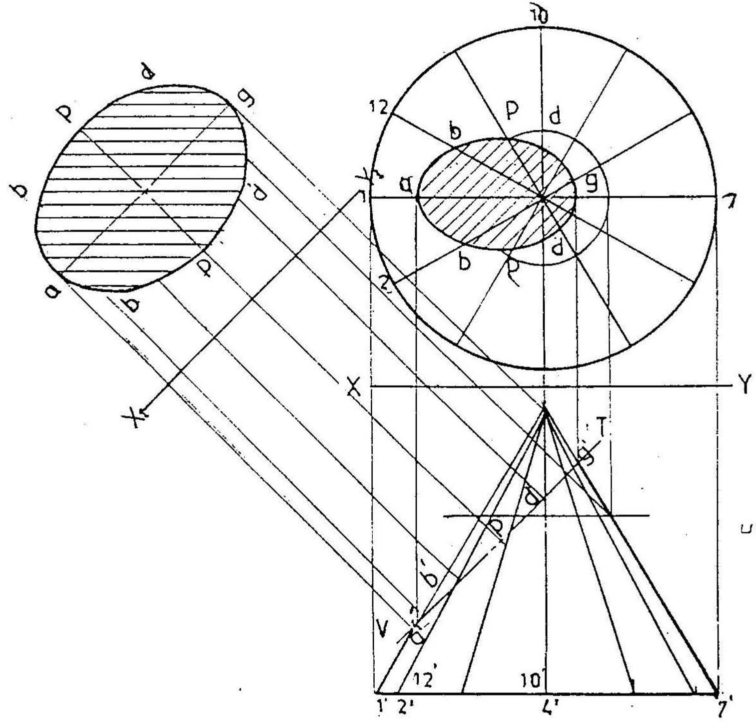
எடுத்துக்காட்டு 10

எடுத்துக்காட்டு 9இல் கொடுக்கப்பட்ட கூம்பினை நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. இவ்வெட்டும் தளம் அமைப்புக்கோட்டுக்கு (generator) இணையாகவும், அக்கோட்டிலிருந்து 10மிமீ தூரம் தள்ளியும் அமைந்துள்ளது. இந்நிலையில் கூம்பின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரைக.



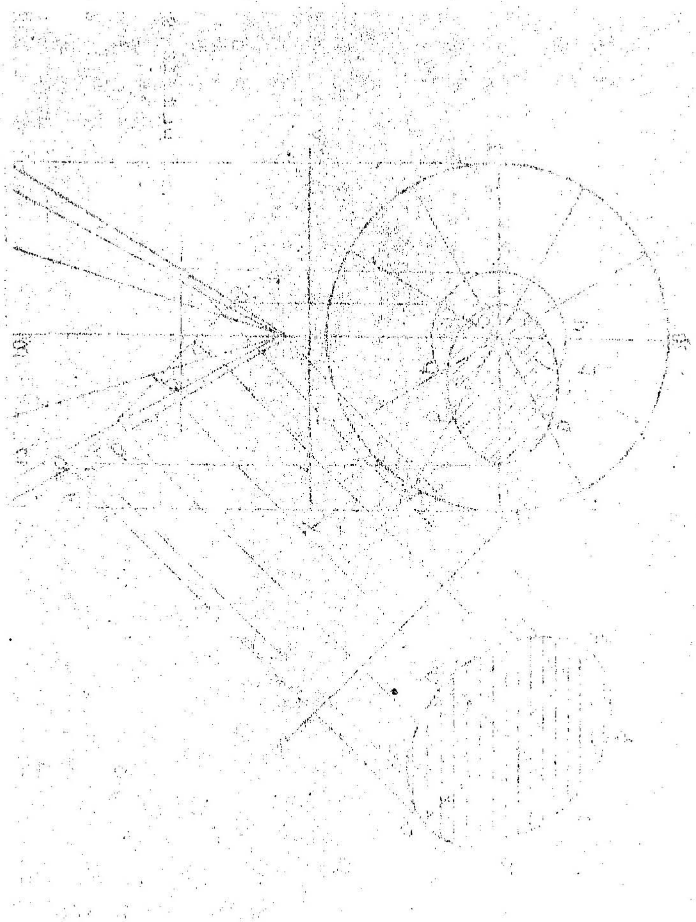
படம் 10.10

கூம்பின் இரு தோற்றங்களையும் வரைந்து கொண்டு, அமைப்புக் கோட்டிலிருந்து 12மிமீ தூரத்தில் அதற்கு இணையாக வெட்டும் தளத்தை வரைக. முன்பு குறிப்பிட்டவாறு, கூம்பின் அடி வட்டத்தைப் பன்னிரண்டு சமன்களாகப் பிரித்து, அவற்றை முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும். அவை வெட்டும் தளத்தைச் சந்திக்கும் புள்ளிகளிலிருந்து மேல்தோற்றத்தையும் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரையலாம்.



படம் 10.9

படம் – 10-9. (பக்கம்-196)

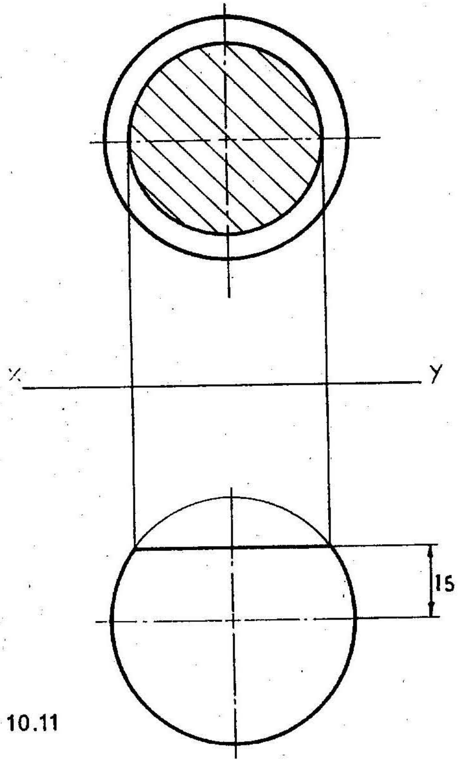


10.7 கோளங்களின் வெட்டு முகம்
(Sections of Spheres)

கோளங்களை வெட்டும் தளம் எந்தக் கோணத்தில் வெட்டினாலும் வெட்டுமுகத்தின் மெய்த்தோற்றம் வட்டமாகவே அமையும். ஆனால், வெட்டும் தளத்தின் சாய்வு நிலையைப் பொறுத்து வெட்டு முகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் மாறுபடும்.

எடுத்துக்காட்டு 11

50மிமீ விட்டம் கொண்ட கோளத்தை அதன் மையத்திலிருந்து 15மிமீ தூரத்தில் கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. கூம்பின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.



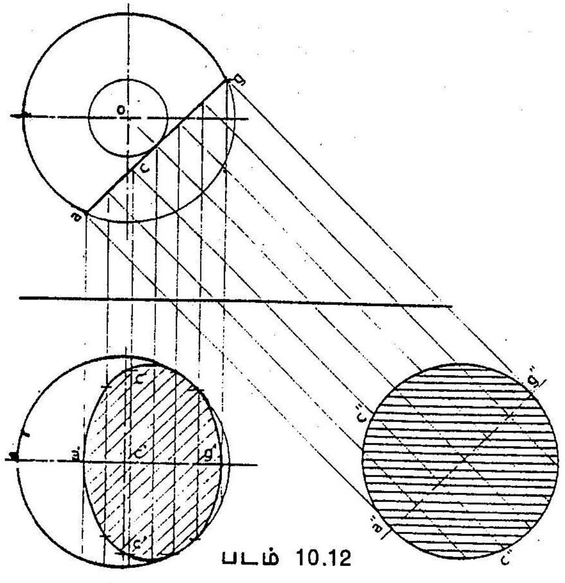
படம் 10.11

கோளத்தின் இரு தோற்றங்களுமே வட்டமாகத்தான் அமையும். கிடைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ள வெட்டும்தளம் கோளத்தை

வெட்டுவதால், வெட்டுமுகத்தின் மேல் தோற்றம் ஒரு வட்டமாகவே தெரியும். இவ்வட்டத்தின் ஆரத்தை முன்தோற்றத்தின் வெட்டும் தோற்றத்திலிருந்து எடுத்துக்கொள்ளவேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 12

50மிமீ விட்டம் கொண்ட கோளத்தைக் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. இவ்வெட்டும் தளம் நிலைத்தளத்திற்கு 45° சாய்வாகவும், கோளத்தின் மையத்திலிருந்து 10மிமீ தூரம் தள்ளியும் அமைந்துள்ளது. கோணத்தின் இரு வீழ்ச்சித்தோற்றங்களையும், வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரைக.



படம் 10.12

கோளத்தின் இரு தோற்றங்களையும் வரைந்து கொள்க. கோளத்தின் மேல் தோற்றத்தில் 10மிமீ ஆரத்தில் ஒரு வட்டம் வரைந்து, அவ்வட்டத்திற்குத் தொடுகோடு ஒன்று xy கோட்டுக்கு 45° சாய்வாக வரையும் கோடே வெட்டும் தளத்திள் வீழ்ச்சித் தோற்றமாகும். இக்கோட்டில் சில புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். வெட்டு முகத்தின் நாண்களின் நீளத்தை இப்புள்ளிகளிலிருந்து முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கப்பட்ட வட்டங்களிலிருந்து

பெறலாம். அவ்வட்டங்களிலிருந்து பெறப்படும் புள்ளிகளை இணைப்பதால் அமையும் நீள்வளையமே வெட்டு முகத்தின் முன்தோற்றமாகும்.

வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றம் aஜஜ விட்டமர்கக் கொண்ட ஒரு வட்டமாக அமையும்.

பயிற்சி 10

1) 45மிமீ பக்கங்கொண்ட கன சதுரத்தின் அடிப்பாகத்தின் பக்கம் ஒன்று நிலைத்தளத்துடன் 30° கோண அளவில் சாய்ந்துள்ளது. நிலைத்தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 30° கோண அளவில் சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும்தளம் ஒன்று கனசதுரத்தின் அச்சுக்கோட்டினை அடிப்பாகத்திலிருந்து 35மிமீ உயரத்தில் வெட்டுகிறது. கன சதுரத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டு முகத்தின் மெய்த் தோற்றத்தையும் வரைக.

2) 25மிமீ பக்கமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட அறுகோணப் பட்டகம் ஒன்று தன் செவ்வக வடிவங்களில் ஒன்று தரையில் படியுமாறு அமைந்துள்ளது. அதன் அச்சுக்கோடு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ளது. நிலைத்தளத்துக்கு 45° கோண அளவில் சாய்ந்துள்ள செங்குத்தான வெட்டும் தளம் ஒன்று இப்பட்டகத்தை வெட்டிச் செல்கிறது. பட்டகத்தின் அச்சுக்கோட்டினை ஒரு பக்கத்திலிருந்து 20மிமீ தூரத்தில் வெட்டுவதால் உண்டாகும் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரைக.

3) சதுரமான உள்துளை கொண்ட சதுரப் பட்டகத்தின் வெளி அளவு 40மிமீ உயரம் 65மிமீ பருமன் 8மிமீ. அடிப்பாகத்தின் பக்கம் ஒன்று நிலைத்தளத்துடன் 30° சாய்வாகத் தரையில் அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்துக்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்துக்கு 30° சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று பட்டகத்தின் அச்சுக் கோட்டினை மேல் பக்கத்திலிருந்து 12மிமீ கீழாக வெட்டிச் செல்கிறது. இந்நிலையில் பட்டகத்தின் வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தை வரைக.

4) 25மிமீ பக்கமும் 75மிமீ உயரமும் கொண்ட அறுகோணக் கூம்பகத்தின் அச்சு, கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. அத்துடன் அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ளது. நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 60° சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும்தளம் ஒன்று கூம்பகத்தின் அச்சுக் கோட்டின் மையப் புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது. இந்நிலையில் கூம்பகத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து, வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரைக.

5) 35மிமீ பக்கமும் 75மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணக் கம்பகத்தின் அச்சு, கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்துக்கு இணையாக உள்ள அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கம்நிலைத்ததளத்திலிருந்து தொலைவில் உள்ளது. நிலைத்தளத்துக்கு 45° கோண அளவில் சாய்ந்துள்ள செங்குத்தான வெட்டும் தளம், கூம்பகத்தை அதன் அக்கோட்டிலிருந்து 8மிமீ தூரத்தில் வெட்டிச் செல்கிறது.கூம்பகத்தின் வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தை வரைக.

6) 50மிமீ விட்டமும் 65மிமீ உயரமும் கொண்ட உருளையின் அச்சு, கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 45° கோண அளவில் சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும்தளம் ஒன்று உருளையின் அச்சுக்கோட்டினை தன் அடிப்பாகத்திலிருந்து 50மிமீ உயரத்தில் வெட்டுகிறது. இந்த நிலையில் உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வெட்டுமுகத்தின் உண்மைத் தோற்றத்தையும் வரைக.

7) சதுரமான உள் துளை கொண்ட உருளையின் விட்டம் 50மிமீ உயாம், 75மிமீ, 25மிமீ பக்கங்கொண்ட துளையின் அச்சுக்கோடு உருளையின் அச்சுக்கோட்டுடன் இணைந்து உள்ளது. நிலைத்தளத்துக்குச் செங்குத்தாக அச்சினைக் கொண்ட சதுரத் துளையின் பக்கங்களில் இரண்டு கிடைத்தளத்திற்குச் சமகோணத்தில் சாய்ந்துள்ளன.

செங்குத்தாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று உருளையின் அச்சுக் கோட்டிற்கு 30° சாய்வாக உருளையினை இரு சம பகுதிகளாக வெட்டுகிறது. இந்த நிலையில் உருளையின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களுடன் வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரைக.

8) 50மிமீ விட்டமும் 60மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பு ஒன்று செங்குத்தான நிலையில் தரையில் அமைந்துள்ளது. இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று, கூம்பின் அச்சுக்கோட்டிலிருந்து 7மிமீ தூரத்தில் கூம்பினை வெட்டுகிறது. இந்நிலையில் வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தை வரைக.

9) 50மிமீ விட்டம் கொண்ட கோளத்தை நிலைத் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளவெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. இவ்வெட்டும் தளம் கிடைத்தளத்திற்கு 50° சாய்வாகவும் கோளத்தின் மையத்திலிருந்து 12மிமீ தூரம் தள்ளியும் அமைந்துள்ளது. கோளத்தின் இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களுடன், வெட்டு முகத்தின் மெய்த்தோற்றத்தையும் வரைக.

10) 60மிமீ விட்டம் கொண்ட கோளத்தை நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், நிலைத்தளத்திற்கு 30° சாய்வாகவும் உள்ள வெட்டும் தளம் ஒன்று வெட்டுகிறது. அங்கனம் வெட்டும்பொழுது தோன்றும் வெட்டு முகத்தின் விட்டம் 40மிமீ எனில், கோளத்தின் இருவீழ்ச்சித்தோற்றங்களையும் வரைக.

11. ஊடுரு பரப்புகள்

(INTERSECTION OF SURFACES)

தொழிலகங்களில் பொருள்களை வெவ்வேறு உருவங்களில் உருவாக்கும்பொழுது வெவ்வேறு தளங்களை ஒன்றாக இணைக்க வேண்டியிருக்கும். தேவைக்கு ஏற்ப ஒரு நேர்பரப்பை இன்னொரு நேர்பரப்புடனோ ஒரு வளைபரப்புடனோ இணைக்க நேரிடலாம், அல்லது ஒரு வளைபரப்பை மற்றொரு வளைபரப்புடனோ ஒரு கூம்பின் பரப்புடனோ இணைக்கவும் நேரிடலாம். அச்சமயங்களில் பரப்புகள் ஒன்றையொன்று ஊடுருவும் தோற்றங்கள் நமக்குப் பேருதவியாக இருக்கும். அத்துடன் காற்றுக்குழாய்களின் (Duct) இணைப்பு, கொதிகலன்களின் மேற்பரப்பு, புகைபோக்கியுடன் இணைப்பு போன்றவற்றை விரிவமைக்கும்பொழுதும் இத்தகைய தோற்றங்களை நாம் பயன்படுத்த நேரிடலாம். எனவே இரு வெவ்வேறு அமைப்புகள் கொண்ட தளங்கள் ஒன்றையொன்று ஊடுருவும்பொழுது ஏற்படும் தோற்றங்களை வரையும் முறையை இங்குக் காணலாம்.

வெவ்வேறு பரப்புகளின் ஊடுருவல்களைக் கீழ்க்கண்ட பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

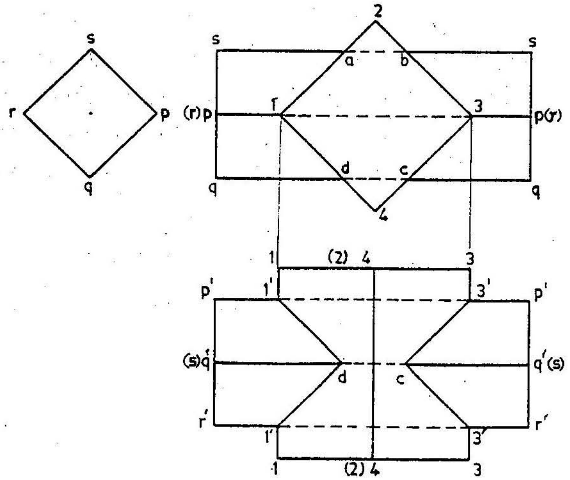
1. இரு நேர்பரப்புகள் ஒன்றையொன்று ஊடுருவுதல்.
2. இரு வளைபரப்புகள் ஒன்றையொன்று ஊடுருவுதல்.
3. ஒரு நேர்பரப்பும் ஒரு வளைபரப்பும் ஊடுருவுதல்.
4. ஒரு வளைபரப்பும் ஒரு கூம்பின் பரப்பும் ஊடுருவுதல்.
5. ஒரு நேர்பரப்பும் ஒரு கூம்பின் பரப்பும் ஊடுருவுதல்.
6. கோளத்துடன் வேறொரு பரப்பு ஊடுருவுதல்.

இந்தப் பகுதியில் மேற்கண்ட ஊடுருவல்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைவதற்குப் பட்டகங்கள், உருளைகள், கூம்புகள்,

கோளங்கள் போன்ற பலவகையான பொருள்களை எடுத்துக் கொண்டுள்ளோம். தோற்றங்களை வரையும் முறைகள் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் தெளிவாக விளக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 1

45மிமீ பக்கங்கொண்ட சதுரப்பட்டகத்தை 30மிமீ பக்கங்கொண்ட இன்னொரு சதுரப்பட்டகம் ஊடுருவிச் செல்கிறது. இரண்டின் அச்சுகளும் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்கின்றன. அத்துடன் ஊடுருவப்பட்ட பட்டகத்தின் ஒரு செவ்வகப்பக்கம் நிலைத்தளத்திற்கு 45° சாய்வாகவும் ஊடுருவும் பட்டகத்தின் ஒரு செவ்வகப்பக்கம் கிடைத்தளத்திற்கு 45° சாய்வாகவும் உள்ளன. வெட்டுக்கோடுகள் தெரியும் வண்ணம் பட்டகங்களின் தோற்றங்களை வரைக.



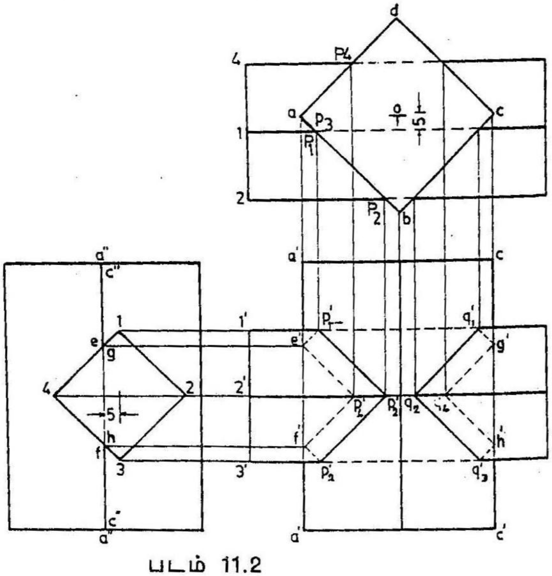
படம் 11.1

கொடுக்கப்பட்ட நிலைகளுக்கேற்பப் பட்டகங்களை வரைந்து கொள்க. ஊடுருவப்பட்ட பட்டகம் கிடைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருப்பதால், அதன் மேல் தோற்றம் 45மிமீ அளவுள்ள ஒரு சதுரமாகவே (1234) அமைந்திருக்கும். ஊடுருவும் பட்டகத்தை வரைவதற்கு உதவியாகப் பக்கத்தில் ஒரு 30மிமீ அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தையும் (PQRS) வரைந்து கொள்க.

மேல் தோற்றத்தில், செங்குத்துப் பட்டகத்தை pp என்னும் கோடு 1,3 என்னும் புள்ளிகளிலும், ss என்னும் கோடு ab என்னும் புள்ளிகளிலும் qq என்னும் கோடு dc என்னும் புள்ளிகளிலும் வெட்டுகின்றன. 1ab3cd என்னும் புள்ளிகளிலிருந்து முன்தோற்றத்திற்கு வீழ்ச்சிக்கோடு வரைந்தால் முறையே 1'a'b'3'c'd' என்னும் புள்ளிகள் கிடைக்கும். இவற்றுள் a'd' உடனும் b'c' ஒன்றிவிடும் புள்ளிகளாகும். d'ஐஉடனும் c'ஐ 3' உடனும் இணைத்து, மறைக்கப்பட்ட கோடுகளை விடுபட்ட கோடுகளால் இணைத்தால், பட்டகத்தின் தோற்றங்கள் வெட்டுக் கோடுகளுடன் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

45மிமீ பக்கங்கள் கொண்ட சதுரப்பட்டகத்தை 30மிமீ பக்கங்கொண்ட மற்றொரு சதுரபட்டகம் முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. சிறிய பட்டகத்தின் அச்சு நிலத்தளத்திற்கும் கிடைத்தளத்திற்கும் இணையாக இருப்பதுடன் நிலைப்பட்டகத்தின் அச்சிலிருந்து 5 மிமீ தூரம் தள்ளியிருக்கிறது. அத்துடன் இரண்டு பட்டகங்களின் பக்கங்களும் நிலைத்தளத்திற்குச் சமமாகவே சாய்ந்துள்ளன. ஊடுருவு தளங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

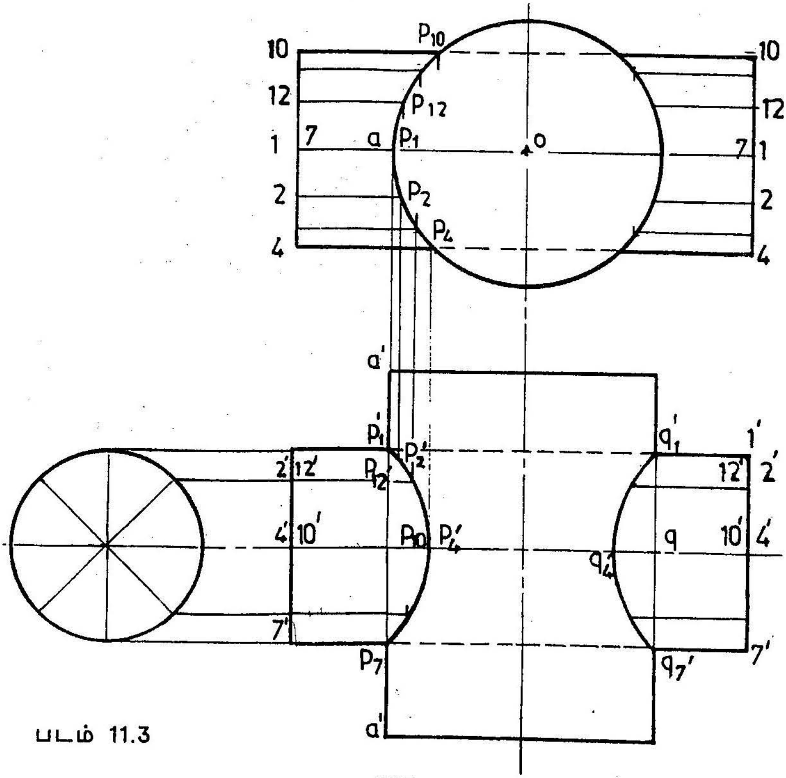


படம் 11.2

கொடுக்கப்பட்ட நிலைகளுக்கிணங்கப் பட்டகங்களின் மேல்தோற்றத்தை முன்தோற்றத்தையும் வரைந்து கொள்க. அத்துடன் பக்கத் தோற்றத்தையும் (Slide view) வரைந்து கொள்க. இரண்டு அச்சுகளுக்குமிடையே 5மிமீ இடைவெளி மேல்தோற்றத்திலும் பக்கவெட்டுத்தோற்றத்திலும் காட்டப்பட்டுள்ளது. பின்னர் வெவ்வேறு புள்ளிகளின் வீழ்ச்சிக்கோடுகள் நிரலாகக் கிடைக்கும்பொழுது, பட்டகங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள், வெட்டுக்கோட்டுடன் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

55மிமீ விட்டமுள்ள உருளையினை 40மிமீ விட்டமுள்ள மற்றோர் உருளை ஊடுருவிச் செல்கிறது. இச்சிறிய உருளையின் அச்சு இரண்டு தளங்களுக்குமே இணையாக இருப்பதுடன், செங்குத்தாக உள்ள அச்சினையும் வெட்டிச் செல்கிறது. வெட்டுக் கோட்டுடன் கூடிய வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

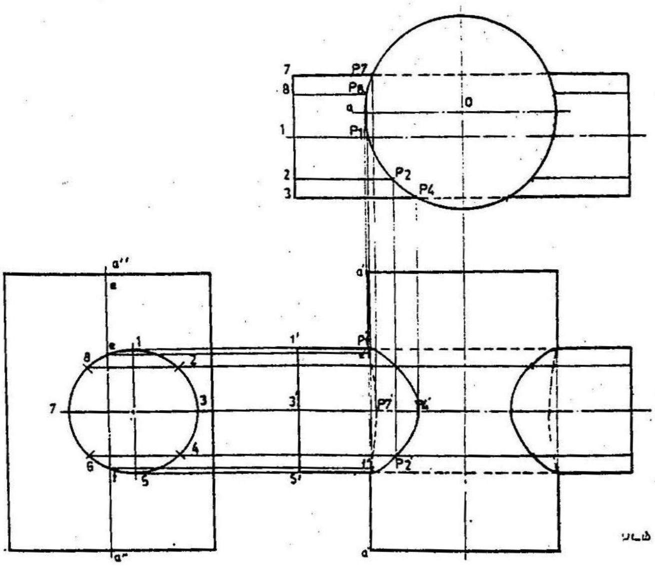


படம் 11.3

உருளைகளின் மேல் தோற்றத்தையும் முன்தோற்றத்தையும் வரைந்துகொள்க. சிறிய உருளையின் பக்கவாட்டுத்தோற்றமான வட்டத்தையும் வரைந்து, அதன் உதவி கொண்டு சிறிய உருளையின் மேற்பரப்பினை எட்டுச் சமன்களாகப் பிரித்துக்கொள்ளவும். ஒவ்வொரு பிரிவுப் புள்ளிக்கும் பெயரிட்டு, அவற்றின் வீழ்ச்சிக்கோடுகளை இரு தோற்றங்களிலிருந்தும் வரையும்பொழுது, ஊடுருவு தளங்களின் வெட்டுத்தோற்றம் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 4

செங்குத்தான அச்சினை உடைய 65மிமீ விட்டமுள்ள உருளையை 40மிமீ விட்டமுள்ள மற்றோர் உருளை ஊடுருவிச் செல்கிறது. இச்சிறு உருளையின் அச்சு இரண்டு தளங்களுக்குமே இணையாகவுள்ளது. ஈரச்சுகளுக்குமிடையே 8மிமீ தூரம் இடைவெளி உள்ளது. இவ்வுருளைகளின் தோற்றங்களை வெட்டுக்கோடுகளோடு வரைந்து காட்டுக.

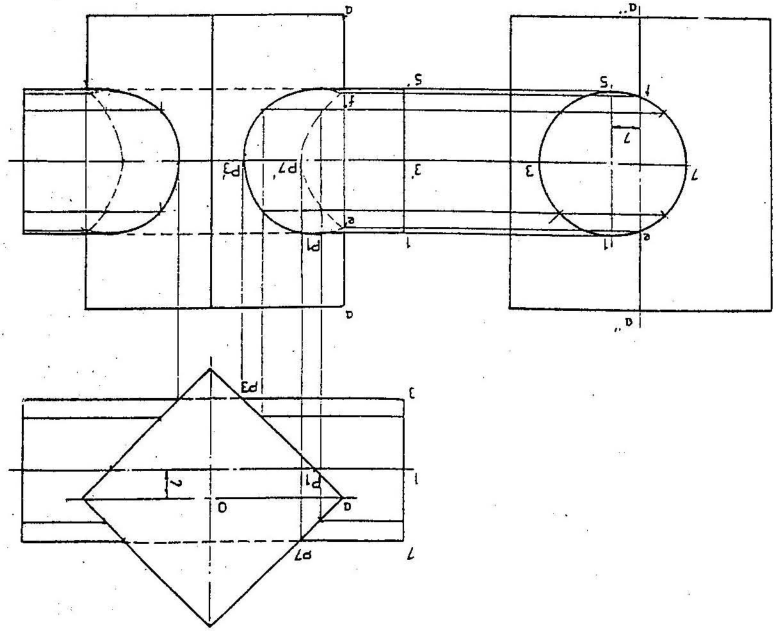


படம் 11.4

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கிணங்க, உருளைகளி மூன்று தோற்றங்களையும் வரைந்து கொள்க. மேல் தோற்றத்திலும் பக்கவாட்டுத் தோற்றத்திலும் ஈரச்சுகளுக்குமிடையே 8மிமீ இடைவெளி நன்கு புலப்படும் சிறிய உருளையின் மேற்பரப்பை எட்டுச் சமபிரிவுகளாகப் பிரிந்து, ஒவ்வொரு பிரிவுப் புள்ளிக்கும் பெயரிடுக. வெவ்வேறு புள்ளிகளின் வீழ்ச்சிக்கோடுகளை நிரவலாக இணைக்கும் பொழுது, உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வெட்டுக் கோடுகளுடன் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 5

50மிமீ பக்கமுள்ள சதுரப்பட்டகத்தின் அச்சு செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. நிலைத்தளத்துக்கு 45° சாய்வாக ஒரு செவ்வகப்பக்கத்தைக் கொண்ட இப்பட்டகத்தை 40மிமீ விட்டமுள்ள உருளை ஒன்று ஊடுருவிச் செல்கிறது. உருளையின் அச்சு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ளது. ஈரச்சுகளுக்குமிடையே உள்ள இடைவெளி 7மிமீ இருப்பின், வெட்டுக்கோடுகளுடன் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

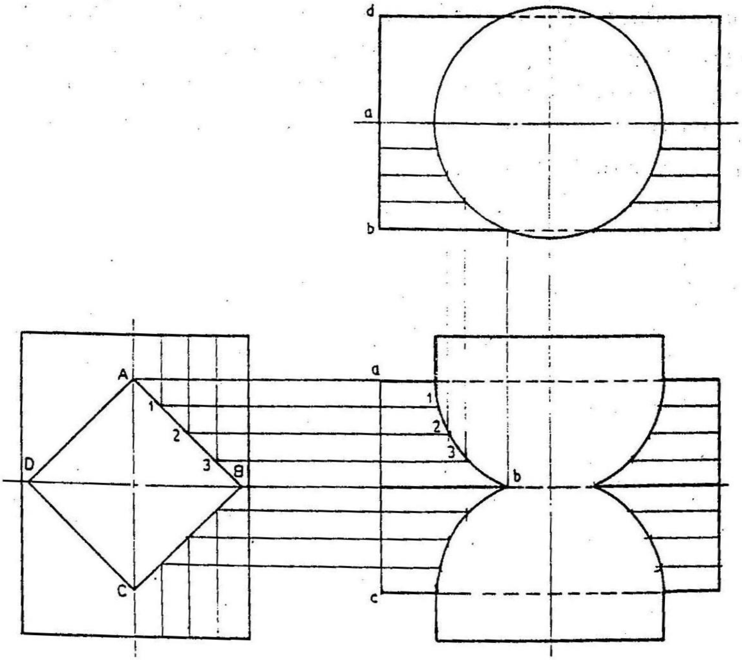


படம் 11.5

எடுத்துக்காட்டு 4இல் காட்டிய முறையை இங்கும் கையாண்டு வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6

செங்குத்தான அச்சினைக் கொண்ட 60மிமீ விட்டமுள்ள உருளையினை, 40மிமீ பக்கங்கொண்ட சதுரப்பட்டகம் ஒன்று முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. பட்டகத்தின் அச்சு இருதளங்களுக்கும் இணையாகவும், உருளையின் அச்சினைத் தொட்டுக்கொண்டும் அமைந்துள்ளது. இந்த நிலையில் பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



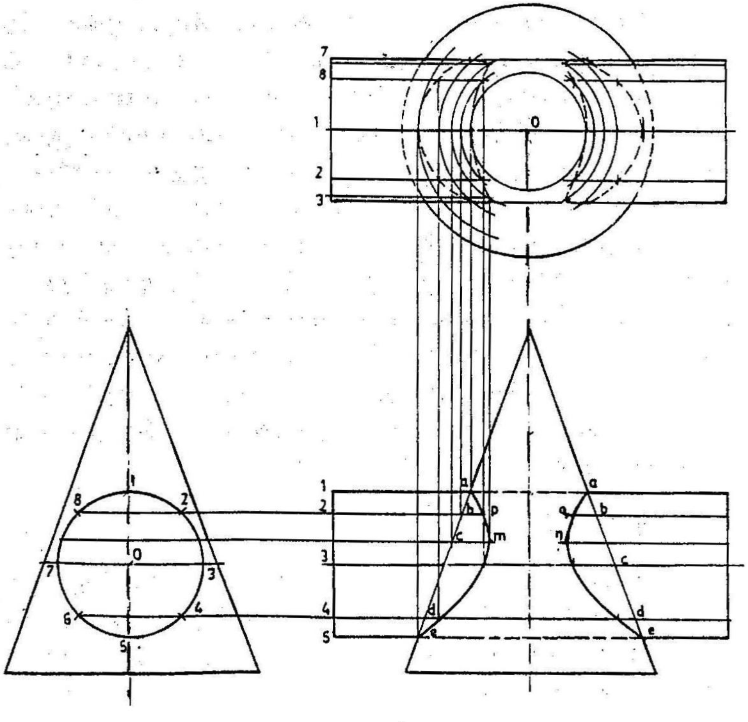
படம் 11.6

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ஏற்பப் பொருள்களின் மூன்று தோற்றங்களையும் வரைந்து கொள்க. பட்டகத்தின் நான்கு ஓரங்களையும் ABCD எனக்கொண்டு, அவற்றின்

தோற்றப்புள்ளிகளைக் குறித்துக் கொள்ளவேண்டும். ஓரம் ABயிற்கு இடையில், ஏதாவது மூன்று கோடுகளை எடுத்துக் கொண்டு, எல்லாப் புள்ளிகளையும் இணைத்தால், வெட்டுக்கோட்டுடன், பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 7

70மிமீ அடிவிட்டமும் 95மிமீ உயரமும் கொண்ட செங்குத்தான கூம்பினை, **35**மிமீ விட்டம் கொண்ட உருளை ஒன்று முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. **20**மிமீ உயரத்தில் வெட்டுவதோடு, இரு தளங்களுக்குமே இணையாகவும் உள்ளது, ஊடுருவுதளங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



படம் 11.7

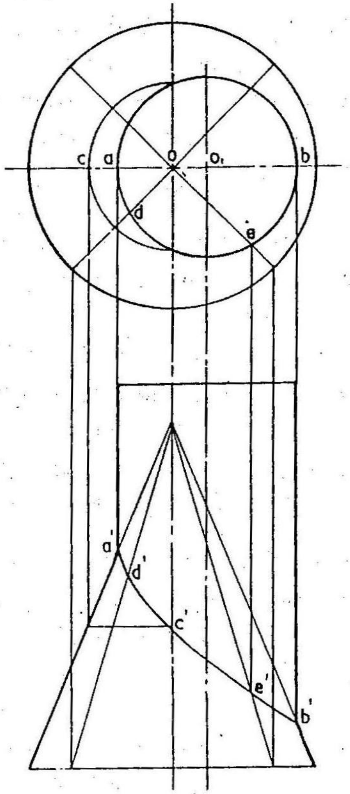
14

வெட்டும் தளங்கள் கூம்பினையும் உருளையையும் வெட்டுவனவாகக் கொண்டு, புள்ளிகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து அவற்றை இணைக்கலாம். உருளையின் பக்கவாட்டுத் தோற்றமான வட்டத்தை எட்டு அல்லது 12 சமபாகங்களாகப் பிரித்துக் கொண்டு, அவற்றை முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும். aa,bb,cc என்னும் கூம்பின் வெவ்வேறு வெட்டு முகங்களின் விட்டங்கள் கிடைக்கும் .

இவற்றை விட்டமாகக் கொண்டு மேல்தோற்றத்தில் வட்டங்கள் வரைக. எடுத்துக்காட்டாக bb விட்டமுள்ள வட்டத்தை எடுத்துக் கொள்வோம். இவ்வட்டத்திற்குக் காரணமாகப் பிரிவு 2,8 வழியாகச் செல்லும் கோடுகள், இவ்வட்டத்தினை r s t u என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும். இப்புள்ளிகளை முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றும்போது, pq என்னும் புள்ளிகள் கிடைக்கும். இவ்வாறே மற்றப் புள்ளிகளையும் பெறலாம். முன்தோற்றத்தில் ஊடுருவு கோட்டில் திசைமாற்றப்புள்ளிகளை m,nயும் கண்டுபிடிக்க வேண்டும். பக்கவாட்டுத் தோற்றத்தில் சாய்மானக் கோடுகளுக்கு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து இரு செங்குத்துக் கோடுகள் (O'L O'K) வரைந்து கொள்க. இக்கோடுகள் சிறுவட்டத்தை f f என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும் முன்பு. வரைந்தது போலவே? இப்புள்ளிகளிலிருந்து முன்தோற்றத்திற்கும், முன்தோற்றத்திலிருந்து மேல்தோற்றத்திற்கும் வீழ்ச்சிக் கோடுகளை மாற்றியமைத்து (mn) என்னும் புள்ளிகளைப் பெறலாம். எல்லாப் புள்ளிகளையும் இணைப்பதால் மேல் தோற்றத்திலும், முன்தோற்றத்திலும் ஊடுருவு பரப்புகளின் தோற்றங்கள் தெளிவுற அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 8

75மிமீ அடிவிட்டமும் 90மிமீ உயரமும் கொண்ட செங்குத்தான கூம்பினை 40மிமீ விட்டமுள்ள உருளை ஒன்று முழுமையாகச் ஊடுருவிச் செல்கிறது. கூம்பின் அச்சும் உருளையின் அச்சாகச் செங்குத்தாக ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருப்பதுடன், இரண்டுக்குமிடையே 10மிமீ தூரம் இடைவெளியும் உள்ளது. ஊடுருவு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.



படம் 11.8

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு இணங்கக் கூம்பு, உருளை இரண்டையும் செங்குத்தாக வரையவும், படத்தில் இரண்டு அச்சுகளின் வழியாகச் செல்லும் தளம், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ளது.

கூம்பின் மேல் தோற்றத்தை எட்டுச் சமபாகங்களாகப் பிரித்து, அப்பிரிவுகளின் புள்ளிகளை முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கவும், கூம்பின் சாய்வுத்தளக்கோடுகளில் இரண்டு, உருளையின் மேல் தோற்றமான விட்டத்தை a b என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது. இப்புள்ளிகளை முன்தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைக்கும்பொழுது a′b′ என்னும் புள்ளிகள் கிடைக்கின்றன. இதே போல் d e d'e' என்னும் புள்ளிகளைப் பெறலாம். முன்தோற்றத்தில் c' என்னும் புள்ளியைப் பெற, மேல்

தோற்றத்தில் 0 மையமாகக் கொண்டு உருளையின் ஆரத்தில் ஓர் அரைவட்டம் வரைக. இது கூம்பின் சாய்வுக்கோட்டினை என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். அதனை முன்தோற்றத்திற்குப் படம் 11.8யில் காட்டியுள்ளதுபோல மாற்றியமைத்திடுக. பின்னர் a'd'c'e'b' ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்தால் ஊடுரு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் அமையும்.

பயிற்சி 9

1. 50மிமீ பக்கங்கொண்ட சதுரப்பட்டகமொன்று தரையில் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. இதன் ஒரு பக்கம் நிலைத்தளத்துடன் 60^0 சாய்ந்துள்ளது. இப்பட்டகத்தை 35மிமீ பக்கங்கொண்ட மற்றொரு பட்டகம் முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. ஊடுருவும் இச்சிறு பட்டகத்தின் பக்கங்கள் இரு தளங்களுக்குமே சமகோணத்தில் சாய்ந்திருப்பதுடன், அச்சு நிலை அச்சினைச் செங்குத்தாக வெட்டிச் செல்கிறது. ஊடுருவு பரப்புகளை வரைந்து காட்டுக.

2. 40மிமீ பக்கங்கொண்ட செங்குத்தான சதுரப்பட்டகத்தை 30மிமீ பக்கங்கொண்ட மற்றொரு பட்டகம் ஊடுருவிச் செல்கிறது. ஊடுருவும் இப்பட்டகத்தின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 30^0 சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. பட்டகங்களின் பக்கங்கள் இரு தளங்களுக்குமே சமகோணத்தில் சாய்ந்துள்ளன. ஊடுரு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

3. 45மிமீ பக்கங்கொண்ட செங்குத்தான முக்கோணப் பட்டகத்தை 40மிமீ பக்கங்கொண்ட மற்றொரு முக்கோணப் பட்டகம் ஊடுருவிச் செல்கிறது. இச்சிறிய பட்டகத்தின் அச்சு நிலைத்தளத்துடன் 30^0 சாய்வாக இருக்கும்பொழுது பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

4. 50மிமீ விட்டங்கொண்ட செங்குத்து உருளையினை அதே அளவுள்ள மற்றோர் உருளை உடுருவிச் செல்கிறது. இவ்வுருளையின் அச்சு இரு தளங்களுக்குமே இணையாக உள்ளது. இரு அச்சுகளுக்குமிடையே 7மிமீ தூரம் இடைவெளி உள்ளதெனில் வெட்டுக் கோடுகளுடன் உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

5. 55மிமீ விட்டங்கொண்ட செங்குத்து உருளையினை 35மிமீ விட்டங்கொண்ட மற்றோர் உருளை ஊடுருவிச் செல்கிறது. இச்சிறு உருளையின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் கிடைத்தளத்திற்கு 30^0 சாய்வாகவும் அமைந்துள்ளது. உருளையின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

6. 60மிமீ விட்டமுள்ள செங்குத்து உருளையினை 30மிமீ பக்கங்கொண்ட சதுரப்பட்டகம் முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. பட்டகத்தின் அச்சு இரு தளங்களுக்கு இணையாகவும் உருளையின் அச்சிலிருந்து 5மிமீ தூரம் தள்ளியும் உள்ளது. பட்டகத்தின் பக்கங்கள் இருதளங்களுக்கும் 45^0 சாய்வாக அமைந்திருக்கும்பொழுது, ஊடுறு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

7. 60மிமீ விட்டமுள்ள செங்குத்து உருளையினை 40மிமீ பக்கங்கொண்ட சதுரப்பட்டகம் ஒன்று ஊடுருவிச் செல்கிறது. பட்டகத்தின் அச்சு இரு தளங்களுக்கு இணையாகவும், உருளையின் அச்சியிலிருந்து 10மிமீ தூரம் தள்ளியும் உள்ளது. பட்டகத்தின் ஒரு பக்கம் கிடைத்தளத்திற்கு 35^0 சாய்வாக அமைந்திருப்பின் ஊடுருவு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

8. 80 மிமீ விட்டமும் 100மிமீ உயரமும் கொண்ட செங்குத்துக் கம்பினை 40மிமீ விட்டங்கொண்ட உருளையொன்று ஊடுருவிச் செல்கிறது. உருளையின் அச்சு, கூம்பின் அடிப்பாகத்திலிருந்து 25மிமீ உயரத்திலும் கூம்பின்அச்சிலிருந்து 5மிமீ தூரம் விலகியும் உள்ளது, வெட்டுக்கோடுகளுடன் கூடிய வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

9. 75மிமீ விட்டமும் 100மிமீ உயரமும் கொண்டு செங்குத்தாக உள்ள கூம்பினை, 40மிமீ விட்டங்கொண்ட உருளையொன்று ஊடுருவிச் செல்கிறது. உருளையின் அச்சு கூம்பின் அடிப்பாகத்திலிருந்து 30மிமீ உயரத்திலும், கூம்பின் அச்சிலிருந்து 10மிமீ தூரம் தள்ளியும் அமைந்துள்ளது. வெட்டுக்கோடுகளுடன் கூடிய வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

10. 75மிமீ அடி விட்டமும் 90மிமீ உயரமும் கொண்ட செங்குத்தான கூம்பினை 40மிமீ விட்டமுள்ள உருளையொன்று முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. கூம்பின் அச்சும் உருளையின் அச்சும் செங்குத்தாக ஒன்றுக்கொன்று இணையாக இருப்பதுடன், இரண்டுக்குமிடையே 10மிமீ தூரம் இடைவெளியும் உள்ளது. இவ்விரண்டு அச்சுகள் வழியாகச் செல்லும் துணை நிலைத்தளம் நிலைத்தளத்துடன் 45^0 சாய்வாக உள்ளது. ஊடுருவு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித்தோற்றங்களை வரைக.

11. 70மிமீ விட்டமும் 110மிமீ உயரமும் கொண்ட ஒரு செங்குத்தான கம்பினை 45மிமீ விட்டமுள்ள உருளையொன்று ஊடுருவிச் செல்கிறது. அங்ஙனம் ஊடுருவும்பொழுது உருளையின் வெளிபரப்புக்கோடுகள், கூம்பின் வெளிப்பரப்புக்கோடுகளைத் தொட்டுச் செல்லும். உருளையின் அச்சுக்கோடு கூம்பின் அச்சுக்கோட்டில் செங்குத்தாக வெட்டுவதுடன், நிலைத்தளத்திற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது, பொருள்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைந்து காட்டுக.

12. 90மிமீ விட்டமும் 100மிமீ உயரமும் கொண்ட ஒரு கூம்பினை 70மிமீ விட்டமும் 100மிமீ உயரமும் கொண்ட மற்றொரு கூம்பு ஊடுருவிச் செல்கிறது. இரு அச்சுக்களும் ஒன்றையொன்று சமபாகத்தில், செங்குத்தாக வெட்டிக்கொள்கின்றன. ஊடுருவிச் செல்லும் கூம்பின் அச்சு நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பின் வெட்டுக் கோடுகளுடன் கூடிய வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைக.

13. 75மிமீ விட்டமுள்ள கோளத்தை 50மிமீ விட்டமுள்ள உருளையொன்று முழுமையாக ஊடுருவிச் செல்கிறது. உருளையின் அச்சு கோணத்தின் மையத்தின் வழியாகச் செல்லும்பொழுது ஊடுரு பரப்புகளின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் மூன்றையும் வரைக.

12. பரப்புகளின் விரிப்பு

(DEVELOPMENTS OF SURFACES)

புனல் (Funnel) புகைபோக்கி, வாளி, கொதிகலன் முதலானவற்றைப் பார்த்திருக்கலாம். இவை உலோகத் தகடுகளை வளைப்பதன் மூலம் உருவாக்கப்படும் சாதனங்கள். ஒரு புகைபோக்கிக் குழாயைச் செய்வதற்கு முன், அதற்குத் தேவையான தகட்டின் பரப்பளவைக் கணக்கிட வேண்டும். பின் அந்தத் தகட்டை எவ்வாறு, எந்த வடிவத்தில் வெட்ட வேண்டும் என்பதை அறிய வேண்டும். அப்படி வெட்டிய தகட்டின் ஓரங்களை இணைப்பதன் மூலம், ஒரு புகைபோக்கிக் குழாயை உருவாக்கமுடிகிறது.

12.1 பரப்புகளின் விரிப்பு

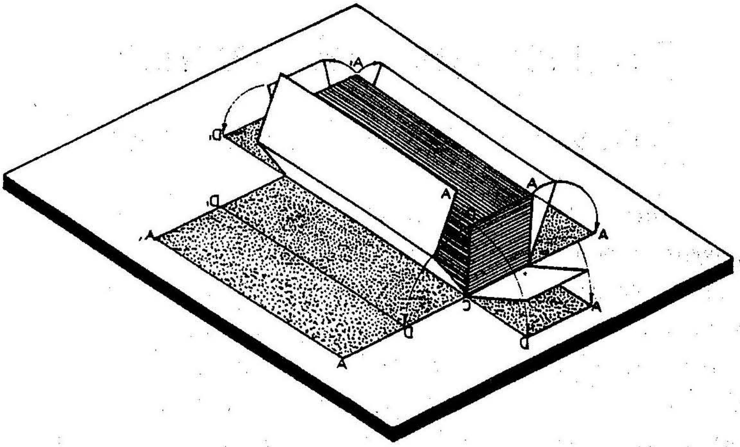
பல முனைகளை உடைய உருவங்களை உருவாக்குமுன், அதற்குத் தேவையான பரப்பையும், வடிவத்தையும் அறியப் பயன்படும் வரைபட முறையே பரப்புகளின் விரிப்பாகும்.

மெல்லிய காகித அட்டையால் உருவாக்கப்பட்ட ஒரு பொருளை எடுத்து, அதன் ஓரங்களை வெட்டி ஒரு தளத்தின் மேல் அதன் பரப்பை விரிப்பின், அதுவே இப்பொருளின் மேற்பரப்பைக் குறிக்கும் விரிப்பாகும்.

ஆகவே, ஒரு பொருளின் பரப்பைச் சமதளத்தின் மேல் விரிப்பதால் உருவாகும் வடிவமே அப்பொருளின் விரிப்பாகும்.

படத்தில் (படம் 12.1) காகிதத்தால் மூடப்பட்ட ஒரு சதுரப்பட்டகத்தின் விரிப்பைக் காணலாம். அதன் விரிப்பு, நான்கு செவ்வகங்களாலும், இரு ஒத்த சதுரங்களாலும் ஆனது.

சதுரத்தின் அளவுகளும், செவ்வகத்தின் அளவுகளும் வட்டகத்தின் பக்கங்களின் உண்மை அளவுகளைக் கொண்டவை.



படம் 12.1

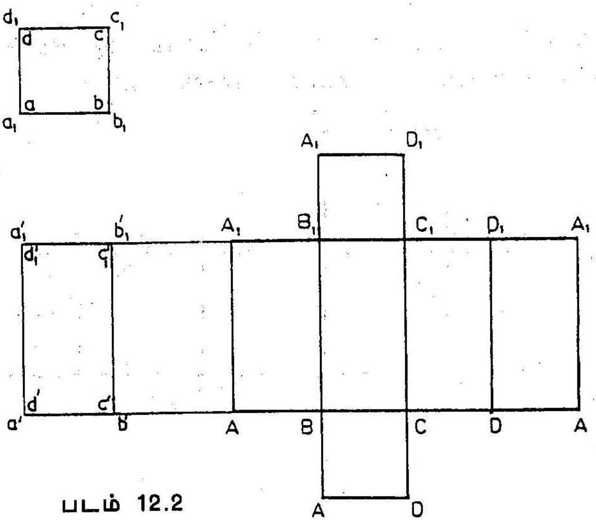
ஆகையால் ஒரு திண்மத்தின் விரிப்பு, கொடுக்கும் பரப்பை ஓரங்களிலும், முனைகளிலும் வளைத்து முறையே இணைப்பதன் மூலம் ஒரு திண்மத்தை உருவாக்குகிறது. ஆகவே விரிப்பின் ஒவ்வொரு கோடும் முறையே பரப்பின் முனையின் உண்மையான அளவைக் குறிக்கும்.

12.2 விரிப்பு முறைகள்

பட்டகங்கள், கூம்புகள் மற்றும் வளை கோட்டுப் பரப்புகளை மட்டுமே துல்லியமாக விரிக்கலாம். இரு–வளைகோடுள்ள பரப்புகளை விரிக்க இயலாது, அவற்றைச் சிறு, சிறு பாகங்களாகப் பிரித்துக்கொண்டு தோராயமாக விரிக்கலாம்.

12.2.1 இணைகோட்டு விரிப்பு முறை (Parallel line development)

பட்டகங்களின் விரிப்பிலும், உருளைகளின் விரிப்பிலும் இந்த முறையைப் பயன்படுத்தலாம். இம்முறை நீட்சிக்கோட்டு விதி மூலம் ஆனது.



படம் 12.2

படம் 12–2 A-A A_1A_1 ஆகிய கோடுகளை நீட்சிக்கோடு என்கிறோம்.

12.2.2 ஆரக்கோட்டு விரிப்புமுறை (Radial line development)

கூம்பகங்கள், கூம்பு முதலியவற்றை விரிக்க இந்த முறை பயன்படுகிறது. இம்முறையில், சாய்ந்த ஓரத்தில் உண்மையான அளவு அன்றி, ஆக்கியை ஆரமாகக் கொண்டு விரிக்கப்படுகிறது.

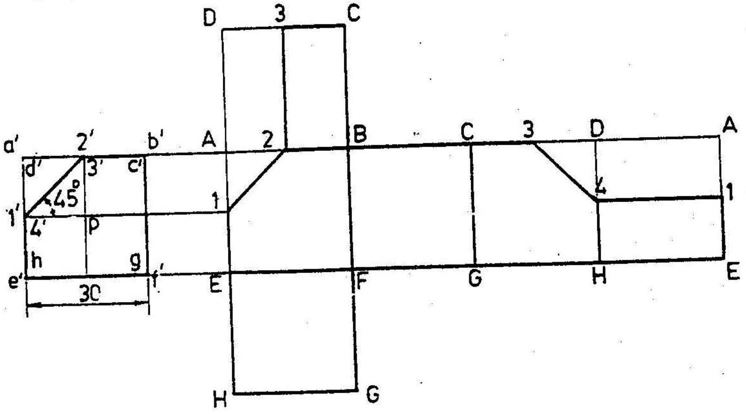
பரப்புகளின் விரிப்புமுறைகளைச் சில எடுத்துக் காட்டுகள் மூலம் பின்வரும் படங்கள் விளக்குகின்றன. திண்மங்களின் பக்கங்களை மட்டுமே கருத்தில் கொண்டு (கனசதுரத்தைத் தவிர) இவை விரிக்கப்பட்டுள்ளன. முனைகளும் அடித்தளங்களும் விரிக்கப்படவில்லை. அவற்றை எளிதில் சேர்த்துக்கொள்ளலாம்.

12.3 கன சதுரம்

கன சதுரத்தின் விரிப்பு ஆறு சம சதுரங்களைக் கொண்டது. சதுரங்களின் நீளமும், கனசதுரத்தின் அளவுகளும் சமமானவை.

எடுத்துக்காட்டு 1

கீழே (படம் 12.3) கொடுக்கப்பட்டுள்ள கன சதுரத்தின் முன் பக்கத்தோற்றத்தில்—என்ற பாகத்தில் விரிப்பினை வரைக.



படம் 12.3

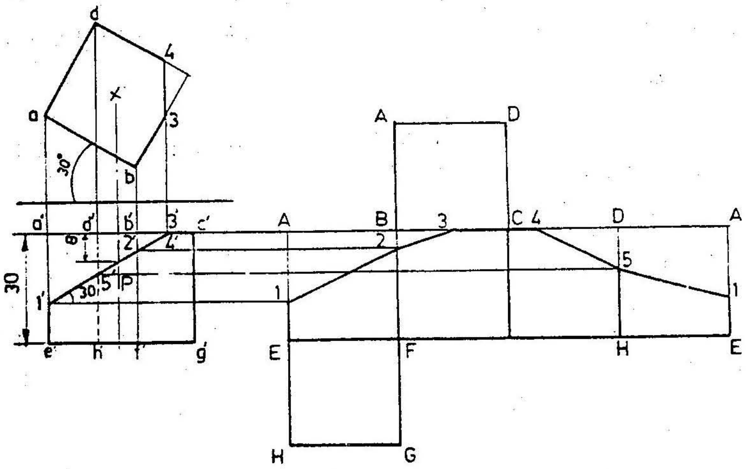
கன சதுரத்தில் எல்லா முனைகளுக்கும் வெட்டுகின்ற ஓரங்களுக்கும் பெயரிடுக.

நீட்சிக்கோடுகளை வரைக. (AA EE) நீட்சிக்கோடுகள் கன சதுரத்தின் முன்பக்கத் தோற்றக்கோடு நேர் நிலையில் இருக்கும் நான்கு பக்கங்களுக்கு நான்கு சதுரங்களை வரைக. அடிப்பாகத்திற்கும், மேல் பாகத்திற்கும் இரண்டு சதுரங்களை வரைக. முனைகளுக்குப் பெயரிடுக.

1 யில் இருந்து ஒரு நேர்கோடு வரைக. அது AEஐ 1யில்DH 2யில் வெட்டும். a'b' என்பது அந்த ஓரத்தின் உண்மையான அளவு ஆகையால் இரண்டினை AB யில் குறிக்க a'2'=A2 மற்றும் c'3'=c3 என்பதைப் பயன்படுத்தலாம். 1–2, 2–3, 3–4, 4–1 என்ற கோடுகளை வரைக. இப்போது விரிப்பு முழுமையாகிறது. வெட்டப்பட்ட தோற்றத்தை மெல்லிய கோடுகளால் காண்பிக்க.

எடுத்துக்காட்டு 2

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கனசதுரத்தின் இரண்டு தோற்றங்களைக் கொண்டு P என்ற பாகத்தின் பிரிப்பினை வரைக.



படம் 12.4

கனசதுரத்தின் முனைகளைப் பெயரிடுக. ஓரங்கள் வெட்டுகின்ற புள்ளிகளையும் பெயரிடுக.

கனசதுரம் முழுமையாக இருப்பதாகக் கொண்டு, அதன் விரிப்பை மெல்லியதாக வரைக.

1, 2, 5, வழியாகப் படுக்கைக் கோடுகள் வரைக. அது AEஐ 1யில், BF ஐ 2யில் மற்றும் DH ஐ 5யில் வெட்டும். b'c', c'd' ஓரத்தின் உண்மையான நீளத்தைக் குறிக்காது. இக்கனசதுரத்தின் உண்மையான அளவுகள் மேல் தோற்றத்தில் கிடைக்கும். ஆகையால், 3,4 புள்ளிகளை முறையே BC, CD யில் குறிக்க. B3 = b3, c4 = c4 என்ற சமன்பாட்டைப் பயன்படுத்தலாம். 1, 2, 3 போன்றவற்றை முறையான வரிசையில் இணைக்கத் தேவையான விரிப்பு கிடைக்கும். வெட்டி எடுக்கப்பட்ட பாகத்தை மெல்லிய கோடுகளால் காண்பிக்க.

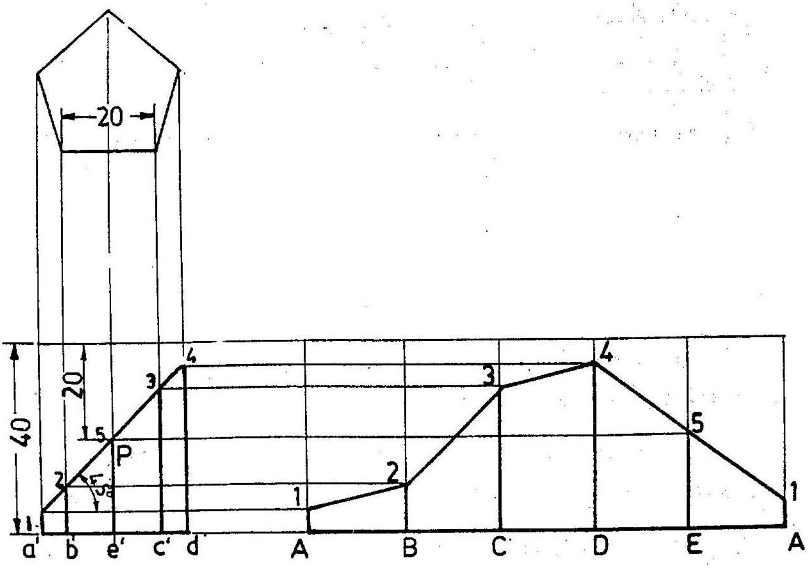
12.4 பட்டகங்கள்

பட்டகத்தின் பக்கங்களின் விரிப்பில் இருக்கும் செவ்வகங்களின் எண்ணிக்கை, தளத்தின் பக்கங்களுக்குச் சமமாகும்.

செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கம் (நீளம் அல்லது அகலம்) பட்டகத்தின் அச்சு நீளத்திற்கும் அடுத்த பக்கம் அடிப்பாகத்தின் அளவுக்கும் சமமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஐங்கோணப் பட்டகத்தின் P என்னும் பாகத்தின் விரிப்பினை வரைக.

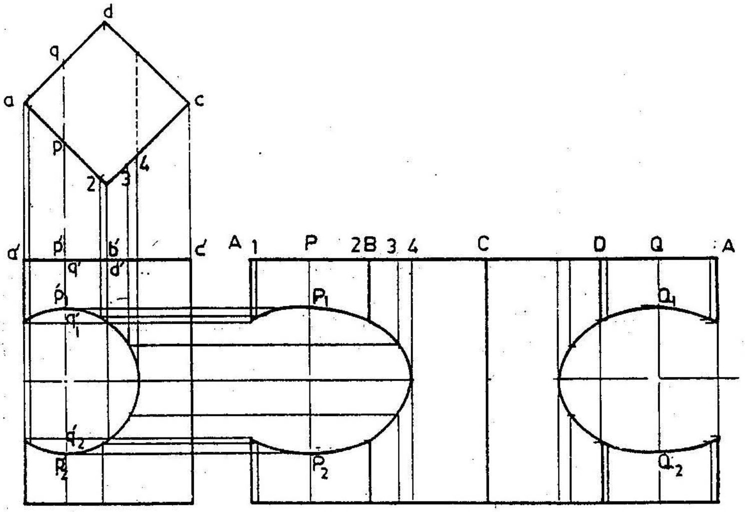


படம் 12.5

கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு ஏற்ப ஐங்கோணப் பட்டகத்தின் இரண்டு தோற்றங்களையும் வரைந்து, எல்லா முனைகளுக்கும் பெயரிடுக. இப்பட்டகம் ஐந்து செவ்வகங்களால் ஆனது. எனவே, 1,2,3.....ஆகிய புள்ளிகள் வழியாக வரையப்படும் கோடுகள், செவ்வகங்களின் பக்கங்களை 1,2,3 .... என்னும் புள்ளிகளில் சந்திக்கும். இப்புள்ளிகள் அனைத்தையும் இணைத்தால், ஐங்கோணப் பட்டகத்தின் விரிப்பு கிடைக்கப்பெறும்.

எடுத்துக்காட்டு 4

படம் 12.6இல் காட்டப்பட்டுள்ளது போல், ஒரு சதுரப்பட்டகத்தில் ஒரு துளை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. பட்டகத்தின் விரிப்பினைக் காட்டுக.



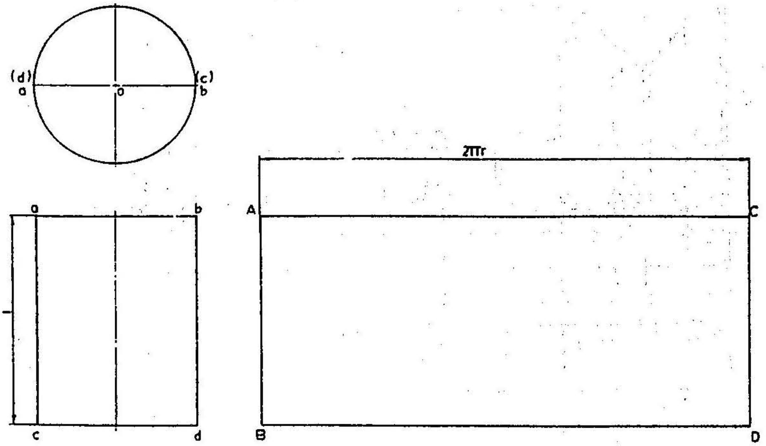
படம் 12.6

துளையைக் குறிக்கும் வட்டத்தில், சில புள்ளிகளைப் பதித்துப் பெயரிடுக. பின்னர் முழுச் சதுரப்பட்டகத்தின் விரிப்பினை வரைந்து கொள்க. மேற்குறிப்பிட்ட புள்ளியை, மாற்றியமைத்தல் வேண்டும்.

சான்றாக, வட்டத்தில் அமைந்த P_1P_2 என்னும் புள்ளிகளை மேல் தோற்றத்திற்கு மாற்றியமைத்திடுக. பின்னர் அப்புள்ளிக்களான PQ ஆகியவற்றைப் பக்கம் AB யிலும் பக்கம் DA யிலும் அமைந்துள்ள புள்ளிகள் வழியாகக் கோடு வரைக. P_1P_2 மற்றும் Q_1Q_2 ஆகிய புள்ளிகளைப் பெறலாம். இம்முறையிலேயே மற்றப் புள்ளிகளையும் பெற்று, அவற்றை இணைத்தால் சதுரப்பட்டகத்தின் விரிப்பு கிடைக்கும்.

12.5 உருளைகள்

உருளைகளின் விரிப்பு, ஒரு பக்கம் அச்சு நீளத்தையும் மறுபக்கம் அடி வட்டத்தின் விட்டத்தையும் கொண்ட செவ்வகமாக அமையும்.

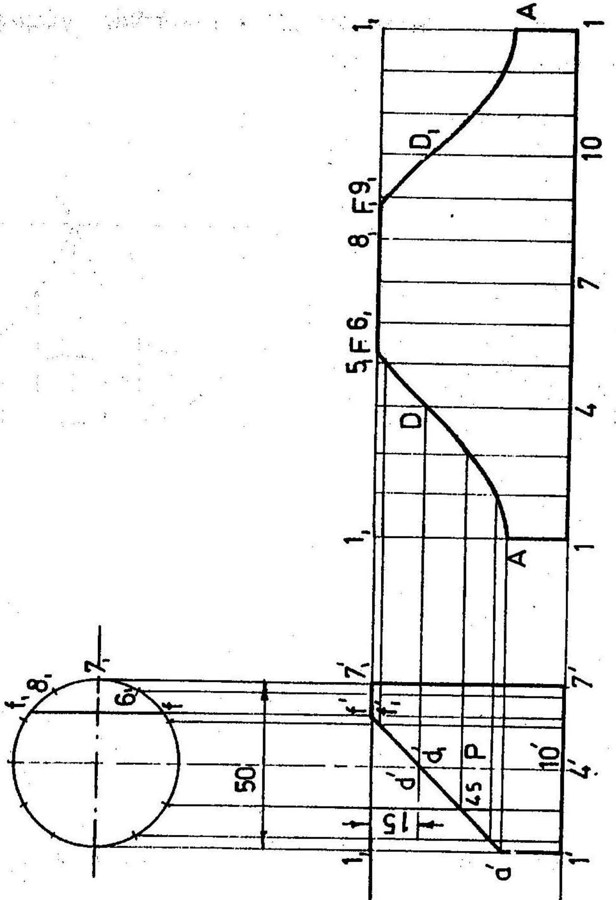


படம் 12.7

எடுத்துக்காட்டு 4

கொடுக்கப்பட்டுள்ள உருளையின் தோற்றத்தில் p என்ற பாகத்தின் விரிப்பை வரைக.

கொடுக்கப்பட்டுள்ள வட்டத்தைச் 12 சம பாகங்களாகப் பிரித்து, விட்டத்தில் வெட்டும் முனைகளில் 1,2... எனக் குறிப்பிடுக. உருளையில் முழுத்தோற்றத்திற்கான விரிப்பை வரைக. விரிப்பில் 1,2 என்ற கோடுகளை வரைக. 1,2,3 ... என்ற கோடுகளை முன் பக்கத் தோற்றத்தில் முறையே குறி (1,2,3.....) வெட்டும் கோட்டின் புள்ளிகளுக்கு a'b'c'd' எனப் பெயரிடுக. இப்போது அடிமுனைகளிலிருந்து a'b'c'd' என்பனவற்றின்

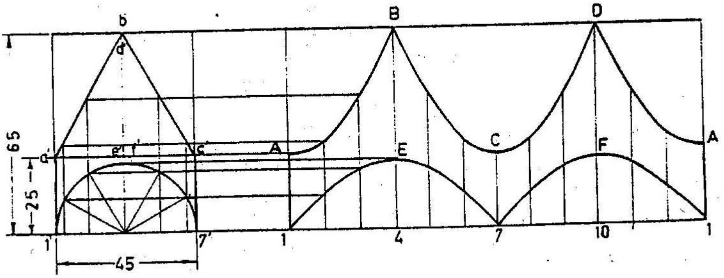


படம் 12.8

தூரத்தை அவ்வக்கோடுகளில் அளந்து, அவ்வளவுகளை விரித்த செவ்வகத்தில் குறிக்க. 6F = 6, 4D = 4'd' இப்போது, வளைகோட்டின் மூலம் ABCD புள்ளிகளை இணைத்திடுக. கிடைக்கும் வடிவமே கொடுக்கப்பட்ட Pஇன் விரிப்பு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5

கொடுக்கப்பட்டுள்ள வெட்டு உருளையின் பரப்புகளின் விரிப்பை வரைக.



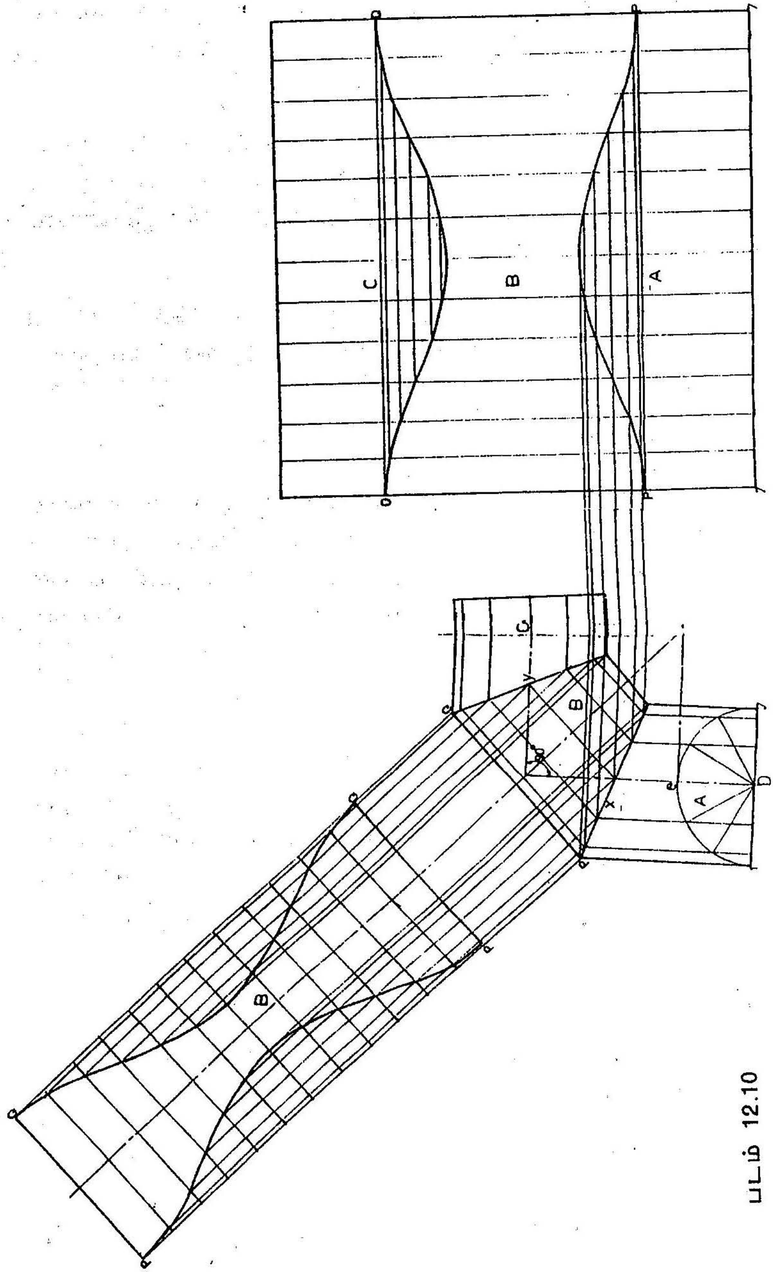
படம் 12.9

எடுத்துக்காட்டு 4இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள முறையின்படி விரிப்பின் இவ்வடிவம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 6

மூன்று பாகங்களால் ஆன L வளைவான குழாயின் விரிப்பை வரைக.

முன்பக்கத்தோற்றம் வரைமுறை: குழாயின் அளவு 5 செ.மீ 5 செ.மீ பக்கம் கொண்ட சதுரம் efgh வரைக. ehf, ghf என்ற இரு



படம் 12.10

15

கோணங்களையும் சமமாகப் பிரித்து hp hq வரை. fg, feஐ அச்சாகக் கொண்டு குழாயின் இரு பாகங்களையும் வரைக. குழாயின் மூன்று பாகங்களை இணைத்திடுக.

குழாயின் A பாகத்தை 12 சம பாகங்களாக அதன் அடிவட்டத்தின் விட்டம் மூலம் பிரித்திடுக. பிரிந்த புள்ளிகள் வழியாக கோடுகளை நீட்டுக. அவை ph ஐ வெட்டும் பின் PQ யிற்கு இணையாக நீட்டி C வழியாக நீட்டுக.

AC இரண்டின் விரிப்பும் சமமாக இருக்கும். Bயின் விரிப்பை மேல்பக்கமாக நீட்டி, வெட்டும் புள்ளிகளை இணைப்பின் மூலம் அடையலாம்.

12.6 கூம்பகங்கள்

கூம்பகங்களின் விரிப்பு பல இரு சம பக்க முக்கோணங்களின் சேர்ந்த தோற்றம், சாய்ந்த ஓரத்தில் உண்மையான அளவை முன் பக்கத் தோற்றத்திலிருந்து அளக்கலாம். மேல் பக்கத் தோற்றத்தில் சாய்ந்த ஓரத்தின் உண்மையான அளவை அளக்க முடியாது.

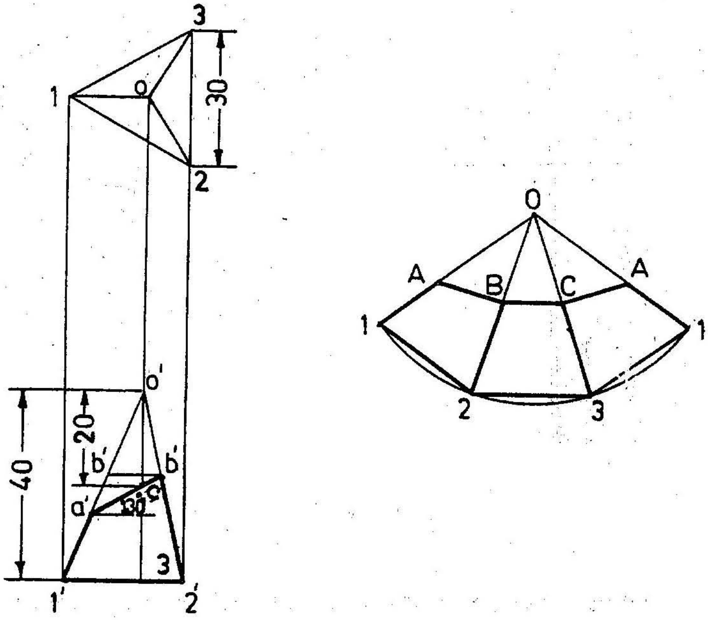
வரைமுறை :

'O' என்ற புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, சாய்ந்த ஓரத்தின் உண்மையான அளவிற்கு ஓர் ஆரம் வரைக. அவ்வாரத்தில் அடிப்பாகத்தின் அளவை ஆரமாகக் கொண்டு வில்வெட்டுக. வில்வெட்டிய புள்ளிகளை oவுடன் இணைத்திடுக. புள்ளிகளை ஒன்றோடொன்று இணைத்திடுக! இப்போது கூம்பகத்தின் விரிப்பு கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 7

கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணக் கூம்பகத்தின் P என்ற பாகத்தின் விரிப்பை வரைக.

O',1', முன் பக்கத் தோற்றத்தில், சாய்ந்த ஓரத்தின் உண்மையான அளவு. மேலே குறிப்பிட்டபடி முக்கோணக் கூம்பகத்தின் விரிப்பை வரைக. 01யில் Aவை OA=o'a' என்ற



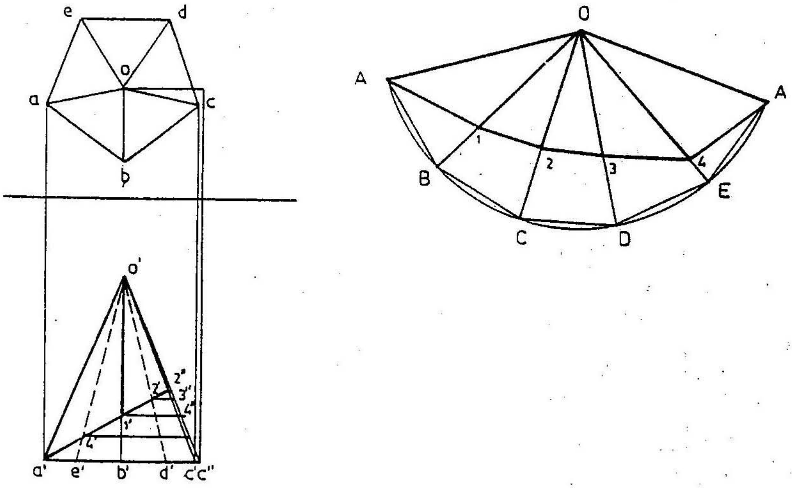
படம் 12.11

அளவில் குறித்திடுக. 2'b உண்மையான அளவன்று எனவே 1'0' மேல் 2'ன் வீழ்ச்சியைக் கணக்கிட்டு Bயைக் குறித்திடுக. Cஐயும் அவ்வாறே குறித்திடுக.

AB, BC, CA ஐ இணைத்து விரிப்பை உருவாக்குக. வில், ஆரம், முதலானவற்றை மெல்லிய கோடுகள் 2H அல்லது 3H எழுதுகோல் மூலம் குறித்திடுக.

எடுத்துக்காட்டு 8

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கீழ்ப்பாகம் வெட்டப்பட்ட ஐங்கோணப் பட்டகத்தின் விரிப்பை வரைக.



படம் 12.12

கொடுக்கப்பட்டுள்ள முன்பக்கத் தோற்றத்தில் உண்மையான அளவுகளை அளக்க முடியாது. எனவே, மேல்பக்கத்தோற்றத்தை வரைக. ocஐக் கிடைத்தளத்தில் கிடத்தி, அஃதாவது o வழியாக கிடைக்கோடு வரைக. அக்கோட்டில் OC_1 என்ற வில் வெட்டுக. OC_1=OC,யில் இருந்து செங்குத்துக்கோடு வரைக. அது d'c'யின் நீட்சியை c'' என்ற இடத்தில் வெட்டும். O'C'' உண்மையான சாய்ந்த ஓர அளவாகும்.

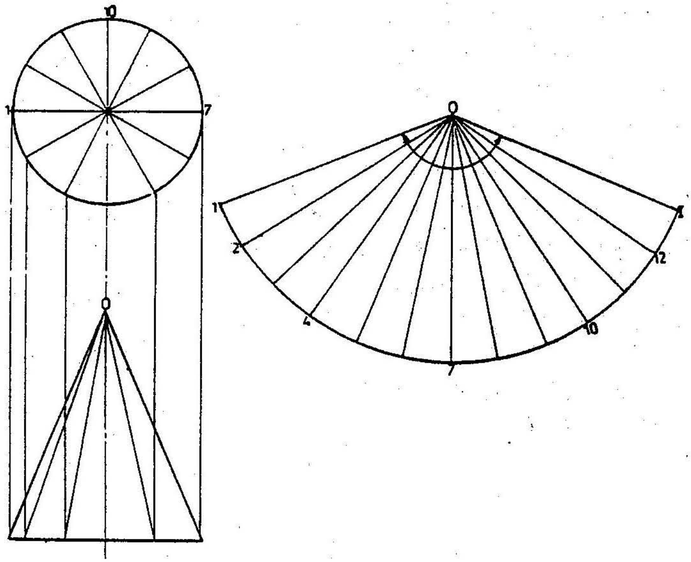
மேலே கொடுக்கப்பட்ட விதிப்படி விரிப்பை வரைக.

12.7 கூம்பு

எடுத்துக்காட்டு 9

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூம்பின் P என்ற பாகத்தின் விரிப்பை வரைக.

கூம்பின் மேல் தோற்றத்தை வரைக. அந்த வட்டத்தின் விட்டத்தை 12 ஆகப் பிரித்து, பிரித்த புள்ளிகளிலிருந்து



படம் 12.13

செங்குத்துக்கோடு வரைந்து, முன்பக்கத் தோற்றத்தை வெட்டுக. முன்தோற்றத்தின் அடியை வெட்டும்புள்ளிகளைக் கூம்புன் முனையுடன் இணைத்திடுக. முழுமையான கூம்பின் விரிப்பை வரைக. அது சாய்ந்த ஓரத்தை ஆரமாகக் கொண்டு விட்டம் (2π x ஆரம்) என்ற அளவைக் கொண்ட வட்டக் கோணப்பகுதி. அவ்வட்டக் கோணப் பகுதியை வரைய இரு முறைகளைப் பயன்படுத்தலாம்.

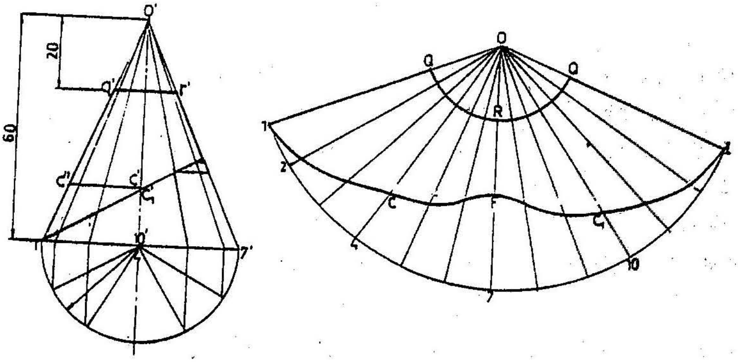
1) வட்டக்கோணப்பகுதியில் கோணத்தைக் கணக்கிட்டு வில் வரைக. θ = 360 x அடிவட்டத்தின் ஆரம்/சாய்ந்த ஓரம்/ வினை உள்ளடக்கிய வில்லை வரைக.

2) பன்னிரண்டாகப் பிரிக்கப்பட்ட வட்டத்தின் விட்டத்தின் புள்ளிகளுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தைச் சிறு கவராயத்தால் அளந்து கொண்டு, சாய்ந்த ஓரத்தை ஆரமாகக் கொண்டு வரைந்த வில்லில், வில் வெட்டுக. இவ்வாறு பன்னிரெண்டு வில்களை வெட்டுக. இப்புள்ளிகளுக்கு முறையே பெயரிடுக. இப்புள்ளிகளை மையப்புள்ளியுடன் இணைப்பதன் மூலம், கூம்பின் விரிப்புக் கிடைக்கிறது.

வெட்டுக் கோட்டை, அது வெட்டும் புள்ளிகளில் பெயரிடுக. அடியை வெட்டும் புள்ளி a' எனக்குறி (a' மறைந்திருக்கும்). a'ஐ மேல் தோற்றத்திற்கு நீட்டி 1a என்ற தூரத்தை அளந்து, அதை, 1a = 1A என்ற அளவில் விரிப்பில் குறித்திடுக. A என்பதை, எதிர்முனையிலிருந்து குறித்திடுக. b'ஐ விரிப்பில் குறித்திடுக. b'ஐ O1'யில் கடத்தி அதன் உண்மையான அளவை அளந்து, O,3யில் குறிப்பதன் மூலம் B ஐ அடையலாம். அதுபோல் எல்லாப் புள்ளிகளையும் குறித்து, அப்புள்ளிகளை (ABC...) ஒரு மெருகான வளைகோட்டால் இணைக்க, விரிப்பை வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 10

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள கூம்பின் P என்னும் பாகத்திற்கு விரிப்பினை வரைக.



படம் 12.14

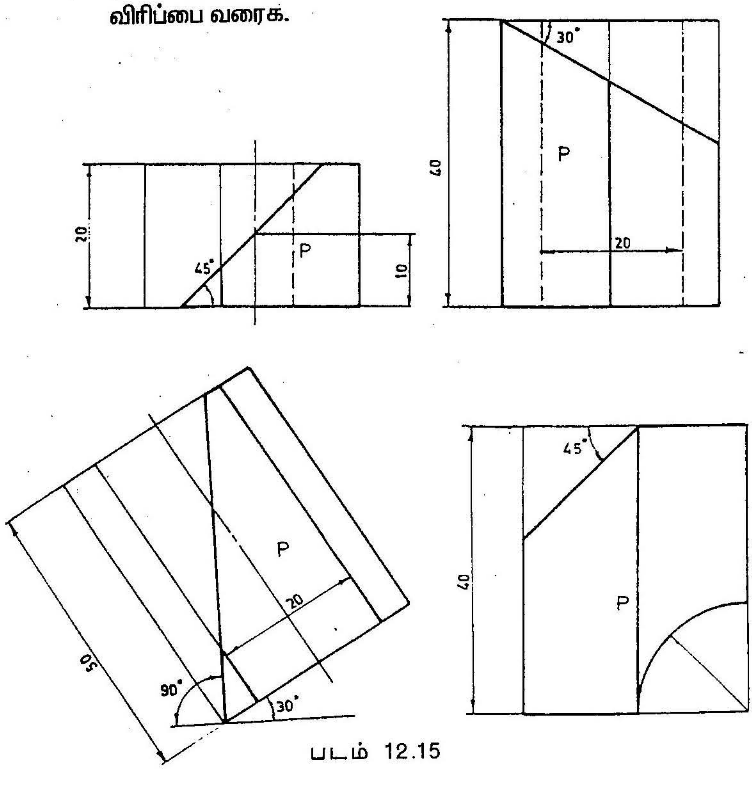
முதலில், முழுக்கூம்பின் விரிப்பினை வரைக. பின்னர் oவினை மையமாகக் கொண்டு O'q' ஆரத்தில் OQ என்னும் வில் வரைக. அடிப்பாகத்திற்கு முன்னர்க் குறிப்பிட்ட முறையினைப் பின்பற்றி முழுவிரிப்பையும் வரைக.

12.8 கோளம்

கோளத்தில் விரிப்பினை மிகத் துல்லியமாக வரைய இயலாது. ஏறக்குறைய என்று கூறுவோமல்லவா, அது போலத்தான், கோளத்தினை வரைய இயலும். அத்துடன் கோளத்தின் விரிப்பு முறை மாணவர்க்கு இடர்ப்பாடு ஏற்படுத்துமென எண்ணி, கோளத்தின் விரிப்பு இந்நூலில் தரப்படவில்லை.

பயிற்சி 12

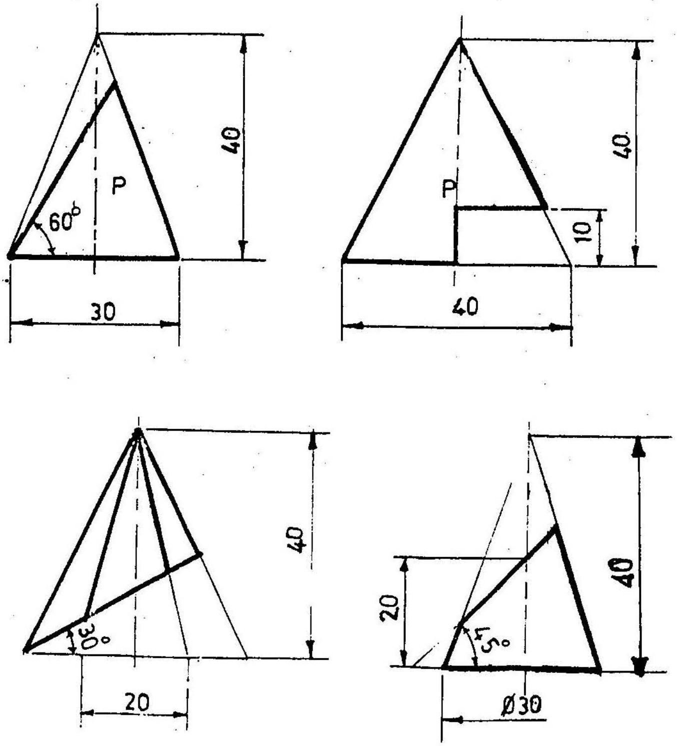
1. படம் 12–15யில் காட்டப்பட்டுள்ள முன்தோற்றத்திற்கான பட்டகங்களின் P என்ற வெட்டுப்பாகத்தின் பரப்புகளின் விரிப்பை வரைக.



படம் 12.15

சதுரப்பட்டகம், ஒரு பக்கம் செங்குத்தளத்திற்கு 30^0 சாய்வாக உள்ளது. ஐங்கோணப் பட்டகம், ஒரு பக்கம் செங்குத்துத்தளத்திற்கு இணையாக உள்ளது. அறுங்கோணப் பட்டகம், இரு பக்கங்கள், செ.தளத்திற்கு இணையாக உள்ளது. சதுரப்பட்டகத்தின் பக்கம் 20மிமீ, எல்லாப் பக்கங்களையும் செ.தளத்திற்கு ஒரே கோணத்தில் சாய்த்திடுக.

2. படம் 12.16 காட்டப்பட்டுள்ள படங்களின் வெட்டப்பட்ட பாகத்தின் விரிப்பை வரைக.



படம் 12.16

ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தின் என்னும் பகுதி சதுரக் கூம்பகத்தின் அடிக்கண்டம் ஐங்கோணக் கூம்பகம் கூம்பு.

13. திருகுகளும் மரைகளும்

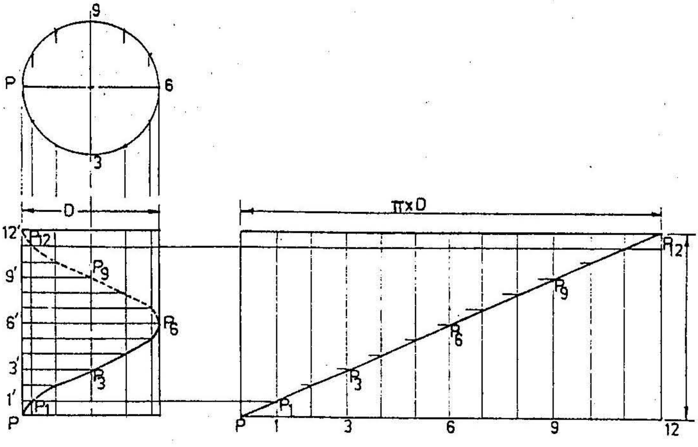
(HELIX AND OTHER THREADS)

13.1 திருகு (Helix)

ஒரு சம உருளையின் பரப்பைச் சுற்றி முன்னேறும் ஒரு புள்ளியின் சீரான பாதையைத் 'திருகு' (Helix) என்று கூறுகின்றோம். அப்புள்ளி மேல் நோக்கிச் செல்லும் வேகமும் பரப்பைச் சுற்றிச் செல்லும் வேகமும் ஒரே சீராக இருத்தல் வேண்டும்.

உருளையின் மேல் ஒரு முழுச்சுற்று சுற்றும்பொழுது மேல்நோக்கி அச்சுக்கு இணையாக நகர்ந்த தூரத்தைச் "சுற்றுமுன்னேற்றம்" (Pitch) என்று கூறுகிறோம். திருகியின் சுற்று முன்னேற்றம் 40மிமீ என்றால் அரைச் சுற்றுக்கு அச்சு முன்னேற்றம் 20மிமீ ஆகும்.

13.1.1 திருகு வரையும் முறை



படம் 13.1

திருகின் சுற்று முன்னேற்றமும், உருளையின் விட்டமும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதெனில், திருகு வரையும் முறையைக் காணலாம்.

உருளையின் மேல் தோற்றமான வட்டத்தை வரைந்து, அதன் சுற்றளவைப் பன்னிரண்டு சம பாகங்களாகப் பிரித்திடுக. முன் தோற்றத்தில் சுற்று முன்னேற்றத்தின் அளவைக் குறித்து P 12 எனப் பெயரிடுக. P 12 யை 12 பாகங்களாகப் பிரித்திடுக. வட்டத்தில் பிரிந்த புள்ளிகளிலிருந்து நேர்கோடு வரைக P12' பிரித்த புள்ளிகளில் இருந்து படுக்கைக் கோடுகள் வரைக. இரண்டும் சந்திக்கும் புள்ளிகள் முறையே 1,1',2,2',3,3'...........வெட்டும் புள்ளிகளை $P_1P_2P_3$ ...எனக்குறித்து, அப்புள்ளிகள் வழியாக ஒரு வளைகோடு வரைக.

தத்துவம்:

P என்ற புள்ளி உருளையின் சுழற்சிக்கும், தன் அச்சுவழிப் பயணத்திற்கும் ஏற்கும் பாதையே திருகு,உருளை 30^{0}சுற்றும்போது புள்ளி 30/360 சுற்று முன்னேற்றம் என்ற தூரத்தைக் கடந்திருக்கும். 1/12 பாகம் நகரும். ஆகவே P1'தூரம். P1 உருளையின் சுழற்சி. Pயின் புதிய நிலை P1 அஃதாவது ஒன்றிலிருந்து வரைந்த படுக்கைக் கோடும் ஒன்றிலிருந்து வரைந்த செங்குத்துக்கோடும் சந்திக்கும் இடம்; இம்முறையிலே மற்றப் புள்ளிகளையும் காண்க.

P_6 முதல் P_{12} உருளையின் பின்பக்கம் வருவதால் அவை மறைந்திருக்கும். எனவே விடுகோட்டினால் குறிக்கவும். திருகின் விரிப்பு நேர்கோடாக அமைவதைப் படத்தில் காணலாம். அந்நேர்கோடு உருவாக்கும் கோணமே 'திருகுகோணம்' எனப்படும்.

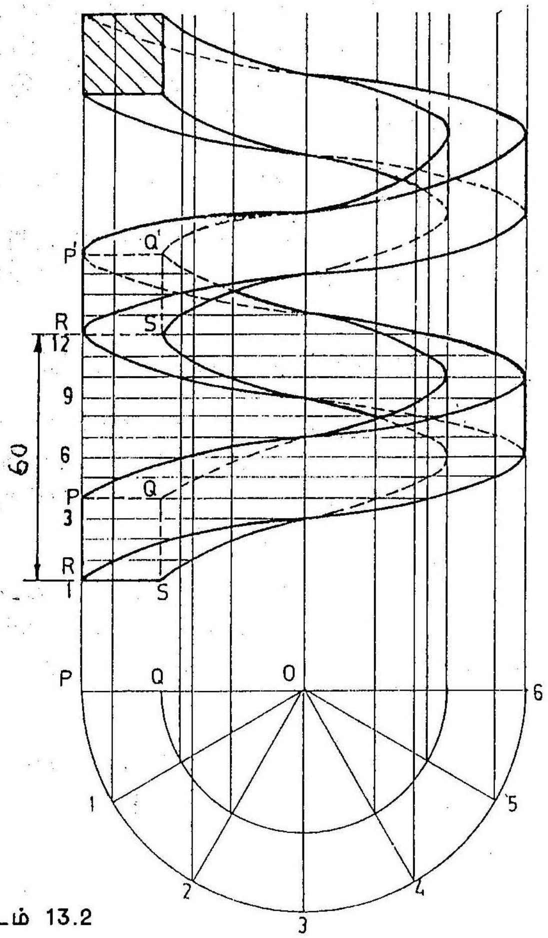
13.2 மீள்விசை கொண்ட திருகுச்சுருள்

13.2.1 சதுர வெட்டுத் தோற்றமுள்ள திருகு சுருள்

சதுர வெட்டுத் தோற்றம் கொண்ட திருகு சுருளின் வெளிமுனைகள், வெளிவிட்டத்தை விட்டமாகக் கொண்ட உருளையில் சுற்றப்பட்ட திருகாகவும், உள்முனைகள் உள் வட்டத்தை விட்டமாகக் கொண்டு சுற்றப்பட்ட திருகாகவும் கொள்ளலாம். சுற்று முன்னேற்றம் இரண்டுக்கும் சமமாகவே அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

சதுர வெட்டுத் தோற்றம் கொண்ட ஒரு திருகு சுருளின் வீழ்ச்சியை வரைக. பக்கம் 2மிமீ, வெளி விட்டம் 110மிமீ, சுற்று முன்னேற்றம் = 60மிமீ.



படம் 13.2

முழு வட்டத்திற்கு மாறாக 110மிமீ, 70மிமீ கொண்ட அரை வட்டங்களை வரைக. அவை சுருளின் மேல் தோற்றத்தைக் குறிக்கும். அவ்வரைவட்டத்தை 12/2 = 6 பாகங்களாகப் பிரித்திடுக.

எடுத்துக்காட்டு 1யில் கூறியுள்ளபடி திருகுகளை PQRS என்ற புள்ளிகளிலிருந்து வரைக. PQSR வெட்டுத்தோற்றம் ஒரு சுற்றில் PP' ஐ அடையும். PP' = 60மிமீ (சுற்று முன்னேற்றம்) அதேபோல் QQ'RR'SS' எல்லாம் 60மிமீக்குச் சமம். இவற்றைப் பன்னிரண்டாகப் பிரித்துக் கொண்டு திருகை வரைக. PQ மேல் திருகுகளையும், RS உள் திருகையும் குறிப்பாகக் கொண்டு மறைந்த கோடுகளையும், தெரியும் கோடுகளையும் தெளிவாகக் குறித்திடுக.

13.2.2 வட்ட வெட்டுத்தோற்றமுள்ள திருகு சுருள்

இதன் மையக்கோட்டைக் கண்டுபிடித்து, அதைச் சுற்றியுள்ள புள்ளிகளிலிருந்து திருகு வரைவதன் மூலம் முழுத்தோற்றத்தை வரையலாம்.

13.3 திருகாணி மறைகள் (Screw threads)

இவையும் திருகு தத்துவத்தால் அமைவனவே, ஒரு மரையில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து அதே புள்ளி அடுத்த மரையில் வரும் தூரத்தையே திருகாணியின் அச்சு முன்னேற்றம் (lead) என்று கூறுவர்.

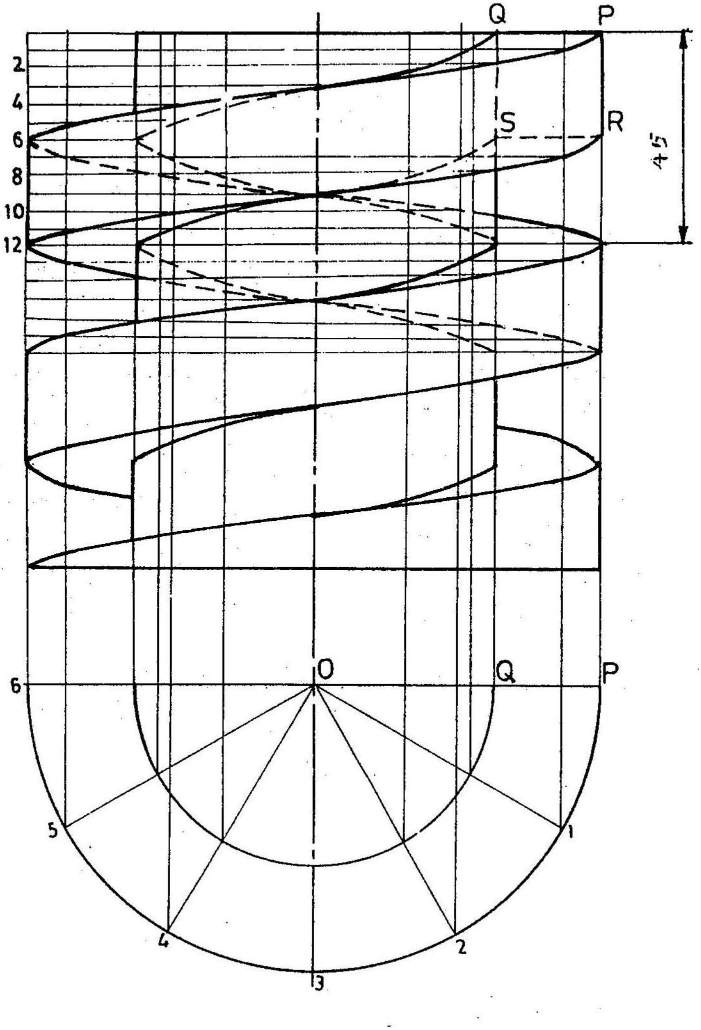
ஒரு மரைத்திருகாணியின் (Single threaded screw) அச்சு முன்னேற்றமும் (Lead) சுற்று முன்னேற்றமும் (Pitch) சமம். இரு மரைத்திருகாணியில் (Double threads screw) அச்சு முன்னேற்றம் = 2 x சுற்று முன்னேற்றம்.

பொதுவாக திருகாணி என்றால் ஒரு மரைத் திருகாணியையே குறிக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

ஒரு சதுரமரையின் வெளி விட்டம் 120மிமீ, சுற்று முன்னேற்றம் 45மிமீ வரைபடத்தில் காட்டுக.

சதுர மரையின் கனம் = மறையின் ஆழம்=1/2xசுற்று முன்னேற்றம். ஆகையால் மறை 45 x 1/2 = 22.5 மிமீ பக்கம்கொண்ட சதுரமாய் அமையும். உள்கூடு விட்டம் 120 - 45 = 75மிமீ. விசைத்திருகின்



படம் 13.3

வரைபடம் வரைந்தது (எடுத்துக்காட்டு 2) போல் சதுரத்திருகு வரைக. திருகாணியில் உள்கூடு திடமாகவே இரக்கும். ஆகையால் பின்பக்கத்தை மறைத்துவிடும்.

பயிற்சி 13

1. சுற்று வட்டம் 50மிமீ விட்டம் 75மிமீ கொண்ட திருகை வரைந்து அதன் விரிப்பையும் காட்டுக?

2. திருகு கோணம் 30°, விட்டம் 75மிமீ என்று திருகை வரைக.

3. ஒரு செவ்வக வெட்டுத்தோற்றம் கொண்ட விசைத்திருகை வரைக. செவ்வகம் 20–25மிமீ, வெளிவிட்டம் 100மிமீ, உள்விட்டம் 50மிமீ, சுற்று முன்னேற்றம் 50மிமீ.

4. சதுரத் திருகாணி வரைக. பக்கம் 20மிமீ சுற்று முன்னேற்றம் 50மிமீ, இரு மரை கொண்டது. வெளிவிட்டம் 100மிமீ.

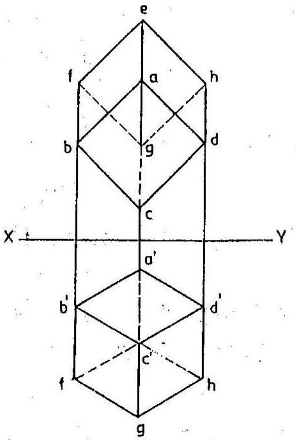
5. இரண்டு சுற்றுத் திருகானி வரைக. வெட்டுத்தோற்றம் முக்கோணம் வெளிவிட்டம் 125மிமீ, சுற்றுமுன்னேற்றம் 25மிமீ கோணம் 60°.

14. முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றங்கள்

(ISOMETRIC PROJECTIONS)

14.1 முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றம்

பொருள்களை வரைபடத்தில் காண்பிக்கும்பொழுது அவற்றின் விளக்கங்களை முழுமையாகக் கொடுப்பதற்கு இரு வீழ்ச்சித் தோற்றங்களை வரைய வேண்டும். சில சமயங்களில் மூன்று வீழ்ச்சித் தோற்றங்களையும் வரைய வேண்டி வரலாம். அப்பொழுதுதான் பொருள்களின் நீளம், அகலம், உயரம் என்னும் மூன்று அளவுகளையும் படத்தில் காட்ட இயலும். மூன்று அல்லது இரண்டு படங்களை வரைவதற்கு மாறாக ஒரே படத்தில் மூன்று அளவுகளையும் அமைத்து வரையப்படும் படத்திற்கு முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றம் (Isometric projection) என்று பெயர். இத்தோற்றத்திலிருந்து பொருள்களின் அளவுகளையும் நேரடியாக அளந்து அறியலாம்.

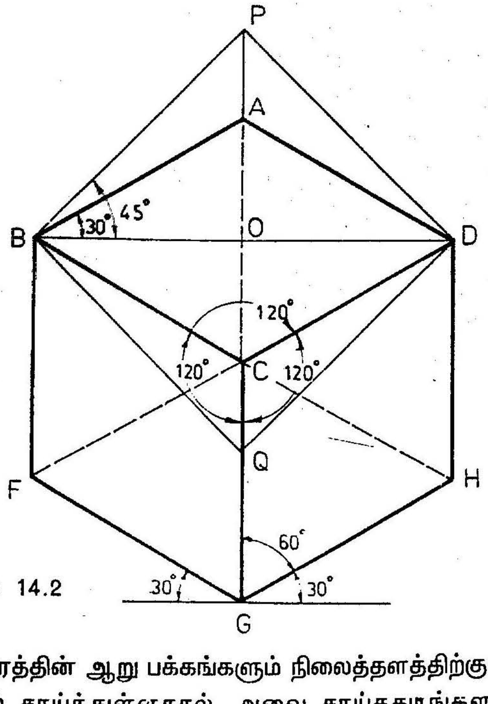


படம் 14.1

ஒரு கனசதுரம் தன் ஒரு மூலைவிட்டத்தை நிலைத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும், ஒரு முனையைத தரையிலும் கொண்டிருக்கும்பொழுது, கிடைக்கப்பெறும் முன்னேற்றத்தைக் கனசதுரத்தின் முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றம் எனக் கூறலாம். படம் 14.1யில் காட்டப்பட்டுள்ள கனசதுரத்தின் முன்தோற்றமே அதன் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை அளிக்கும்.

14.1.1.வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் விளக்கங்கள்

கனசதுரத்தின் முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சி தோற்றத்தின் முனைகளுக்குப் பெயர் கொடுக்கப்பட்டு, படம் 14.2 வரையப்பட்டுள்ளது. இத்தோற்றத்திலிருந்து நாம் கீழ்க்கண்ட சில விளக்கங்களைப் பெறலாம்.



படம் 14.2

1) கன சதுரத்தின் ஆறு பக்கங்களும் நிலைத்தளத்திற்குச் சம அளவில் சாய்ந்துள்ளதால், அவை சாய்சதுரங்களாகத் தெரிகின்றன.

2) புள்ளி Cயில் சந்திக்கும் CB,CD,CG ஆகிய மூன்று ஓரங்களும் நிலைத்தளத்திலிருந்து சம அளவில் சாய்வாக உள்ளதால் அவை நீளத்தில் குறைந்து காணப்படும்.

அத்துடன் அவை ஒன்றுக்கு ஒன்று செங்குத்தாக இருப்பினும், படத்தில் ஒன்றுடன் ஒன்று 120^0 கோணத்தில் சாய்வாகத் தெரியும்.

3) கூம்பின் மற்ற ஓரங்கள் யாவும் இம்மூன்று ஓரங்களில் ஏதாவது ஒன்றுக்கு இணையாகவே இருக்கும். அந்த ஓரங்களின் நீளங்களும் குறைந்தே காணப்படும்.

4) மூலைவிட்டமான B, D நிலைத்தளத்திற்கு இணையாக இருப்பதால் அது தன் உண்மை அளவுடன் அமைந்திருக்கும்.

14.2 அச்சுக்கோடுகள் (Isometric Axes)

புள்ளி Cயில் சந்திக்கும் CB,CD,CG ஆகிய மூன்று கோடுகளும் ஒன்றுடன் ஒன்று 120^0 கோணத்தின் சாய்வாக இருக்கிறதல்லவா? இம்மூன்று கோடுகளையும் முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சி அச்சுக்கோடுகள் என்று குறிப்பார்கள். இவ்வச்சுக்கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ள கோடுகள் அனைத்தையும் முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சிக் கோடுகள் (Isometric Lines) என்று கூறுவர்.

14.3 அளவுகோல் (Isometric scales)

கன சதுரத்தின் அனைத்து ஓரங்களும் நீளம் குறைந்து காணப்படுகின்றன. சதுரங்கள் சாய் சதுரங்களாக அமைவதால் ABCD என்னும் சாய்சதுரம் கன சதுரத்தின் மேற் பக்கத்தைக் குறிக்கும் (படம் 14.2). மேற்பக்கத்தை BPDQ என வரைந்து கொள்க. நீளம் BP கோட்டின் உண்மையான நீளத்தையும் நீளம் BA கோட்டின் குறைவுபட்ட நீளத்தையும் (Isometric length) குறிக்கும்.

ABO என்னும் முக்கோணத்தில் $\frac{BA}{BO} = \frac{1}{\cos 30} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

PBO என்னும் முக்கோணத்தில் $\frac{BP}{BO} = \frac{1}{\cos 45} = \frac{\sqrt{2}}{1}$

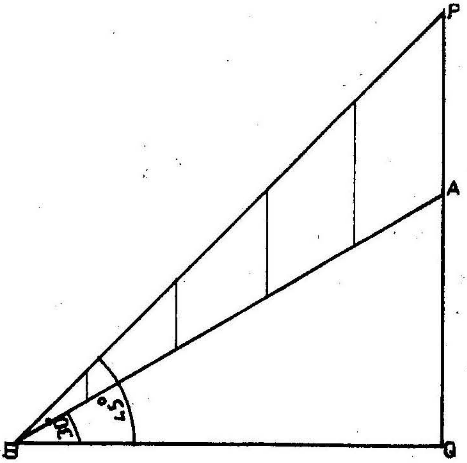
$$\frac{\text{குறைவுபட்ட நீளம்}}{\text{உண்மையான நீளம்}} = \frac{BA}{BP}$$

16

$$= \frac{BA}{BO} \times \frac{BO}{BP} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$= 0.815$

அதாவது முப்பக்க சமவீழ்ச்சியின் நீளமும் உண்மையான நீளமும் $\sqrt{2} = \sqrt{3}$ என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. எனவே முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றங்கள் வரையும்பொழுது, பொருளின் உண்மையான நீளத்தை மேற்குறிப்பிட்ட அளவுக்குக் குறைத்து வரைதல் வேண்டும். உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமான குறைவுபட்ட நீளத்தை ஓர் அளவுகோலினை வரைந்து எளிதில் பெற்றுக்கொள்ளலாம். இவ்வளவு கோலுக்கு முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சி அளவுகோல் (Isometric scale) என்று பெயர்.



படம் 14.3

ஏதாவது ஒரு நீளத்துக்கு BD என்னும் கிடைக்கோடு வரைந்து கொள்க. B என்னும் முனையிலிருந்து 30°. கோணத்தில் BA என்னும் கோடும், 45° கோணத்தில் BP என்னும் கோடும் வரைந்து கொள்க. BP என்னும் கோட்டில் உள்ள உண்மையான நீளத்துக்குச் சமமான குறைவுபட்ட நீளத்தை BA என்னும் கோட்டிலிருந்து பெறலாம்.

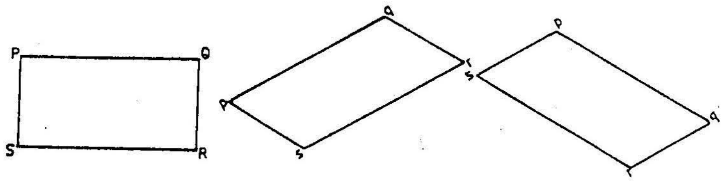
14.4 முப்பக்கச் சமதோற்றம் (Isometric view)

நீளங்களைக் குறைக்காமல் அவற்றின் உண்மையான அளவுகளுக்கே முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சிக் கோடுகளை வரைவதால் பெறப்படும் தோற்றம் முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றத்தைப் போல் காணப்படினும், உருவத்தில் பெரியதாக இருக்கும். இங்ஙனம் பெறப்படும் தோற்றத்திற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் என்று பெயர். அதாவது உண்மையான அளவுகளுக்கு வரையப்படுவனவற்றை முப்பக்கச் சமதோற்றம் எனவும், குறைக்கப்பட்ட அளவுகளுக்கு வரையப்படுவனவற்றை முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித்தோற்றம் எனவும் கூறலாம். அளவுகளைக் குறைக்காமல் அப்படியே எடுத்துக் கொண்டால் வரைவதற்கு எளிதாக இருக்குமாதலால், முப்பக்கச் சமதோற்றத்தையே தற்பொழுது அனைவரும் பயன்படுத்துகின்றனர்.

14.5 தளங்களின் முப்பக்கச் சமதோற்றம்

எடுத்துக்காட்டு-1

ஒரு செவ்வகமான தளத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

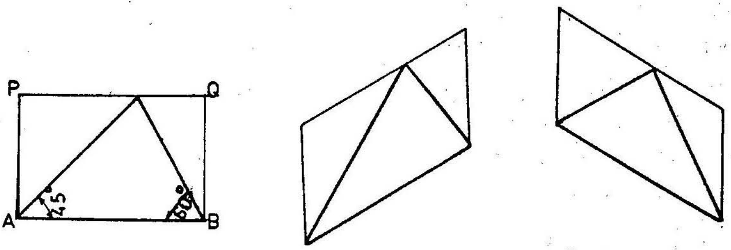


படம் 14.4

PQRS என்பது கொடுக்கப்பட்ட தளத்தின் மேல்தோற்றமாகும். கிடைக்கோட்டுக்கு 30° கோண அளவில் சாய்திருக்குமாறு அச்சுக்கோடுகளை வரைந்து கொள்ள வேண்டும். $\frac{SP}{SR}$ என்னும் இருபக்கங்களையும் அச்சுக்கோடுகளில் அமைந்தால் ஒரு தோற்றமும் RS, RQ என்னும் இரு பக்கங்களையும் அச்சுக்கோடுகளில் அமைத்தால் வேறொரு தோற்றமும் கிடைக்கும். இவ்விரண்டு முறைகளும் சரியானவையே.

எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு முக்கோண வடிவிலான தளத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

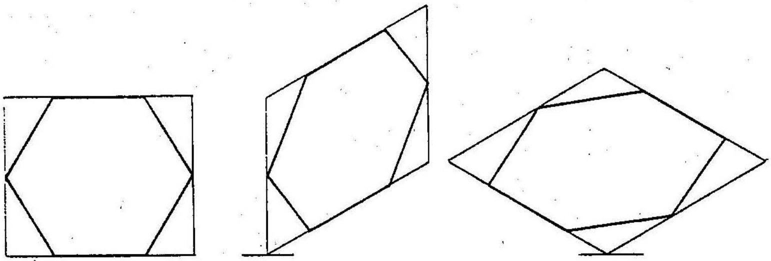


படம் 14.5

AB என்னும் ஓரம் கிடையாக இருப்பினும், மற்ற இரு தூரங்களும் சாய்வாகவே உள்ளன. சாய்வாக உள்ளதால் இவ்விரு ஓரங்களையும் அச்சுக்கோடுகளுக்கு இணையாக வரைய முடியாது. எனவே இம்முக்கோணத்தை ABQP என்னும் செவ்வக வடிவத்தினுள் அடக்க வேண்டும். பின்னர் செவ்வகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைந்து கொண்டு புள்ளி Cயினை pq என்னும் கோட்டில் அதன் அளவுக்கொப்ப வரைந்து அதனை aஉடனும் bஉடனும் இணைத்தால், முக்கோணத் தளத்தின் வீழ்ச்சித் தோற்றம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

ஓர் அறுகோணத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.6

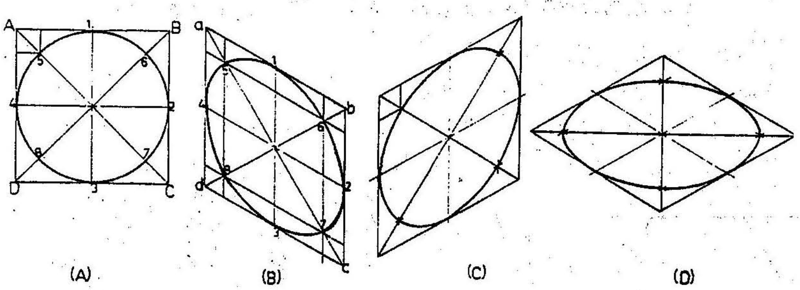
இவ்வறுகோணத்தை ஒரு சதுரத்தினுள் உள்ளடக்கி, முன்னர் கண்டவாறு வரைந்து, அறுகோணத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தைப் பெறலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 4

ஒரு வட்டத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

வட்டத்தை abcd என்னும் சதுரத்தினுள் அடக்குச் சதுரத்தை வட்டம் தொடும் புள்ளிகளுக்கு 1,2,3,4 என்று பெயரிடுக. சதுரத்தின் மூலைவிட்டங்கள் வட்டத்தை வெட்டும் புள்ளிகளுக்கு 5,6,7,8 என்று பெயரிடுக.

சதுரத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைந்து அதில் 1,2,3,4 என்னும் புள்ளிகளைப் பெறுக. இவை சதுரத்தின் பக்கங்களின் மையப்புள்ளிகளாகும். பின்னர் ab adயின் பக்கங்களிலிருந்து ஒப்புமைத் தூரத்தைக் கொண்டு புள்ளி 5 இனைப் பெறலாம். இதைப்போலவே 6,7,8 என்னும் மற்ற மூன்று



படம் 14.7

புள்ளிகளையும் பெற்று, எட்டுப் புள்ளிகளையும் இணைத்தால் வட்டத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும். இது ஒரு நீள் வளையமாக இருக்கும்.

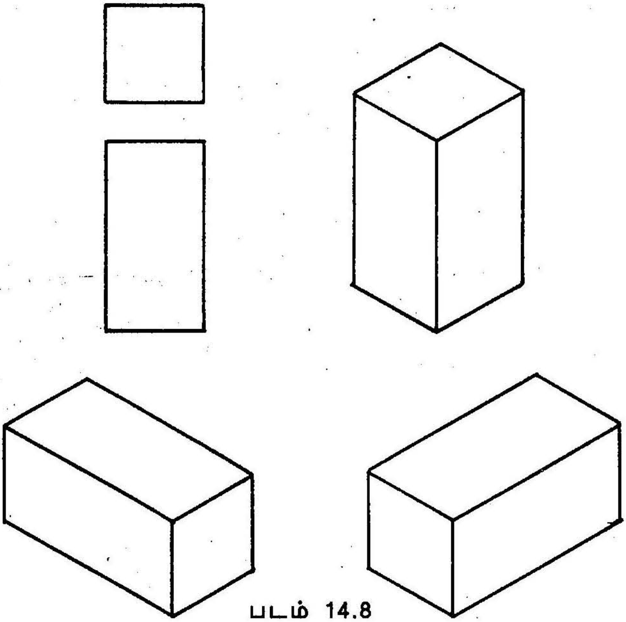
தளம் அரை வட்டமாக இருப்பின் அதை ஒரு செவ்வகத்துனுள் உள்ளடக்கி இதே முறையைக் கையாண்டால் ஐந்து புள்ளிகள் கிடைக்கும். அவற்றை இணைக்கும்பொழுது அரைவிட்டத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

14.6 பட்டகங்களின் முப்பக்கச் சம தோற்றம்

சீரான பட்டகங்களின் அடிப்பக்கமும் மேல் பக்கமும் சமமாகவே இருக்கும். அவற்றை இணைக்கும் ஓரங்கள் நேர்கோடாகவும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாகவும் அமையும். எனவே அடிப்பாகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைந்துகொண்டு அதன் மூலைப்புள்ளிகள் வழியாக ஓரங்களை வரைந்து பட்டகங்களின் மேல்பக்கத்தையும் பெறலாம். காணப்பெறும் ஓரங்களை மட்டும் வரைந்து, மறைந்து கிடக்கும் ஓரங்களை விட்டு விடுதல் வேண்டும். விடுபட்ட கோடுகளைப் பயன்படுத்துதல் தவறாகாதெனினும் ஓரங்களை மட்டுமே தோற்றத்தில் காட்டுதல் நலம்.

எடுத்துக்காட்டு 5

20மிமீ அடிப்பக்கமும் 40மிமீ உயரமும் கொண்ட சதுரப்பட்டகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



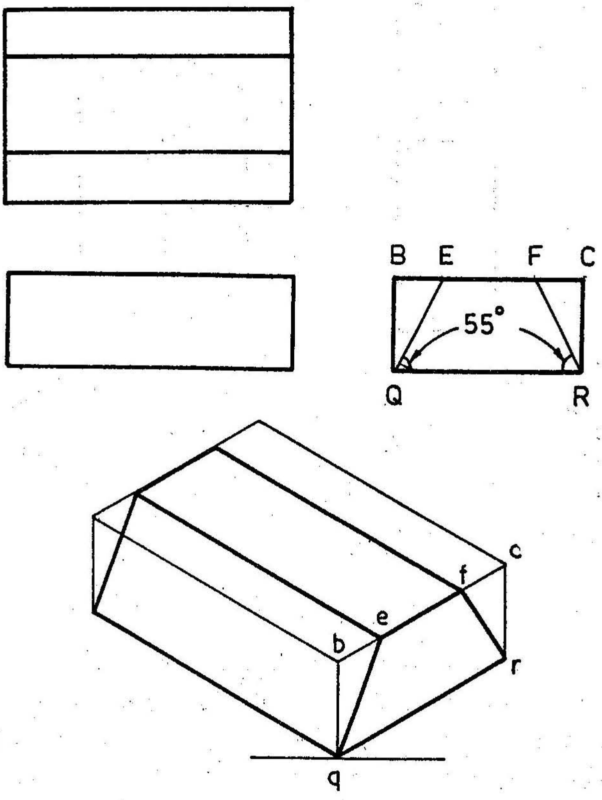
படம் 14.8

பட்டகத்தின் அச்சு செங்குத்தாக இருப்பின் அடிப்பக்கம் தரையில் அமைந்திருக்கும். இந்நிலையில் வரையப்படும் பட்டகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தின் மேல் பக்கம் ஒரு சாய் சதுரமாகத் தெரியும். இதன் ஓரங்கள் கிடைக்கோட்டுக்கு 30° கோண அளவில் சாய்ந்திருக்கும். ஆனால் பட்டகத்தின் ஓரங்கள் மூன்றாவது திசையில் செங்குத்தாக அமையும். பட்டகத்தின் உயர அளவினை இக்கோடுகளில் பதித்து, பட்டகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரையலாம்.

பட்டகத்தின் அச்சு கிடையாக அமைந்திருப்பின் அடிப்பக்கமும் மேல்பக்கமும் செங்குத்தாக இருக்கும். இவற்றைப் படம் 14.8யில் காட்டியுள்ளது போல இரண்டு முறைகளில் வரையலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6

ஒரு பட்டகத்தின் மேல் தோற்றம், முன்தோற்றம். பக்கத்தோற்றம் ஆகியன கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அப்பட்டகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.9

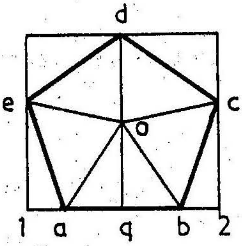
கொடுக்கப்பட்ட பட்டகத்தை ஒரு செவ்வகப் பெட்டிக்குள் உள்ளடக்கி, அப்பெட்டியின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக. bc என்னும் கோட்டில் ef என்னும் புள்ளிகளை அவற்றின் தூரங்களுக்கிணங்கக் குறித்து efrg என்னும் பட்டகத்தின் ஒரு பக்கத்தை வரைக. பின்னர் முழுத்தோற்றத்தையும் படத்தில் காட்டியுள்ளது போல வரைந்து முடிக்கலாம்.

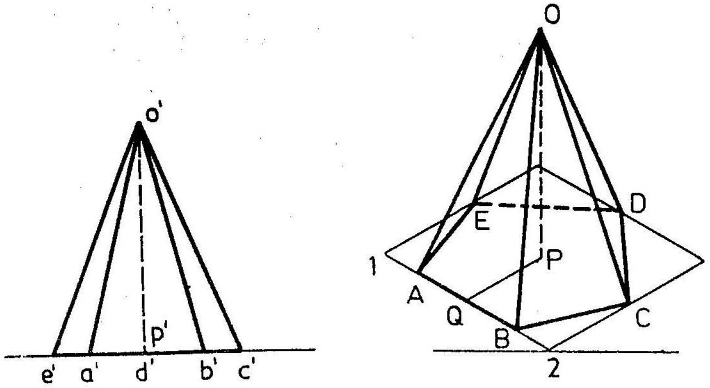
14.7 கூம்பகங்களின் முப்பக்கச் சமதோற்றம்

கூம்பகங்களின் அடிப்பக்கம் சீரான வடிவத்தைக் கொண்டிருக்கும். அவ்வடிப்பாகத்தின் முனைகளை உச்சிப்புள்ளியுடன் இணைக்கும் ஓரங்கள் எந்தவோர் அச்சுக்கோட்டுக்கும்இணையாக இராது. எனவே அடிப்பாகத்தை ஒரு சதுரம் அல்லது செவ்வக வடிவினுள் உள்ளடக்கி அதன் முனைகளை வரைய வேண்டும். உச்சிப் புள்ளியினை அதன் உயரத்துக்குத்தக்கவாறு அமைத்து, அடிப்பாகத்தின் முனைகளுடன் இணைப்பதால், கூம்பகங்களின் முப்பக்கச்சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 7

30மிமீ பக்கமும் 60மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணக் கூம்பகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.





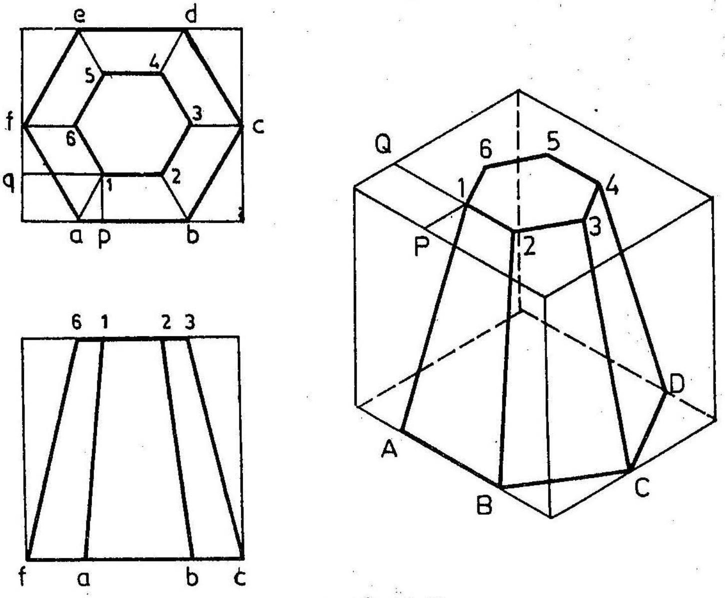
படம் 14.10

கூம்பகத்தின் அடிப்பாகத்தை ஒரு செவ்வகத்துனுள் உள்ளடக்கி, கூம்பகத்தின் அடிப்பாக மையப் புள்ளியையும் அமைத்துக் கொள்க. இப்புள்ளியின் வழியாகவே கூம்பகத்தின் அச்சுக்கோடு செல்லும்.

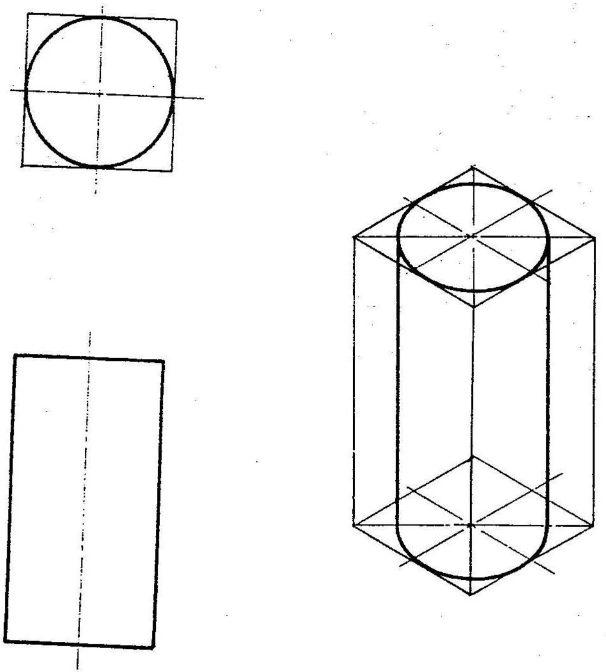
அடிப்பாகத்தை உள்ளடக்கிய செவ்வகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக. அதனுள் அடிப்பாகத்தின் முனைகளைப் பதித்திடுக. அத்துடன், அடிப்பாகத்தின் மையப்புள்ளியையும் குறித்து, அதன் வழியாக ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. இக்கோட்டில் கூம்பகத்தின் உயரத்தை அமைத்து, அதன் உச்சிப் புள்ளி Oஐப் பெறுக. இப்புள்ளியினை, அடிப்பாகத்தின் முனைகளுடன் இணைத்தால், கூம்பகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கப்பெறும்.

எடுத்துக்காட்டு 8

படத்தில் காட்டியுள்ள ஓர் அறுகோணக் கூம்பகத்தின் அடிக்கண்ட த்திற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக.



படம் 14.11



படம் - 14.2 (பக்கம் - 250)

அடிக்கண்டத்தின் மேல் தோற்றம், முன்தோற்றம் ஆகிய இரு தோற்றங்களையும் செவ்வகத்துனுள் உள்ளடக்குக. அவை ஒரு செவ்வகப் பெட்டியின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களாக அமையும். இச்செவ்வகப் பெட்டியின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக. அடிக்கண்டத்தின் அடிப்பாக ஆறு முனைகளும் பெட்டியின் அடிப்பாகக்கோடுகளில் அமைந்திருக்கும். மேற்பாக ஆறு முனைகளைச் சமதோற்ற அச்சுக்கோடுகளுக்கு இணைகோடுகள் வரைந்து அதன் நீளங்களைக்கொண்டு அமைக்கலாம். அடிப்பாக ஆறு முனைகளையும் மேற்பாக ஆறு முனைகளையும் இணைத்தால், அறுகோண அடிக்கண்டத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

14.8 உருளைகளின் முப்பக்கச் சமதோற்றம்

உருளைகளில் இரு பக்கங்களும் வட்ட வடிவினைக் கொண்டுள்ளன. இவ்விரு பக்கங்களையும் எண்ணற்ற இணையான அமைப்புக்கோடுகள் இணைக்கின்றன. எனவே இருபக்கங்களிலுமுள்ள வட்டங்களுக்கு முப்பக்கச் சமதோற்றங்கள் வரைந்து அவற்றை இரு ஓரக்கோடுகளால் இணைக்கும்பொழுது உருளைகளின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 9

40மிமீ விட்டமும் 60மிமீ உயரமும் கொண்ட உருளையின் முப்பக்கச்சமதோற்றம் வரைக.

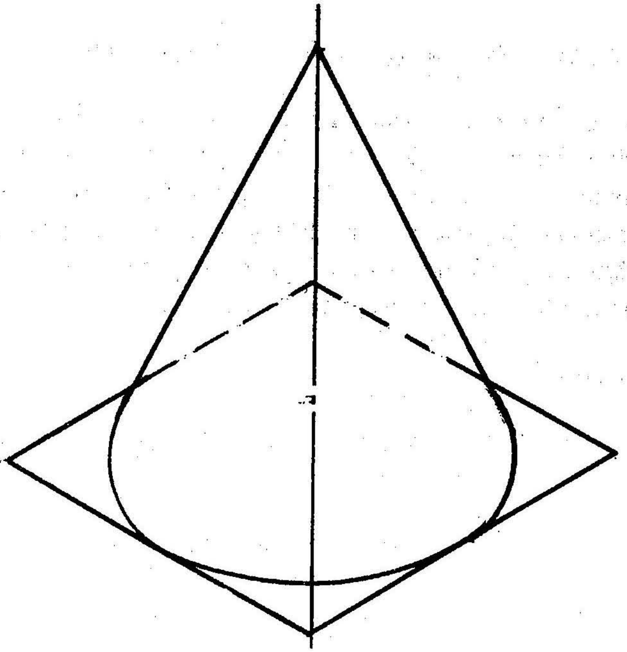
உருளையின் மேல்தோற்றத்தை ஒரு சதுரத்தில் உள்ளடக்குக. இதனால் ஒரு சதுரப்பட்டகத்தின் மேல்தோற்றமும் முன்தோற்றமும் கிடைக்கிறது. இச்சதுரப்பட்டகத்திற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக. அதனால் கிடைக்கப் பெறும் இரு சாய் சதுரங்களில் வட்டத்தின் புள்ளிகளை அமைத்து, உருளையின் மேல் பாகத்தையும் கீழ்ப்பாகத்தையும் உருவாக்கலாம். இங்ஙனம் கிடைக்கும் நீள்வளையங்களை ஓரக்கோடுகளால் இணைத்தால், உருளையின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

14.9 கூம்பின் முப்பக்கச் சமதோற்றம்

கூம்பின் அடிப்பாகமான விட்டத்திற்கு மட்டும் முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைந்து, அதனைக் கூம்பின் உச்சிப் புள்ளியுடன் ஓரக்கோடுகளால் இணைத்தால் கூம்பின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 10

40மிமீ விட்டமும் 55மிமீ உயரமும் கொண்ட கூம்பிற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக.

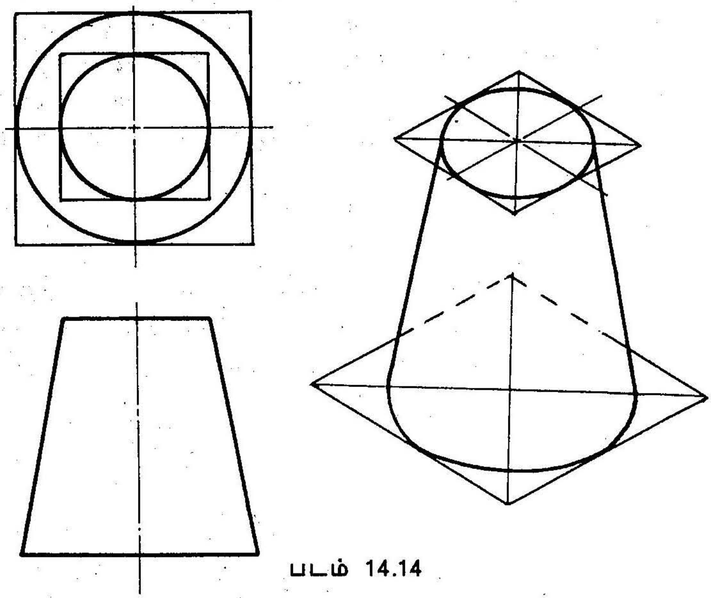


படம் 14.13

கூம்பின் அடிப்பாகமான வட்டத்திற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக. அது ஒரு நீள் வளையமாக அமையும். கூம்பின் உச்சிப் புள்ளியினை அமைத்து, நீள் வளையத்திற்கு இரு புறங்களிலும் தொடுகோடு வரைந்தால், கூம்பின் முப்பக்கச் சம தோற்றம் கிடைக்கப் பெறும்.

எடுத்துக்காட்டு 11

படத்தில் காட்டியுள்ள கூம்பின் அடிக்கண்டத்திற்கு முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக.



படம் 14.14

கூம்பின் அடிப்பாகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றமான நீள்வளையத்தை வரைந்து கொள்க. இதன் மையப்புள்ளி வழியாக கூம்பின் அச்சுக்கோட்டினைச்செங்குத்தாக வரைக. மேல் பாகத்தின் மையப்புள்ளி வழியாக இது செல்வதால் மேல்பாகத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றமான மற்றொரு நீள்வளையத்தைச் சாய்சதுரம் வரைந்து அமைக்கவும். இரு நீள் வளையங்களையும் இரு தொடு கோடுகளால் இணைத்தால் அடிக்கண்டத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் கிடைக்கும்.

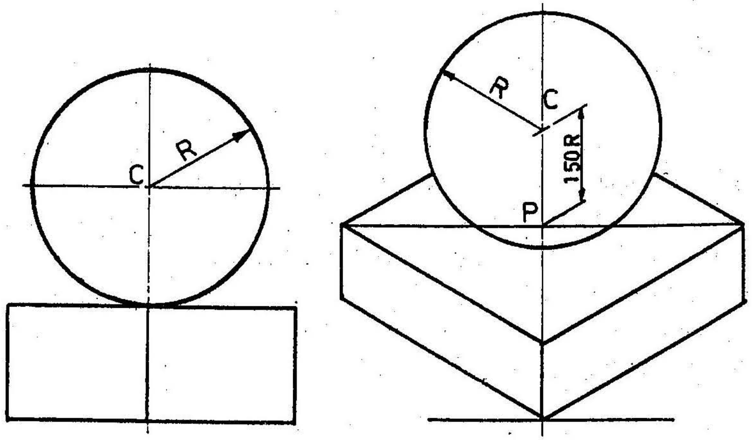
14.10 கோணங்களின் முப்பக்கச் சமதோற்றம்

கோணங்களின் வீழ்ச்சித் தோற்றங்களான மேல் தோற்றம் முன்தோற்றம் ஆகிய இரண்டும் வட்ட வடிவங்களாகவே அமைந்திருக்கும். அவற்றின் விட்டம் கோணத்தின் விட்டத்திற்குச் சமமாகவே இருக்கும். அதுபோலவே கோணத்தின் முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றமும் அதே அளவு விட்டங்கொண்ட வட்டமாகவே காட்சியளிக்கும்.

மற்றப் பொருள்களுக்கு முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சி தோற்றத்தின் அளவு முப்பக்கச் சமதோற்றத்தின் அளவை விடக் குறைந்து காணப்படும் என்று முன்னர்க் கண்டோம். ஆனால் கோணத்திற்கு மட்டும் முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் அளவு குறைவதில்லை. எனவே மற்றப் பொருள்களுடன் கோணத்தையும் இணைத்து முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரையும்பொழுது கோணத்தின் அளவினை மட்டும் பெரிதாக்கி வரையவேண்டும். பெரிது படுத்துவதற்கு முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சி அளவுகோலினை மாற்றிப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 12

ஒரு சதுரப்பட்டகத்தின் மேல் ஒரு கோளம் அமைந்துள்ள நிலையைப் படம் காட்டுகிறது. பட்டகத்தையும் கோளத்தையும் இணைத்து முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றம் வரைக.



படம் 14.15

சதுரப்பட்டகத்தின் முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றம் வரைந்து கொள்க. இத்தோற்றத்தின் அளவுகள் குறைவாக இருப்பதால் அவற்றைக் கணக்கிட முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சி அளவுகோலினைப் பயன்படுத்த வேண்டும். பின்னர் அதன் மேற்பரப்பில் மையங்கண்டு, அதன் வழியே ஒரு செங்குத்துக்கோடு வரைக. இக்கோட்டில் கோளத்தின் மையத்தைக் குறிக்கும் புள்ளியினைப் பதிக்க வேண்டும். மையத்தின் உயரம் கோளத்தின் ஆரத்தை அளவுகோல் கொண்டு குறைக்கப்பட்டதாக இருக்க வேண்டும் இப்புள்ளியை மையமாகக் வைத்து கோளத்தின் உண்மையான ஆரஅளவினை ஆரமாகக் கொண்டு வரையப்படும் வட்டம், கோளத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றமாகும்.

பயிற்சி 14

1) 30மிமீ பக்கங்கொண்ட ஓர் ஐங்கோண அட்டையில் முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையும் முப்பக்கச் சம தோற்றத்தையும் வரைக.

2) 55மிமீ 45மிமீ அளவுகளை ஈரச்சுகளாகக் கொண்டு நீள் வளையத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருள்களின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தையும் முப்பக்கச் சம வீழ்ச்சித் தோற்றத்தையும் வரைக.

   முக்கோணப் பட்டகம் (40 மிமீ உடனும், 50மிமீ)

   சதுரக் கூம்பகம் (30, 50)

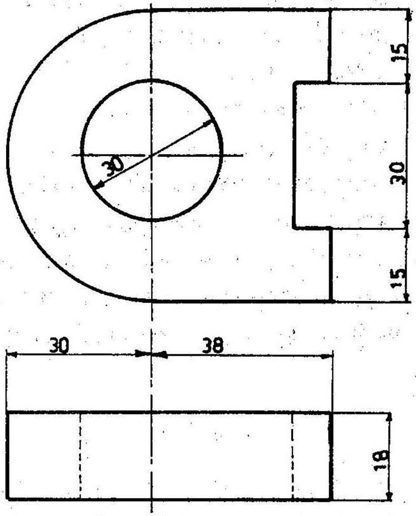
   ஐங்கோணக் கூம்பத்தின் அடிக்கண்டம்
   (35, 25, உயரம் 40)

   உருளை (35,50)

   கூம்பு (35,45)

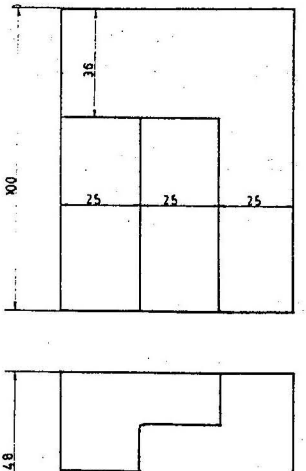
   கூம்பின் அடிக்கண்டம் (40,30 உயரம் 40)

4) படம் 14.16யில் காட்டப்பட்டுள்ள படிகளின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.16

5) படம் 14.17யில் காட்டப்பட்டுள்ள படிகளின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.17

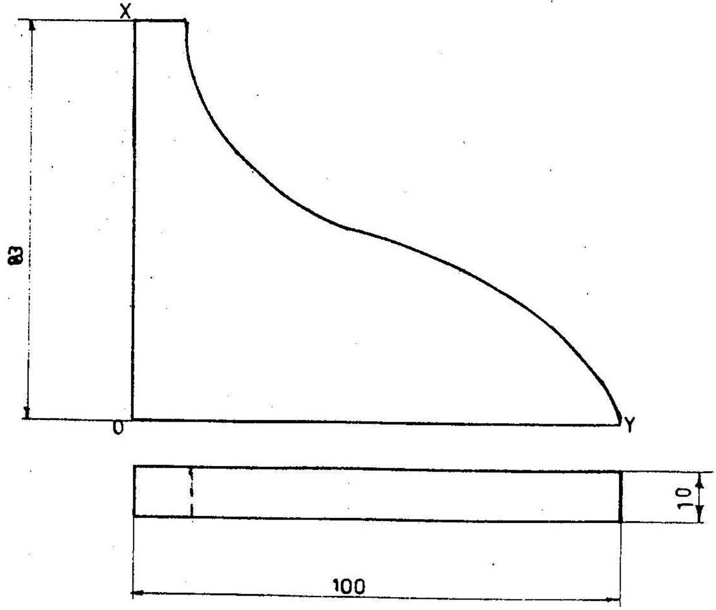
6) 24மிமீ விட்டங்கொண்ட ஓர் அறுகோணத்திருகு மறையின் (Hexagonal nut) முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

7) ஒரு மரப்பெட்டியின் வெளி அளவுகள் நீளம் 900மிமீ அகலம் 600மிமீ உயரம் 600மிமீ பலகையின் பருமன் 40மிமீ பெட்டி மூடியின் உயரம் 120மிமீ பெட்டியின் மூடி கீழ்க்கண்ட நிலையில் அமைந்திருக்கும் பொழுது பெட்டியின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.

(a) செங்குத்தாக திறந்திருக்கும்பொழுது

(b) 120° கோண அளவில் திறந்திருக்கும்பொழுது

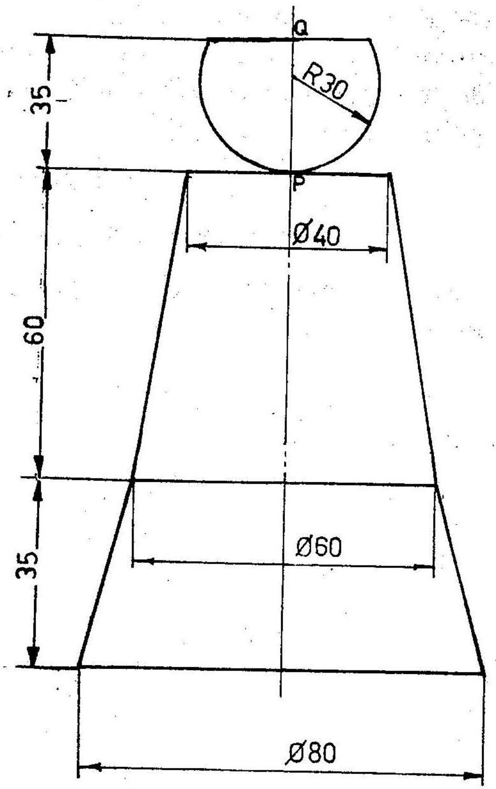
8) படம் 14.18 யில் காட்டப்பட்ட உருவத்தின் முப்பக்கச் சமதோற்றம் வரைக.



படம் 14.18

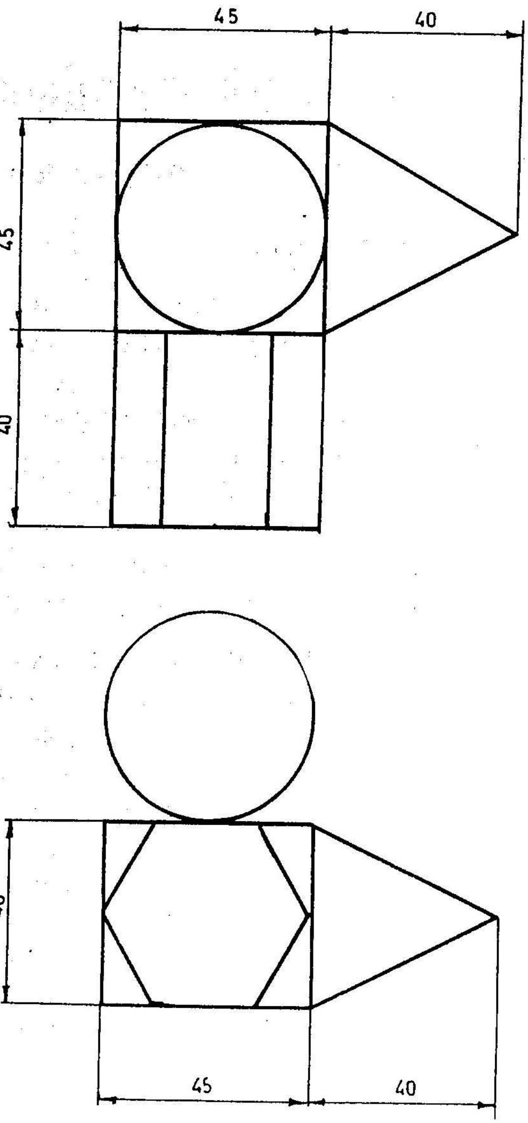
17

9) சில பொருள்கள் ஒன்றின் மேல் ஒன்றாகப் படம் 14.19 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது போல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வமைப்பின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.19

10) படம் 14.20 காட்டப்பட்டுள்ளது போல, சில பொருள்களின் அமைப்பு உள்ளது. இவ்வமைப்பின் முப்பக்கச் சமதோற்றத்தை வரைக.



படம் 14.20

15. நோக்குத் தோற்றங்கள்

(PERSPECTIVE PROJECTIONS)

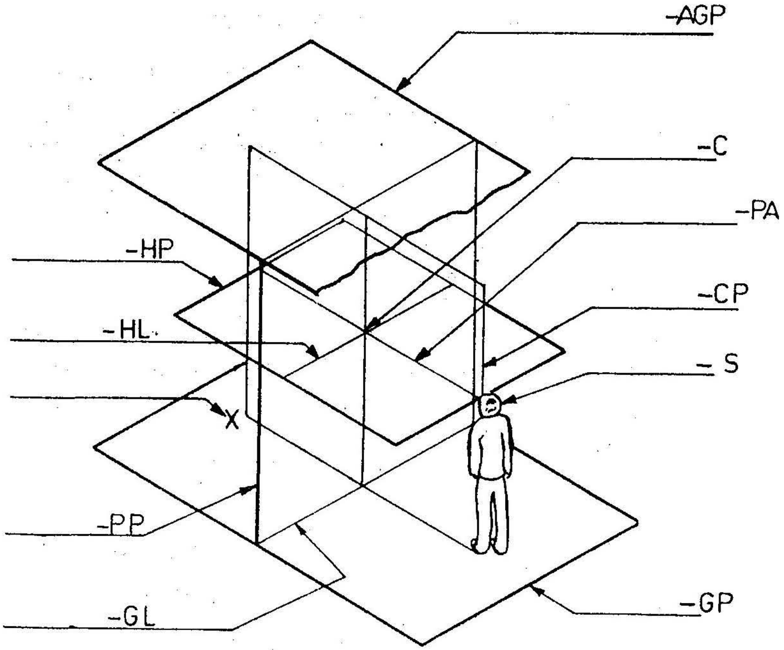
15.1 நோக்குத் தோற்றம்

நிலையான ஓரிடத்திலிருந்து ஒரு பொருளைச் சமதளம் அல்லது படத்தளத்தின் (Picture plane) மீது பார்க்கும் தோற்றத்திற்கு, நோக்குத் தோற்றம் என்று பெயர். அதாவது பொருளை நோக்கிக் கண்களிலிருந்து புறப்படுகிற ஒளிக்கதிர்கள் படத்தளத்தினை வெட்டும்பொழுது அத்தளத்தின் மீது அமைகிற தோற்றமே நோக்குத்தோற்றம் அல்லது நோக்கு வரைபடம் ஆகும். கட்டடக்கலையில் ஒரு கட்டிடம் அல்லது ஒரு பொருள் உண்மையில் எவ்வாறு அமையும் என்பதை இத்தோற்றத்தின் மூலமாக நன்கு விளக்கலாம்.

நேர் வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் காணப்படும் பொருளிலிருந்து புறப்படும் ஒளிக்கதிர்கள் யாவும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாகக் கொள்ளப்படுகின்றன. அவ்வாறு வெளிப்படும் இணையான ஒளிக்கதிர்கள் தளத்தின் மேல்படும்பொழுதோ, தளத்தினை ஊடுருவும் பொழுதோ உண்டாகும் தோற்றத்தை நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றத்தில் காண்கிறோம். ஆனால் நோக்குத் தோற்றத்தில், கண்களிலிருந்து பொருளுக்கு வருகிற ஒளிக்கதிர்கள் கண்ணிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து புறப்படுவதால், அவை படத்தளத்திற்குச் சாய்வான நிலையில் இருக்கும். அக்கதிர்கள் படத்தளத்தினை ஊடுருவும்பொழுது அமையும் தோற்றமே அப்பொருளின் நோக்குத் தோற்றமாகும்.

15.2 நோக்குத்தோற்றம் பற்றிய சில விளக்கங்கள்

நோக்குத் தோற்றம் தொடர்பான சில மூலகங்களின் விளக்கங்களைக் காணலாம்.



படம் 15.1

15.2.1 தரைத்தளம் (Ground plane GP)

ஒரு பொருள் அமைந்துள்ளதாகக் கருதப்படும் படுக்கைத்தளமே தரைத்தளம் எனப்படும்.

15.2.2 நிலைப்புள்ளி (Station point-S)

ஒரு பொருளைப் பார்க்கும்பொழுது, பார்ப்பவரின் கண் அமைந்துள்ள புள்ளியே நிலைப்புள்ளி ஆகும்.

15.2.3 படத்தளம் (Picture plane-PP)

நிலைப்புள்ளிக்கும் காணப்படும் பொருளுக்கும் இடையே அமைந்துள்ள ஒரு செங்குத்துத்தளமே 'படத்தளம்' என்று குறிக்கப்படுகிறது. இத்தளத்தின் மீதுதான் நோக்குத்தோற்றம் அமைகிறது.

15.2.4 படுக்கைத்தளம் (Horizon plane-HP)

நிலைப்புள்ளியின் உயரத்தில் கற்பனையாக உருவாக்கப்பட்ட ஒரு கிடைத்தளத்திற்குப் படுக்கைத்தளம் என்று பெயர். தரைத்தளத்திற்கு மேலேயும் படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் படுக்கைத்தளம் அமைகின்றது.

15.2.5 துணைத்தரைத்தளம் (Auxiliary ground plane-AGP)

படுக்கைத் தளத்திற்கு மேலாகவும் அதற்கு இணையாகவும் அமைகின்ற கிடைத்தளத்தினைத் துணைத் தரைத்தளம் என்று கூறுவர். பொருள்களின் மேல் தோற்றம் இத்தளத்தின மீதுதான் அமைக்கப்படுகிறது.

15.2.6 தரைக்கோடு (Ground Line-GL)

படத்தளத்திற்கும் (PP) தல ரத்தளத்திற்கும் GP இடைப்பட்ட குறுக்கு வெட்டுக் கோட்டுக்குத் தரைக்கோடு என்று பெயர்.

15.2.7 படுக்கைக்கோடு (Horizon line-HL)

படுக்கைத் தளம் (HP) படத்தளத்தினை ஒரு கோட்டில் வெட்டுமல்லவா? அக்கோடே படுக்கைக்கோடு என்று குறிக்கப்படுகிறது. இக்கோடு தரைக்கோட்டுக்கு இணையாக அமைந்திருக்கும்.

15.2.8 செங்குத்து அச்சுக்கோடு (Perpendicular axis)

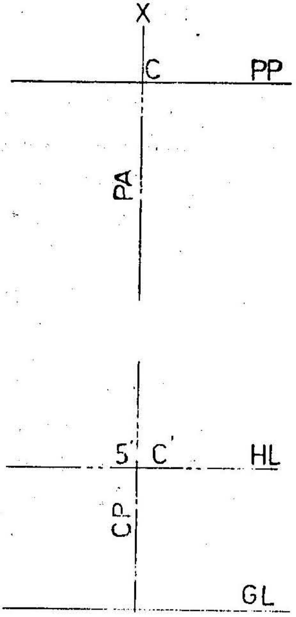
படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக நிலைப்புள்ளியின் வழியாக வரையப்படும் கோட்டிற்குச் செங்குத்து அச்சுக்கோடு என்று பெயர். இக்கோடு சில சமயங்களில் பார்வைக்கோடு (Line of sight) அல்லது பார்வை அச்சுக்கோடு (Axis of vision) என்று குறிக்கப்படும்.

15.2.9 பார்வை மையம் (Centre of vision -C)

செங்குத்து அச்சுக்கோடு படத்தளத்தினை ஊடுருவும் புள்ளியே பார்வைமையம் ஆகும். இது தொடுதளத்தின் மீது அமைந்திருக்கும்.

15.2.10 மையத்தளம் (Centre plane-CP)

நிலைப்புள்ளியின் மூலமாகவும் பார்வை மையத்தின் மூலமாகவும் செல்கின்ற செங்குத்துத் தளத்திற்கு மையத்தளம் என்று பெயர். கற்பனையாக உருவாக்கப்பட்ட இத்தளம், தரைத்தளத்திற்கும் பார்வைத்தளத்திற்கும் செங்குத்தாக அமைந்திருக்கும்.



படம் 15.2

15.3 நோக்குத் தோற்றத்தில் அமைப்பு

படம் 15.2 யில் நோக்குத் தோற்றத்தின் அமைப்பு காட்டப்பட்டுள்ளது.

மேல்தோற்றத்தில் படத்தளம் PP கிடைக்கோடாகத் தெரிகிறது. பொருள் X,PP யிற்கு மேலேயும் நிலைப்புள்ளி S,PPயிற்குக் கீழேயும் உள்ளன. SC என்னும் கோடு செங்குத்து அச்சினையும் மையத்தளத்தினையும் காட்டுகிறது. தரைத்தளம், தொடுதளம், துணைத்தளம் யாவும் செவ்வகங்களாகத் தெரிகின்றன.

முன்தோற்றத்தில் தரைக்கோடு GL, தொடுகோடு HL ஆகிய இரண்டும் முறையே தரைத்தளத்தினையும், படுக்கைத்தளத்தினையும்

குறிக்கின்றன. நிலைப்புள்ளி 5ஆம் பார்வை மையம் c' தொடுகோட்டில் ஒன்றுக்கொன்று ஒருங்கிணைந்து அமைந்துள்ளன.

மையத்தளம் CP நிலைப்புள்ளிகள் S' வழியாகச் செல்லும் செங்குத்துக்கோடாகவும் படத்தளம் PP செவ்வகமாகவும் தெரியும். நோக்குத் தோற்றமானது, தரைக்கோட்டுக்கு மேலே தெரிகின்றது.

15.4 நிலைப்புள்ளி பற்றிய சிறு விளக்கம்

நிலைப்புள்ளி என்றால் என்ன என்று முன்பு கண்டோம். இனி நோக்குத் தோற்றத்தில் இப்புள்ளியின் பங்கு என்ன என்பதைக் காண்போம். நிலைப்புள்ளியின் அமைப்பைக் கொண்டே நோக்குத் தோற்றம் அமைவதால், இப்புள்ளியின் அமைவிடம் இன்றியமையாத ஒன்றாகும். எனவே ஒரு பொருளின் நோக்குத் தோற்றம் சிறப்பாக அமைய வேண்டுமாயின், அப்பொருளை நன்கு காணும்படியாக நிலைப்புள்ளியை அமைத்தல் வேண்டும்.

கட்டடங்கள் போன்ற பெரிய பொருள்களுக்கு நிலைப்புள்ளியானது சுமார் 1¾ மீ உயரமுள்ள மனிதனின் கண் உயரத்திற்கு அமைவதாக நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும். சிறிய பொருள்களுக்கு நிலைப்புள்ளியை மேல்தோற்றம், பக்கத்தோற்றம் ஆகியவற்றை நல்ல முறையில் தரக்கூடிய உயரத்தில் அமைத்துக் கொண்டால் போதுமானது.

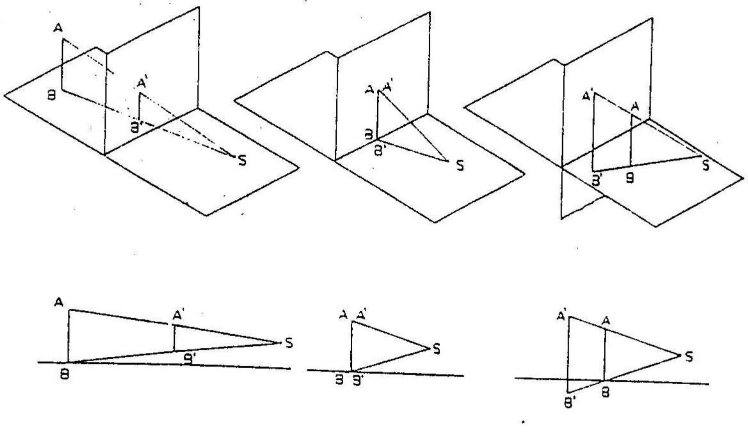
ஒரு பொருளின் மிகப்பெரிய அளவுக்கு இரு மடங்காக, நிலைப்புள்ளிக்கும் படத்தளத்திற்கும் இடையில் உள்ள தூரத்தை எடுத்துக் கொள்வோமேயானால் அது நோக்குத் தோற்றத்தை தெளிவாகக் காட்டும். உயரமும் அகலமும் ஏறக்குறைய சமமாக வரக்கூடிய பொருள்களுக்கு, அவற்றின் வெளி அளவுகளுக்கு நிலைப்புள்ளியிலிருந்து வரக்கூடிய ஒளிக் கதிர்களுக்கிடையே 30^0 இருக்குமாறு நிலைப்புள்ளியினை அமைத்தல் வேண்டும்.

பொருளுக்கு முன்னால் அமையும்படியாக நிலைப்புள்ளியினைக் குறித்தல் நலம். பொருளுக்குச் சரியாக மையத்தில் நிலைப்புள்ளி இருத்தல் வேண்டும் என்பது அவசியமில்லை.

15.5 படத்தளம் பற்றிய சிறு விளக்கம்

காணப்படும் பொருளிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் படத்தளத்தினை அமைக்கின்றோமோ அதைக் கொண்டு நோக்குத்தோற்றத்தின் அளவு அமைந்திருக்கும். படத்தளத்திற்குப் பின்னாலோ, படத்தளத்தின் மீதோ படத்தளத்திற்கு முன்னாலோ ஒரு பொருள் அமைந்தால் அப்பொருளின் தோற்ற அமைப்பு எங்ஙனம் அமையும் எனக் காணலாம்.

படத்தளத்திற்குப் பின்புறமாக அமையும் பொருளின் நோக்குத்தோற்றம், பொருளைவிட அளவில் சிறியதாக இருக்கும். படத்தளத்தினை நோக்கிப் பொருள் நகரும்பொழுது தோற்றத்தின் அளவு அதிகமாகிறது. படத்தளத்தோடு பொருள் இணைந்துவிடும்பொழுது, நோக்குத்தோற்றம், பொருளின் அளவுக்குச் சமமாக அமைகிறது. படத்தளத்திற்கு முன்புறமாகப் பொருள் அமைந்தால், அதன் நோக்குத் தோற்றம் பொருளின் அளவுகளைவிடப் பெரியதாக நமக்குத் தெரியும்.



படம் 15.3

படம் 15.3யில் AB என்னும் கோடு மூன்று விதமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது. முதலாவதாக கோடு AB படத்தளத்தின் பின்புறம் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் நோக்குத் தோற்றமான A′B, ABஐவிட அளவில் சிறியதாகத் தெரிகிறது.

இரண்டாவதாக, AB என்னும் கோடு படத்தளத்தின் மீதே அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்நிலையில், கோட்டின் நோக்குத் தோற்றமான A′B, ABயிற்குச் சமமாகவும், அதனுடன் ஒருங்கிணைந்தும் காணப்படுகிறது.

மூன்றாவதாக, கோடு AB படத்தளத்திலிருந்து முன்பக்கமாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது. இந்நிலையில், கோட்டின் நோக்குத் தோற்றமான A′B கோட்டின் உண்மையான அளவுகளைவிடப் பெரியதாகத் தெரிகிறது.

15.6 நோக்குத் தோற்றம் வரையும் முறைகள்

ஒரு பொருளின் நோக்குத் தோற்றத்தை

(1) பார்வைக் கதிர் அமைப்புமுறை (Visual Ray method)

(2) மறைநிலைப்புள்ளி அமைப்பு முறை (Vanishing point method)

என்னும் இரு முறைகளின் வரையலாம்.

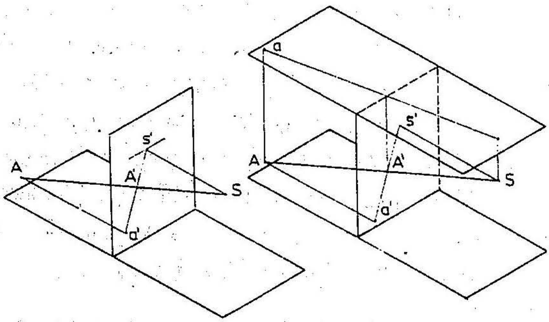
15.6.1 பார்வைக் கதிர் அமைப்பு முறை

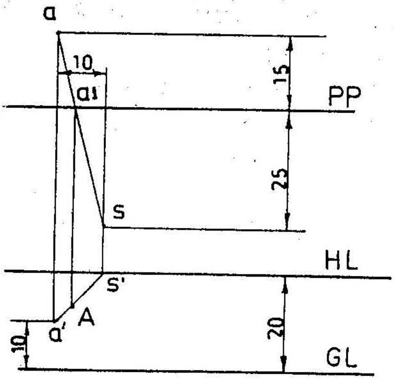
பார்வைக் கதிர் அமைப்பு முறையில், மேல்தோற்றத்தினையும் முன்தோற்றம் அல்லது பக்கத்தோற்றத்தினையும் நாம் கருத்தில் கொள்ள வேண்டும்.

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இம்முறையினை நன்கு விளக்ககலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1

A என்னும் புள்ளி படத்தளத்திற்கு (PP) 15மிமீ பின்புறமும் தரைதளத்திலிருந்து 10மிமீ மேலேயும் அமைந்துள்ளது. நிலைப்புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 25மிமீ முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திற்கு 20மிமீ மேலேயும் உள்ளது. அத்துடன் மையத்தளத்திற்கு வலப்புறமாக 10மிமீ தூரத்தில் உள்ளது. புள்ளியில் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.





படம் 15.4

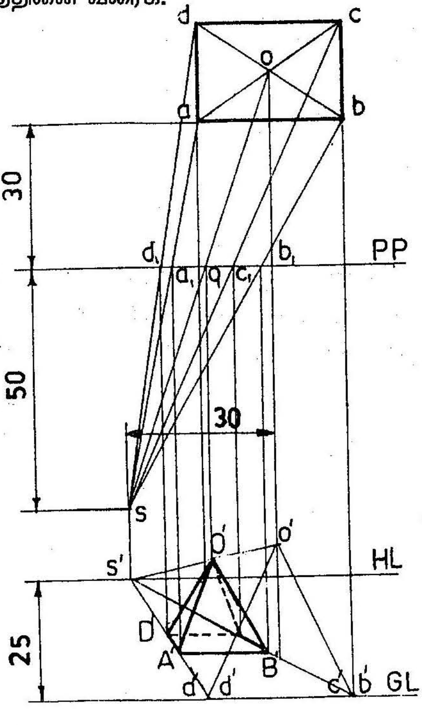
படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அமைப்பில் புள்ளியின் மேல்தோற்றமும் முன் தோற்றமுமே கையாளப்பட்டுள்ளன. பக்கவாட்டுத் தோற்றத்தைக் கையாளும் முறையை விட இம்முறை எளிதாக அமைகின்ற காரணத்தால், இம்முறையைக் கொண்டு விளக்கம் அளிக்கப்படுகின்றது.

முதலில் PP என்னும் படத்தளத்தின் மேல்தோற்றத்தை வரைந்து கொள்க. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியின் மேல் தோற்றமான aஐ PP என்னும் கோட்டிலிருந்து 15மிமீ தூரத்தில் பதிக்கவும். பிறகு PP என்னும் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக மற்றொரு கோடு வரைக. இக்கோடு புள்ளி a யிலிருந்து 10மிமீ தூரம் வலப்புறம் தள்ளி அமைய வேண்டும். இங்ஙனம் வரையப்பட்ட கோட்டில் நிலைப்புள்ளியின் (Station Point) மேல் தோற்றமான Sஐ PP என்னும் கோட்டிலிருந்து 25மிமீ தூரம் தள்ளி பதிக்க வேண்டும். இப்புள்ளி Sஐ aயுடன் இணைக்கும் கோடு PPஐ a_1 என்னும் புள்ளியில் வெட்டும்.

PP என்னும் கோட்டிலிருந்து ஏதாவது ஒரு தூரத்தில் தரைக்கோட்டினை GL வரைந்து கொள்க. கொடுக்கப்பட்ட புள்ளியின் முன்தோற்றமான a'ஐதரைக்கோட்டிலிருந்து படுக்கைக்கோடு HL ஒன்று வரைந்து கொண்டு அதில் நிலைப்புள்ளியில் முன்தோற்றமான s' ஐப் பதிக்கவும். இப்புள்ளியுடன் a'ஐ இணைத்தால் a's'என்னும் கோடு அமையும்புள்ளி a'யிலிருந்து வரையும் நிலைக்கோடு, இக்கோட்டினை A_1 என்னும் இடத்தில் வெட்டும். A_1 என்னும் இப்புள்ளியே கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி Aயின் நேரக்குத்தோற்றமாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2

ஒரு செவ்வகக் கூம்பகத்தின் அடிப்பாக அளவுகள் 30 x 20 மிமீ உயரம் 35மிமீ. இது படத்திலிருந்து 30மிமீ தூரம் பின்புறமாகத் தரைத்தளத்தின் மேல் அமைந்துள்ளது. கூம்பகத்தில் உச்சியிலிருந்து 30மிமீ தூரம் இடப்புறத்தில் மையத்தளம் அமைந்துள்ளது. படத்தளத்திலிருந்து 50மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும், தரைத்தளத்திலிருந்து 25மிமீ மேலேயும் நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின், கூம்பகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தினை வரைக.



படம் 15.5

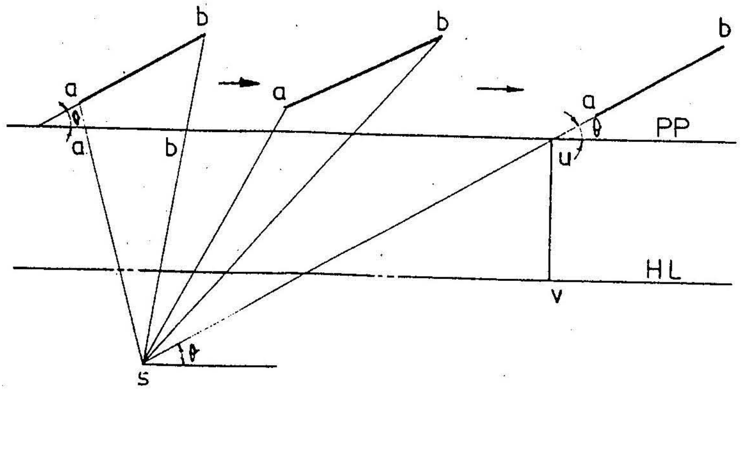
கூம்பகத்தின் முனைப்புள்ளிகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் தனித்தனியே நோக்குத் தோற்றத்தினை வரைந்து கொண்டு, அவற்றைச் சீராக இணைக்கும்பொழுது கூம்பகத்தின் நோக்குத்தோற்றம் அமைகிறது.

இவ்வெடுத்துக்காட்டில், தோற்றத்தின் வரைமுறை தானாகப் புரியும் என்னும் காரணத்தால் விளக்கம் தரப்படவில்லை.

15.6.2 மறைநிலைப்புள்ளி அமைப்புமுறை

மறைநிலைப்புள்ளி (Vanishing point) எனப் பெறும் இப்புள்ளி, தளப் புள்ளியிலிருந்து மிகத் தொலைவில் அமைந்துள்ள ஒரு கற்பனைப் புள்ளியாகும். முடிவின்றி நீள்கின்ற ஒன்றுக்கொன்று இணையான பல நிலைத்தளங்களில் அமைந்த வெவ்வேறு கிடைக்கோடுகள் இறுதியில் தொடுவானக் கோட்டில் ஒரு புள்ளியில் சந்திப்பதாகத் தோன்றும், இப்புள்ளியே மறைநிலைப் புள்ளி எனப்படும்.

இரயில் தண்டாவளத்தின் மேல் நின்று நாம் நோக்கும் பொழுது மிகத்தொலைவில் தண்டவாளங்கள் இரண்டும், ஒன்றை ஒன்று சந்தித்துக் கொள்வது போலத் தோன்றும். நம் கண் மட்டத்தில் படுக்கைத்தளத்தில் அமைந்திருப்பது போலத்தோன்றும், இப்புள்ளியினையே நாம் மறைநிலைப்புள்ளி என்று குறிக்கிறோம்.

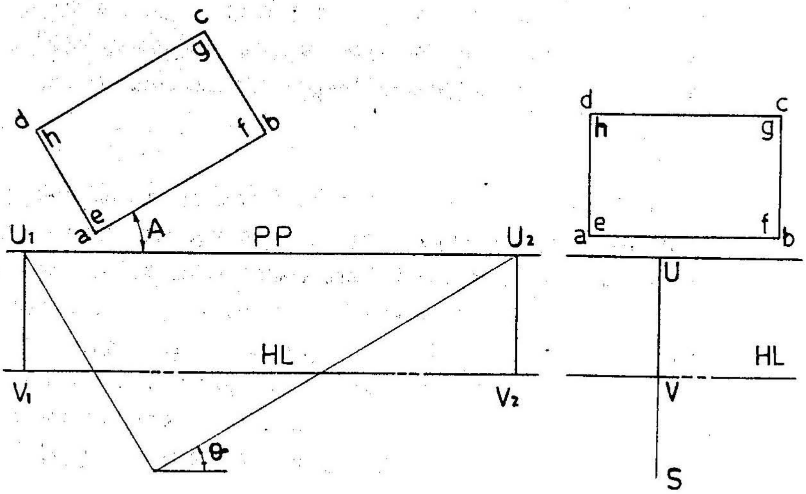


படம் 15.6

AB என்னும் கோட்டின் மேல் தோற்றமான ab படத்தளத்திற்கு θ கோணத்தில் சாய்வாகத் தரைத்தளத்தின் மீது அமைந்துள்ளது. (படம் 15.6) தளப்புள்ளி Sயிலிருந்து இதனை நோக்கும்பொழுது, PP யில் ab_1 என்று தோற்றம் அமைகிறது. முன்தோற்றத்தின் சாய்வுக்கோணமான θஐ மாற்றாமல், கோட்டினை இன்னும் சற்று வலப்புறமாக நகர்த்தினால், PP யில் தெரியும் தோற்றத்தின் அளவு குறைவாகத் தெரியும். மேலும் கோட்டினை வலப்புறம் நகர்த்தினால், தோற்றத்தின் அளவு பூச்சியமாகிவிடும். அதாவது கோட்டின் மேல் தோற்றமான abயும் அதன் வழியே செல்லும் ஒளிக்கதிரும் ஒரே நேர்கோட்டில் அமையும்பொழுது, தோற்றம் v என்னும் புள்ளியில் மறைந்துவிடுகிறது. v என்னும் இப்புள்ளியே மறைநிலைப்புள்ளியின் மேல் தோற்றமாகும். கொடுக்கப்பட்ட AB என்னும் கோட்டுக்கு மட்டுமன்று, இக்கோட்டுக்கு இணையான எந்த ஒரு கோட்டுக்கும் அவை எந்த நிலையில் அமைந்திருந்தாலும் இப்புள்ளியே மறைநிலைப்புள்ளியின் மேல் தோற்றமாகும். இப்புள்ளி vயில் இருந்து படுக்கைக் கோட்டுக்கு HL செங்குத்துக்கோடு வரைந்து மறைநிலைப்புள்ளியின் முன்தோற்றமான V யினைப் பெறலாம்.

எந்தவொரு கோட்டின் மேல் தோற்றத்திற்கும் நிலைப்புள்ளியில் மேல் தோற்றத்திலிருந்து ஓர் இணைகோடு வரையலாம். இங்ஙனம் வரையப்பட்ட இணைகோடு பொருள் தளத்தின் மேல் தோற்றமான PP ஐச் சந்திக்கும் புள்ளியே மறைநிலைப்புள்ளியின் மேல்தோற்றம் ஆகும். இப்புள்ளியிலிருந்து மறைநிலைப்புள்ளியின் முன் தோ ற்றத்தை மேற்கூறியவாறு பெறலாம்.

தரைத்தளத்தின் மீது அமைந்துள்ள ஒரு செவ்வகப் பட்டகத்தின் மேல்தோற்றமான abcd படம் 15.7 யில் காட்டப்பட்டுள்ளது. பட்டகத்தின் ஒரு பக்கமானது படத்தளத்துக்கு θ என்னும் கோணத்தில் சாய்ந்திருப்பதைக் காணலாம். அப்பக்கத்தின் மேல் தோற்றமான abயிற்கு இணையாக நிலைப்புள்ளி Sயில் இருந்து வரையும் கோட்டில் உதவியால், abயிற்கு மட்டுமல்லாமல் cd, ef, gh ஆகிய கோடுகளுக்கும் மறைநிலைப்புள்ளியைப் பெறலாம். இக்கோடு PP ஐ வெட்டும் புள்ளி v_2 யில் இருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு படுக்கைக் கோட்டினை (HL) V_2யில் வெட்டும், V_2 என்னும் இப்புள்ளியே மறைநிலைப்புள்ளியின்



படம் 15.7

முன்தோற்றமாகும். பட்டகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தின் AB,CD,EF,GH என்னும் ஓரங்கள் இப்புள்ளியில் வந்து குவியும். இதுபோலவே, AD,BC,EH, FH ஆகிய ஓரங்களும் V_1 என்னும் புள்ளியில் வந்து குவியும்.

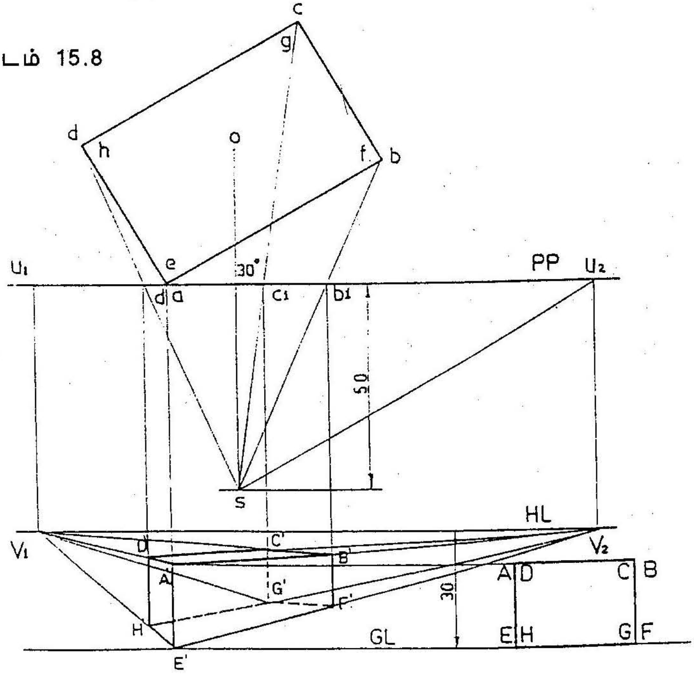
படத்தளத்திற்கு PP செங்குத்தாக உள்ள கோடுகளுக்குத் மறைநிலைப்புள்ளியினை எங்ஙனம் குறிப்பது எனக் காண்போம். நிலைப் புள்ளியில் மேல் தோற்றமான Sயில் இருந்து PP யிற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடு படுக்கைக்கோட்டினை (HL) V என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கும். இது இப்புள்ளியின் முன்தோற்றமாகவும் அமையும். எனவே AD,BC,EH,FG ஆகிய ஓரங்களின் நோக்குத் தோற்றக்கோடுகள் இப் புள்ளியில் வந்து குவியும்.

படத்தளத்திலிருந்து இணையாக உள்ள கோட்டுக்குத் மறைநிலைப்புள்ளி கிடையாது. ஏனெனில், இக்கோடுகள் எல்லையற்ற தூரத்திலுள்ள புள்ளியில் மறையும். அதாவது படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள கோடுகளின் நோக்குத்தோற்றம் செங்குத்தாகவும், இணையாகவும் உள்ள கோடுகளின் தோற்றம் கிடையாகவும் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 3

30x20x15 மிமீ அளவுகள் கொண்ட செவ்வகப் பட்டகம் ஒன்று தரைத் தளத்தின் மீது அமைந்துள்ளது. செங்குத்து ஓரங்களின் ஒன்று படத்தளத்தின் மீதும், அந்த ஓரத்தினை உள்ளடக்கிய நீண்ட பக்கம், படத்தளத்துக்கு 30^0 கோணத்தில் சாய்வாகவும் உள்ளது, படத்தளத்திலிருந்து 50மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 30மிமீ தூரம் உயரத்திலும் நிலைப்புள்ளி அமைந்துள்ளது. அத்துடன் நிலைப்புள்ளி பட்டகத்தின் மையம் வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்தின் மேலும் அமைந்துள்ளது. பட்டகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தினை வரைக.

படம் 15.8



படத்தளமான PP யின் மீது ஒரு முனை இருக்கும்படியாகப் பட்டகத்தின் மேல் தோற்றத்தை abcd வரைக. ab என்னும் நீள்மான பக்கம் PP யுடன் 30^0 கோணத்தில் இருக்கும்படியாகப் பார்த்துக் கொள்ள வேண்டும். abcd யின் மையத்தைக் o எனக் குறிக்கவும் நிலைப்புள்ளியின் மேல் தோற்றமான s யினை o வழியாகச் செல்லும் செங்குத்துக்கோட்டின் மேல் PP யில் இருந்து 50மிமீ தூரத்தில் குறிக்கவும். இப்புள்ளியுடன் bcd என்னும் முனைகளை இணைக்கவும். அக்கோடுகள் PP இவை முறையே bcd என்னும் புள்ளிகளில் வெட்டும்.

படத்தளத்திலிருநது PP ஏதாவது ஒரு தூரத்தில் தரைக் கோட்டினை G_1 வரைக. அதிலிருந்து 30மிமீ உயரத்தில் தொடுகோட்டினை வரைக.

S என்னும் புள்ளியிலிருந்து adயிற்கும் abயிற்கும் இணையாக வரையப்படும் கோடுகள் PPயினை v_1 உம் v_2 சந்திக்கும். இவ்விரு புள்ளிகளிலிருந்து HLயிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடுகள் V_1 V_2 என்னும் மறைநிலைப் புள்ளிகளைக் கொடுக்கும். AD,EH,BC,FG ஆகிய ஓரங்களின் தோற்றக் கோடுகள் V_1 என்னும் புள்ளியிலும் AB, CD, EF, GH ஆகிய ஓரங்களின் தோற்றக் கோடுகள் V_2 என்னும் புள்ளியிலும் குவியும். AE, BF, CG, DH ஆகிய ஓரங்களின் தோற்றம் செங்குத்தாகவே அமையும்.

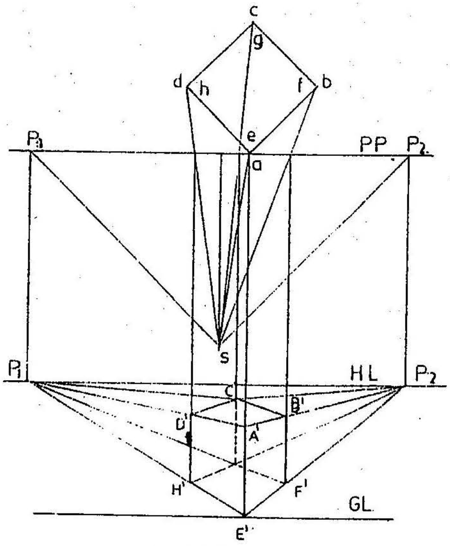
AE என்னும் ஓரம் படத்தளத்தின் மீதே அமைந்திருப்பதால், நோக்குத்தோற்றத்தில் அதன் உயரம் அதன் உண்மை அளவாகவே இருக்கும். அத்துடன் E என்னும் முனை தரைக்கோட்டின் மேலேயே அமையும். ஆகவே a என்னும் புள்ளியிலிருந்து வரையும் செங்குத்துக் கோடு GL ஐ E' என்னும் புள்ளியில் வெட்டும். A' என்னும் புள்ளியை A'E' = AE என்று இருக்கும்படியாக அமைக்கவும்.

V_1 V_2 ஆகிய புள்ளிகளை A'E' என்னும் புள்ளிகளுடன் இணைக்கவும். b_1 என்னும் புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு $A'V_2$ ஐ B' யிலும் $E'V_2$ ஐ F'யிலும் வெட்டும். இதுபோலவே d_1 என்னும் புள்ளியிலிருந்து செங்குத்துக்கோடு வரைந்து D'H' என்னும் புள்ளிகளைப் பெறலாம். B'F' என்னும் புள்ளிகளை V_1 உடலும் D'H' என்னும் புள்ளிகளை V_2யுடனும் இணைக்கவும். இக்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டிக்கொள்வதால், c'G' என்னும்

புள்ளிகள் கிடைக்கும். இப்புள்ளிகள் இரண்டும் c என்னும் புள்ளியிலிருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோட்டின் மேலே அமைந்திருப்பதைக் காணலாம். இங்ஙனம் பெறப்பட்ட முனைகளை ஒன்றுடன் ஒன்றை இணைத்தால் பட்டகத்தின் நோக்குத் தோற்றம் நமக்குக் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 4

25மிமீ பக்கமுள்ள சதுரம் ஒன்று தரைத்தளத்தின் மீது அமைந்துள்ளது. அதன் ஓரம் ஒன்று படத்தளத்தின் மீதும், அவ்வோரத்தைக் கொண்ட இரு பக்கங்களும் படத்தளத்திற்கு 45^0 கோண அளவில் சாய்வாகவும அமைந்துள்ளன. படத்தளத்திலிருந்து 50மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 35மிமீ உயரத்திலும் நிலைப்புள்ளி கனசதுரத்தின் மையம் வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்திலிருந்து 10மிமீ தூரம் இடப்பக்கத்திலுல் அமைந்துள்ளது. கனசதுரத்தின் நோக்குத்தோற்றத்தினை வரைக.

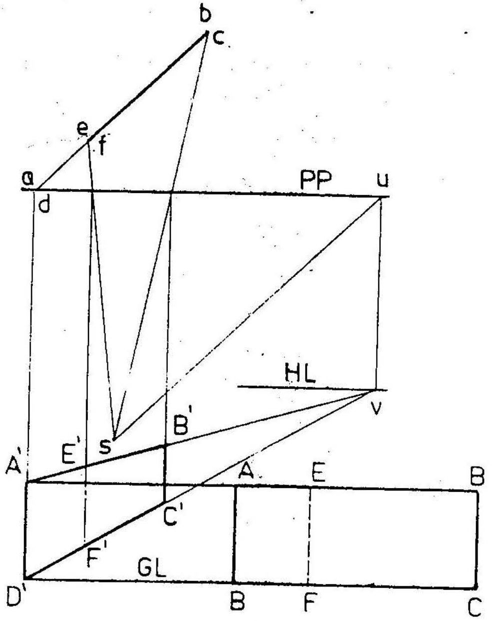


படம் 15.9

கோண அளவு 45^0 ஆக இருப்பதால் $P_1c' = P2c' = sc = 50$ மிமீ எடுத்துக்காட்டு 3யில் அமைந்துள்ளது போலவே தாள் தன் வரைமுறையும் அமைவதால் நோக்குத் தோற்றத்தை எளிதில் பெறலாம்.

15.7 கோட்டின் உயரத்தை அமைத்தல்

ஒரு கோடு படத்தளத்தின் மீது அமைந்திருப்பின் நோக்குத் தோற்றத்தில் அதன் உயரம், கோட்டின் உண்மையான அளவுடன் இருக்கும். படத்தளத்திற்குப் பின் புறம் அமைந்திருந்தால், தோற்றத்தில் அதன் உயரம் குறைந்தே காணப்படும். அந்நிலையில் குறைவாகத் தெரியும் உயரத்தை எங்ஙனம் அறிதல் எனக் காண்போம்.



படம் 15.10

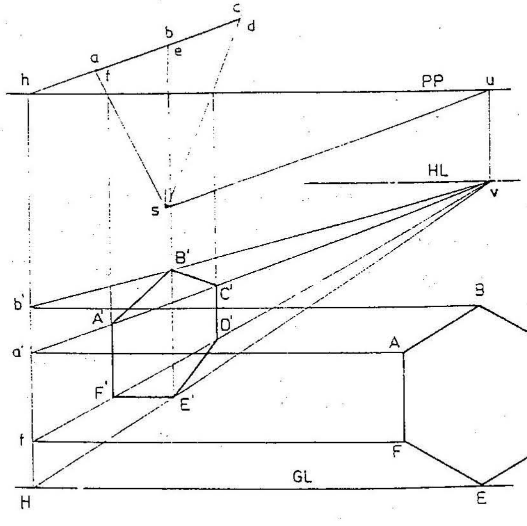
ABCD என்னும் செங்குத்தாக உள்ள சதுர அட்டையின் தோற்றம் abcd என்று காட்டப்பட்டுள்ளது. (படம் 15.10). படத்தளத்திற்கு சாய்வாக உள்ள இவ்வட்டையின் ஓரம் AD படத்தளத்தில் மீது அமைந்துள்ளது.

A'B'C'D' என்பது கொடுக்கப்பட்ட அட்டையின் நோக்குத் தோற்றம் ஆகும். இத்தோற்றத்தில் A'D' அதன் உண்மையான அளவுடனும். B'C' அளவில் குறைவாகவும் அமைந்துள்ளது. புள்ளி aயில் இருந்து வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோட்டின் மீது A'D' என்னும் ஓரம் அமைந்துள்ளது. இப்புள்ளிகளை Vயுடன் இணைத்து, B'C' என்னும் ஓரம் பெறப்பட்டுள்ளது.

ABCD என்னும் செவ்வக அட்டையினுள் அமைந்த EBCF என்னும் சிறு செவ்வகத்தை எடுத்துக்கொள்க. E'B'C'F' என்பது அதன் நோக்குத்தோற்றமாகும். அதில் E'F' என்பது AD அல்லது EFஐ விட அளவில் குறைவாக உள்ளது. இது A'D' என்னும் கோட்டின் உதவிகொண்டு பெறப்பட்டது. E'F' என்னும் தோற்றத்தின் உண்மையான உயரம் EF=AD ஆகும். ஏதாவது ஒன்றுக்கு உண்மையான உயரத்தைக் கணக்கிட வேண்டுமாயின் அதனை aD'யிற்கு நீட்டிவிட வேண்டும். எனவே aD' என்னும் கோடு அளவுக்கோடு p என்று குறிக்கப்படுகிறது. EBCF என்பது கொடுக்கப்பட்ட அட்டை எனக் கொண்டால், அதனை cb வழியாக படத்தளத்தினைச் சந்திக்கும் வரை நீட்டும்பொழுது EFயின் உண்மையான உயரம் நமக்குக் கிடைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 5

25மிமீ பக்கங்கொண்ட ABCDEF என்னும் அறுகோணம் தரையில் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. அதன் மேல் தோற்றம் படத்தளத்திற்குப் பின்புறம் அமைந்துள்ளது. படம் 15.11இல் இதன் அமைப்புத் தரப்பட்டுள்ளது. இந்நிலையில் அறுகோணத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.



படம் 15.11

கொடுக்கப்பட்ட நிலையில், எப்புள்ளியும் படத்தளத்தின் மீது அமைந்திருக்கவில்லை. எனவே நோக்குத்தோற்றத்தில் அமைத்துக்கோடுகளும் அளவில் குறைந்தே காணப்படும்.

அளவுக் கோட்டினை அமைக்க, ca என்னும் கோட்டினை PP யினைச் சந்திக்கும்படி நீட்டிவிடவும். h என்னும் புள்ளியில் சந்திக்கிறதல்லவா? அப்புள்ளியிலிருந்து தரைக்கோட்டிற்கு GL வரையும் செங்குத்துக் கோடே hH அளவு கோடு ஆகும். இதுவே அறுகோணத்திலுள்ள எல்லாப் புள்ளிகளுக்கும் அளவு கோலாக அமையும்.

பின்னர் மறைநிலைப்புள்ளியை முன்புபோல அமைத்து அறுகோணத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தைப் பெறலாம். A'B'C'D'E'F' என்பதே நோக்குத் தோற்றமாகும்.

15.8 வட்டங்களின் நோக்குத்தோற்றம்

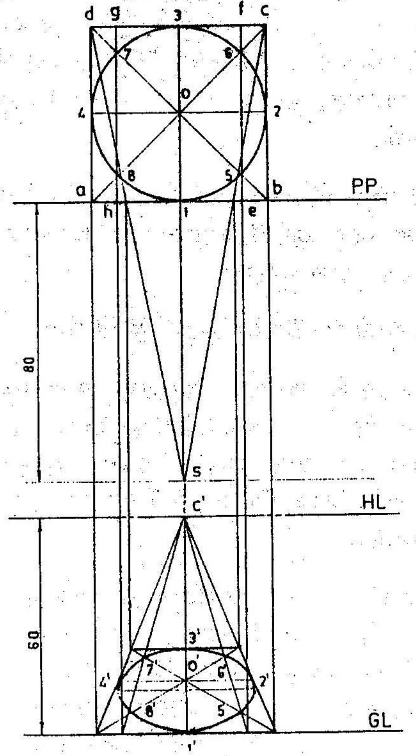
படத்தளத்தின் மீதோ, அதற்கு இணையாகவோ ஒரு வட்டம் செங்குத்தாக அமைந்திருப்பின், அவ்வட்டத்தின் நோக்குத் தோற்றம் ஒரு வட்டமாகவே அமையும். ஆனால் மற்ற நிலையில் வட்டத்தின் நோக்குத் தோற்றம் ஒரு நீள் வளையம் போலக் காணப்பெறும்.

கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தை ஒரு சதுரத்தில் உள்ளடக்கி, வட்டம் சதுரத்தைத் தொடும் நான்கு புள்ளிகளைக் குறிக்கவும். பிறகு, சதுரத்திற்கு வரையப்படும் மூலைவிட்டங்கள் வட்டத்தை வெட்டும்பொழுது உண்டாகும் புள்ளிகள் நான்கினையும் எடுத்துக் கொள்க. இங்ஙனம் பெறப்படும் எட்டுப்புள்ளிகளுக்கும் நோக்குத் தோற்றத்தினை அமைத்து, அவற்றை ஒன்றுடன் ஒன்றை இணைத்தால், கொடுக்கப்பட்ட வட்டத்தின் நோக்குத் தோற்றத்திற்கான நீள் வளையம் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 6

50மிமீ விட்டம் கொண்ட வட்டம் ஒன்று படத்தளத்தினைத் தொட்டுக் கொண்டு, தரையின் மீது அமைந்துள்ளது. படத்தளத்திலிருந்து 80மிமீ முன்புறமும் தரைத்தளத்திலிருந்து

60மிமீ உயரத்திலும் நிலைப்புள்ளி அமைந்துள்ளது. அத்துடன் வட்டத்தின் மையம் வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்தின் மீது நிலைப்புள்ளி அமைந்துள்ளது. இந்நிலையில் வட்டத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.



படம் 15.12

Oஐ மையமாகக் கொண்டு வரையப்பட்ட வட்டத்தைச் சுற்றி ஒரு சதுரம் அமைக்கவும். abcd என்பது சதுரத்தின் மேல் தோற்றம் ஆகும். அத்துடன் abஐப் படத்தளம் PP யின் மேல் அமைத்தல் வேண்டும். இரு மூலைவிட்டங்கள் வரைந்து அவை வட்டத்தை வெட்டுவதால் நான்கு புள்ளியினைப் பெறுக. இப்பொழுது வட்டத்தின் மேல் உள்ள எட்டுப்புள்ளிகளுக்கும் 1,2 ....8 என்று பெயரிடுக. adயிற்கு இணையாக, ef, gh என இரு கோடுகளையும் வரைக.

முன்பு வரைந்தது போல, GL, HL என்னும் கோடுகளையும் O', S என்னும் புள்ளிகளையும் அமைத்து, S யில் இருந்து செங்குத்துக் கோடு வரைந்து O'Sயின் மீது C' என்னும் பார்வை மையத்தைப் பதிக்கவும். இப்புள்ளியை நோக்கியே அனைத்துப் புள்ளிகளும் குவியும். ஊரத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தையும், மையப்புள்ளியான Oஐ வரைந்து கொண்டு, புள்ளிகள் 1,2,3...............8 என்னும் எட்டுப்புள்ளிகளையும் பெறுக. இவ்வெட்டுப் புள்ளிகளையும் இணைத்தால், வட்டத்தின் நோக்குத் தோற்றமான நீள்வளையம் அமையும்.

பயிற்சி 15

1. 40மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோடு தரைத்தளத்திற்கு மேலே 15மிமீ உயரத்திலும் அதற்கு இணையாகவும் அமைந்துள்ளது. A என்னும் முனை, படத்தளத்திலிருந்து 20மிமீ பின்புறமும் கோடு படத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவில் சாய்ந்தும் உள்ளது. நிலைப்புள்ளி தரைத்தளத்திலிருந்து 40மிமீ உயரத்திலும் படத்தளத்திலிருந்து 50மிமீ முன்புறமாகவும் அமைந்துள்ளது. அத்துடன், AB யின் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்தின் மீதும் நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின், கோட்டின் நோக்குத்தோற்றத்தை வரைக.

2. 30மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோடு படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளது. அதன் முனையான A படத்தளத்திலிருந்து 10மிமீ பின்புறமாகத் தரைத் தளத்திலிருந்து 5மிமீ உயரத்தில் அமைந்துள்ளது. நிலைப்புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 40மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 30மிமீ உயரத்திலும் மையத்தளத்தின் மீது அமைந்துள்ளது. மையத்தளம் கொடுக்கப்பட்ட கோட்டிற்கு வலப்புறமாக 20மிமீ தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. கோட்டின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

3. 30மிமீ நீளமுள்ள AB என்னும் கோடு படத்தளத்திற்கும் தரைத்தளத்திற்கும் இணையாக உள்ளது. அக்கோடு தரைத்தளத்திலிருந்து 5மிமீ உயரத்திலும்

படத்தளத்திலிருந்து 15மிமீ பின்புறமும் அமைந்துள்ளது. நிலைப்புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 40மிமீ முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 30மிமீ உயரத்திலும் உள்ளது. முனையிலிருந்து 15மிமீ இடப்புறம் அமைந்துள்ள மையக்கோணத்தின் மீது நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின், கோட்டின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

4. 30 x 20 மிமீ அளவுகள் கொண்ட ABCD என்னும் செவ்வக அட்டை ஒன்று தரைத்தளத்திற்கு இணையாக 10மிமீ உயரத்தில் உள்ளது. AB என்னும் பக்கம் படத்தளத்திற்கு 60^0 கோண அளவில் சாய்வாக உள்ளது. நிலைப் புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 60 மிமீ முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 40 மிமீ உயரத்திலும் அமைந்துள்ளது. அத்துடன் முனை A வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்தின் மீது நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின் அட்டையின் நோக்குத்தோற்றத்தை வரைக.

5. 100 x 100 x 120 மிமீ அளவுகள் கொண்ட சதுரக்கூம்பகம் ஒன்று தரைத்தளத்தில் அமைந்துள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கம் படத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 30மிமீ தூரத்தில் அதற்கு இணையாக அமைந்துள்ளது. நிலைப்புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 30மிமீ தூரத்திலும், தரைத்தளத்திற்கு மேலே 50மிமீ தூரத்திலும், கூம்பகத்தின் உச்சிக்கு வலப்புறமாக 20மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. இந்நிலையில் கூம்பகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

6. 25மிமீ பக்கமும் 75மிமீ உயரமும் கொண்ட அறுகோணப்பட்டகம் ஒன்று தரையில் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. மிக அருகில் உள்ள ஓரம் பார்ப்பவரின் கண்களிலிருந்து 10மிமீ இடப்பக்கமாகவும் படத்தளத்திற்கு பின்புறம் 15மிமீ இடப்பக்கமாகவும் படத்தளத்திற்குப் பின்புறம் 15மிமீ தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது. இந்த ஓரத்துடன் கூடிய பக்கம் படத்தளத்துக்கு 45^0 கோணத்தில் சாய்வாக உள்ளது. படத்தளத்திலிருந்து 150மிமீ தூரத்திலுள்ள கண், தரையிலிருந்து 30மிமீ உயரத்திலுள்ளதெனில், பட்டகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

7. 25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணக் கூம்பகம் ஒன்று தரையில் செங்குத்தாக அமைந்துள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஒரு பக்கம் படத்தளத்திற்கு இணையாகவும் 5மிமீ தூரம் பின்புறமாகவும் உள்ளது. நிலைப்புள்ளி, படத்தளத்திலிருந்து 60மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும், தரையிலிருந்து 60மிமீ உயரத்திலும் கூம்பகத்தின் மையக்கோட்டிலிருந்து 20மிமீ தூரம் வலப்புறமாகவும் அமைந்துள்ளது. கூம்பகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

8. 25மிமீ பக்கமும் 50மிமீ உயரமும் கொண்ட ஐங்கோணப் பட்டகம் ஒன்று அதன் செவ்வகப்பக்கங்களில் ஒன்று தரையிலுறையும்படியாக அமைந்துள்ளது. அதன் அச்சுக்கோடு படத்தளத்திற்கு 30^0 கோணஅளவில் சாய்ந்தும், அடிப்பாகத்தின் ஒரு முனை படத்தளத்தினைத் தொட்டுக் கொண்டும் உள்ளது. நிலைப்புள்ளி, படத்தளத்திலிருந்து 65 மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும் அச்சுக்கோட்டின் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் மையத்தளத்தின் மீதும் அமைந்துள்ளது. கிடையாக உள்ள பட்டகத்தின் உயர்ந்த அளவாக உயரத்தின் அளவில் நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின், பட்டகத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

9. ஓர் அறுகோணக் கூம்பகத்தின் அடிக்கண் (அடிப்பக்க அளவு 25மிமீ மேல் பக்க அளவு 15மிமீ உயரம் 40மிமீ), செங்குத்தாகத் தரையில் அமைந்துள்ளது. அடிப்பாகத்தின் ஒரு முனை படத்தளத்தினைத் தொட்டுக்கொண்டும் அதன் ஓரங்களில் ஒன்று படத்தளத்திற்கு 30^0 கோண அளவில் சாய்வாகவும் உள்ளது. நிலைப்புள்ளி படத்தளத்திலிருந்து 65 மிமீ தூரம் முன்புறமாகவும் தரைத்தளத்திலிருந்து 60மிமீ உயரத்திலும் அமைந்துள்ளது. கூம்பகத்தின் மையத்திலிருந்து 25மிமீ தூரம் இடப்புறமாக அமைந்துள்ள மையத்தளத்தில் நிலைப்புள்ளி அமைந்திருப்பின், அடிக்கண்டத்தின் நோக்குத் தோற்றத்தை வரைக.

10. 60மிமீ விட்டமும் 80மிமீ உயரமும் கொண்ட ஒரு உருளையின் அச்சுக்கோடு படத்தளத்திற்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் படியாகவும் ஒரு பக்கம் படத்தளத்தினைத் தொட்டுக் கொண்டும் அமைந்துள்ளது. நிலைப்புள்ளி உருளையின் அச்சுக் கோட்டிலிருந்து இடப்புறமாக 50மிமீ தூரத்திலும் படத்தளத்திற்கு முன்புறமாக 60மிமீ தூரத்திலும் தரையிலிருந்து 70மிமீ உயரத்திலும் அமைந்திருந்தால், உருளையின் நோக்குத் தோற்றத்தினை வரைக.

16. வரைபடங்கள்

(GRAPHS AND CHARTS)

16.1 வரைபடங்கள்

ஆய்வுக்கூடங்களில் பெறப்படும் முடிவுகளையும் சமனன்பாடுகளையும், புள்ளி விவர விளக்கங்களையும் ஆராய்ச்சிக் கட்டுரைகளாகவோ, பட்டியல்களாகவோ தருவதைக் காட்டிலும் வரைபடங்களில் அமைத்துக் காட்டுதல் எளிதாக இருக்கும். அத்துடன் ஒரு சாதாரண மனிதன் கூட அவற்றை எளிதில் புரிந்து கொள்ளலாம்.

ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பு கொண்ட இரு உறுப்புகளில் ஒன்று தனித்தியங்கும் தன்மை (Independant variable) கொண்டிருப்பின், மற்றொன்று தனித்தியங்கும் உறுப்பினைத் சார்ந்து இயங்கும் (Dependant variable) உறுப்பாகும். எடுத்துக்காட்டாக $y = 4x+5$ என்னும் சமன்பாட்டில், x என்பது தனித்தியங்கும் உறுப்பு எனில் y என்பது xஐச் சார்ந்து இயங்கும் உறுப்பாகும். இச்சமன்பாட்டை வரைபடத்தில் காட்டும்பொழுது, ஒரு நேர்கோடாக அமையும். இச் சமன்பாட்டினைப் போலவே பல்வேறு சமன்பாடுகளையும் பட்டியல்களையும் செய்திவிளக்கங்களையும் வரைந்து காண்போர்க்கு எளிதில் புரிய வைக்கலாம்.

பொதுவாக வரைபடங்களை, சமன்பாட்டு வரைபடங்கள் எனவும் விளக்க வரைபடங்கள் எனவும் பிரிக்கலாம். இரண்டுக்கும் அதிக வேறுபாடு இல்லையெனினும், சமன்பாட்டு வரைபடங்களில் ஒரு சமன்பாட்டினை வரைபடங்களில் வரைந்து விளக்கம் தருவது வழக்கமாக உள்ளது. ஆனால் விளக்க வரைபடங்களில் ஒரு செய்தியை விளக்கத்தை அல்லது புள்ளி விவரத்தை வரைந்து காட்டுவது

வழக்கமாகக் கொள்ளப்படுகிறது. நோயாளியின் உடல் வெப்பத்தை ஒவ்வொரு நாளும் குறித்து விளக்கம் தருவதை இம்முறைக்கு எடுத்துக்காட்டாகக் கொள்ளலாம். ஆனால் வரைபடங்களை மேற்குறிப்பிட்ட இரு பொதுப்பிரிவுகளாகப் பிரிக்காமல் கீழ்க்கண்டவாறு பிரிந்து அவற்றைப் பற்றி ஆராய்வோம்.

16.2 வரைபடங்களின் பிரிவுகள்

1) நேரளவு வரைபடங்கள்
(Linear graphs)

2) மடக்கையினை ஓரச்சில் கொண்ட வரைபடங்கள்
(Semi logarithmic graphs)

3) மடக்கையினை ஈரச்சிலும் கொண்ட வரைபடங்கள்
(Log-log graphs)

4) பட்டைக்குறி வரைபடங்கள்
(Bar charts)

5) விழுக்காடு கொண்ட வட்ட வரைபடங்கள்
(Pie charts)

6) விழுக்காடு கொண்ட பட்டை வரைபடங்கள்
(Percentage bar charts)

7) துருவ வடிவுள்ள வரைபடங்கள்
(Polar charts)

8) மூவச்சு வரைபடங்கள்
(Trilinear charts)

16.3 நேரளவு வரைபடங்கள் (Linear graphs)

கிடைஅச்சும் (X-Axis) நிலைஅச்சும் (Y-Axis) கொண்ட செவ்வக வடிவிலான வரைபடங்களை நேரளவு வரைபடங்கள் என்று கூறுகிறோம். இதன் அச்சுகளில் காணப்படும் அளவுகள்

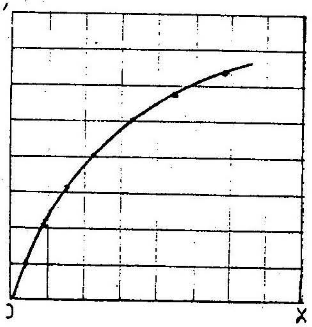
ஒரே சீரான இடைவெளி கொண்டவையாகக் காணப்படும். அளவுகள் ஒரே சீராக அமைந்திருப்பதால், இவ்வரைபடங்கள் வரைபவர்களுக்கும்,படிப்பவர்களுக்கும் எளிதாக உள்ளன. இவ்வரைபடங்களில் குறிக்கப்பெறும் புள்ளிகளை, நேர் கோடுகளாகவோ, வளை கோடுகளாகவோ இணைக்கலாம். நேர்கோடுகளைத் தொடர்கோடுகளாகவும், விடுபடட கோடுகளாகவும் அமைக்கலாம்.

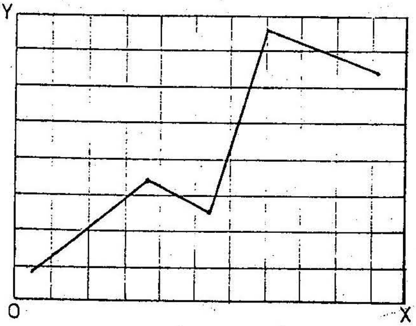
சென்டிமீட்டர், அங்குலம் போன்ற அளவுகளை ஈரச்சுகளிலும் அச்சடிக்கப்பட்ட வரைதாள்கள் கடைகளில் கிடைக்கின்றன.

கிடை அச்சு, நிலை அச்சு ஆகிய இரு அச்சுகளிலும் வரைபட உறுப்புகளை எங்ஙனம் தேர்ந்தெடுக்கவேண்டும் என்பதைக் காணலாம். வழக்கமாகத் தனித்தியங்கும் உறுப்புகளைக் கிடை அச்சிலும், சார்ந்திருக்கும் உறுப்புகளை நிலை அச்சிலும் கொள்வர். எடுத்துக்காட்டாக உள் எரி எந்திரம் ஒன்று (Engine) அதன் சக்திக்கேற்ப (Horse power) எத்துணை அளவு பெட்ரோல் உட்கொள்கிறது என்பதை வரைபடத்தில் காட்ட வேண்டுமானால், எந்திரத்தின் குதிரை சக்தியைக் கிடை அச்சிலும், எரி எண்ணையின் அளவை நிலை அச்சிலும் கொள்ள வேண்டும்.

ஆண்டுவாரியாக ஒரு நாட்டின் மக்கள் தொகையைக் காட்டவேண்டுமானால், வரைபடத்தில் கிடை அச்சில் ஆண்டுகளையும் நிலை அச்சில் மக்கள்தொகையையும் காட்ட வேண்டும்.

ஒரு சமன்பாட்டின் உறுப்புகளுக்கிடையே உள்ள தொடர்பினைக் காட்டுவதற்கு, வரைபடத்திலுள்ள புள்ளிகளைத் தொடர்கோடாக அமைதல் வேண்டும். மாறாக, இரு உறுப்புகள் எந்தவிதக் கட்டுப்பாட்டுக்கும் உள்ளாகாமல் இருந்தால், அடுத்தடுத்து அமையும் புள்ளிகளுள் ஒன்றுடன் ஒன்றினை நேர்கோட்டால் இணைத்தல் வேண்டும்.





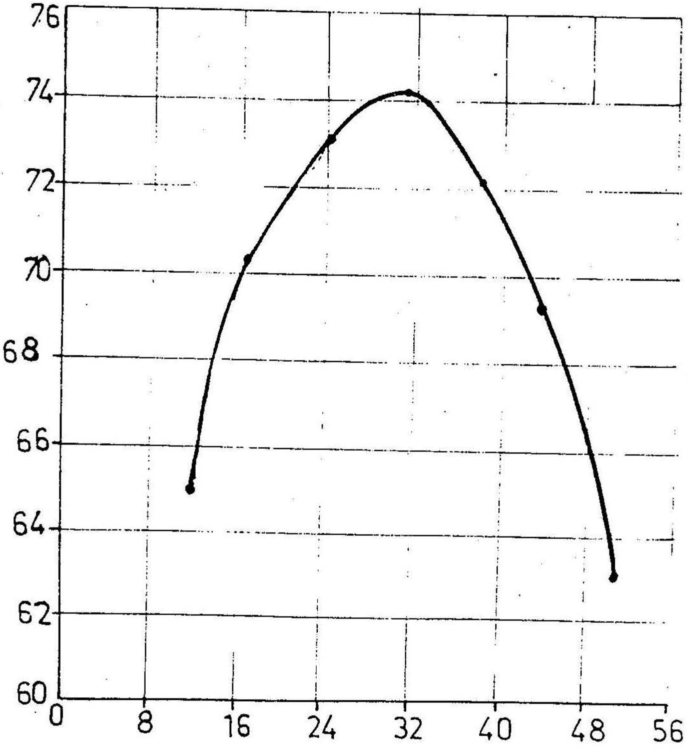
படம் 16.1

எடுத்துக்காட்டு 1

நீர் இறைக்கும் ஓர் எந்திரத்தின் நீரை வெளித்தள்ளும் அளவுக்கும் (Discharge) அதன் திறன்பாட்டுக்கும் (Efficiency) உள்ள தொடர்பு பட்டியலாகத்தரப்பட்டுள்ளது. அதனை நேரளவு வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

வெளித்தள்ளும் அளவு (நொடிக்குப் படியளவில்)	12.5	18.8	25.0	31.3	37.5	44.0	50
திறன்பாடு (விழுக்காட்டில்)	65%	70%	73%	74%	72%	69%	62%

நீரை வெளித்தள்ளும் அளவு, திறன்பாடு ஆகிய இரண்டு உறுப்புகளில் நீரை வெளித்தள்ளும் அளவுக்கேற்ப எந்திரத்தின் திறன்பாடு மாறுகிறது. எனவே தள்ளும் அளவினைக் கிடை அச்சிலும், எந்திரத்தின் திறன்பாட்டினை நிலை அச்சிலும் கொண்டு வரைபடத்தை வரையலாம்.



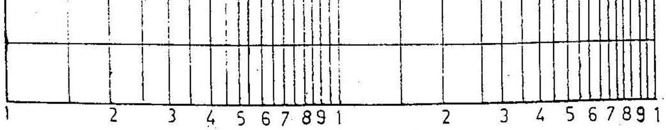
படம் 16.2

16.4 மடக்கையினை ஓரத்தில் கொண்ட வரைபடங்கள்

$y = 25 \times 10^{5x}$ என்னும் சமன்பாட்டினை வரைபடத்தில் விளக்க வேண்டுமெனில், நேரளவு வரைபடம் பயனளிக்காது. இச்சமன்பாட்டை மடக்கை அளவில் மாற்றினால், $\log y = \log 25+8x$ என்று கிடைக்கிறது. மாற்றியமைக்கப்பட்ட சமன்பாடு $y = mx+c$ என்னும் சமன்பாடு போல் அமைந்திருப்பதால், இதனை x என்னும் உறுப்பினை நேரளவு கொண்ட

அச்சிலும் log y என்னும் உறுப்பினை மடக்கையினைக் கொண்ட மற்றோர் அச்சிலும் அமைத்து வரைபடத்தை வரையலாம். இம்மாதிரியான சமன்பாடுகளை வரைடத்தில் காட்ட மடக்கையினை ஓரச்சில் கொண்ட வரைதாள்கள் தேவைப்படுகின்றன.

மேற்குறிப்பிட்ட வரைதாள்கள் அதன் ஈரச்சுகளில் ஏதேனும் ஒன்று நேரளவினைக் கொண்டும், மற்றது மடக்கையினைக் கொண்டும் அமைந்திருக்கும். மடக்கையினைக் கொண்டுள்ள அச்சில் காணப்படும் அளவுகள் ஒரே சீரான இடைவெளி கொண்டிரா. அவை மடக்கை அளவுகளுக்கு வரையப்பட்டிருக்கும். எண் ஒன்றின் மடக்கை பூச்சியமாகவும், எண் இரண்டின் மடக்கை 0.3010 ஆகவும் மூன்றின் மடக்கை 0.4771 ஆகவும் இருப்பதால், இரு எண்களுக்கு இடையிலுள்ள இடைவெளி குறுகிக் கொண்டே போவதை அறிகிறோம்.



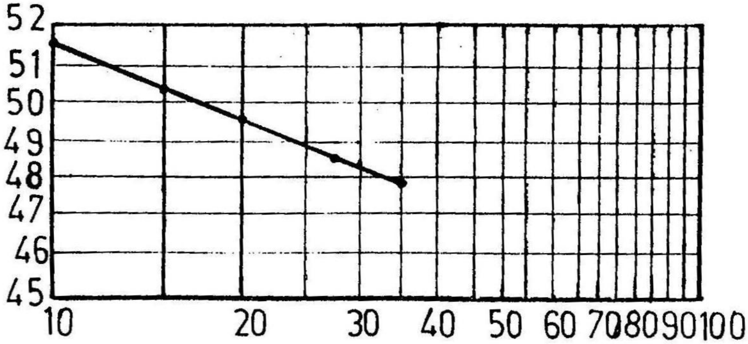
படம் 16.3

மடக்கை அளவுகள் 1,2,3.....9,1 என்று அமைந்த பிறகும் 1,2.....9,1 என்று மறுபடியும் அமைந்திருக்கும். இது போலவே மூன்று நான்கு தடவைகள் கூட அமைக்கப் படுவதுண்டு. அளவுகள் 1,2 .....9 என்பனவற்றை ஒன்றிலிருந்து பத்து வரையிலுமோ, நூறிலிருந்து ஆயிரம் வரையிலுமோ, ஆயிரத்திலிருந்து பத்தாயிரம் வரையிலுமோ கொள்ளலாம். மேலும் 0.1யிலிருந்து 1 வரை அல்லது 0.01 யிலிருந்து 0.1 வரை போன்ற அளவுகளையும் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2

நீர்கலந்த கலவையினை அடிக்கும் அடிகளைப் (Blows) பொறுத்து நீர்க்கசிவு ஏற்பட்டு, நீரின் அளவு குறைந்து கொண்டே போகும். அடிகள் – நீரின் அளவு ஆகிய இரண்டுக்குமுள்ள தொடர்பு பட்டியலாகத் தரப்பட்டுள்ளது. அதனை மடக்கையினை ஓரச்சில் கொண்ட வரைதாளில் வரைந்து காட்டுக. (அடிக்கப்படும் அடியினை மடக்கை அச்சில் கொள்க)

அடிகளின் எண்ணிக்கை	10	15	20	27	35
நீரில் அளவு (விழுக்காட்டில்)	51.5	50.5	49.6	48.6	47.8

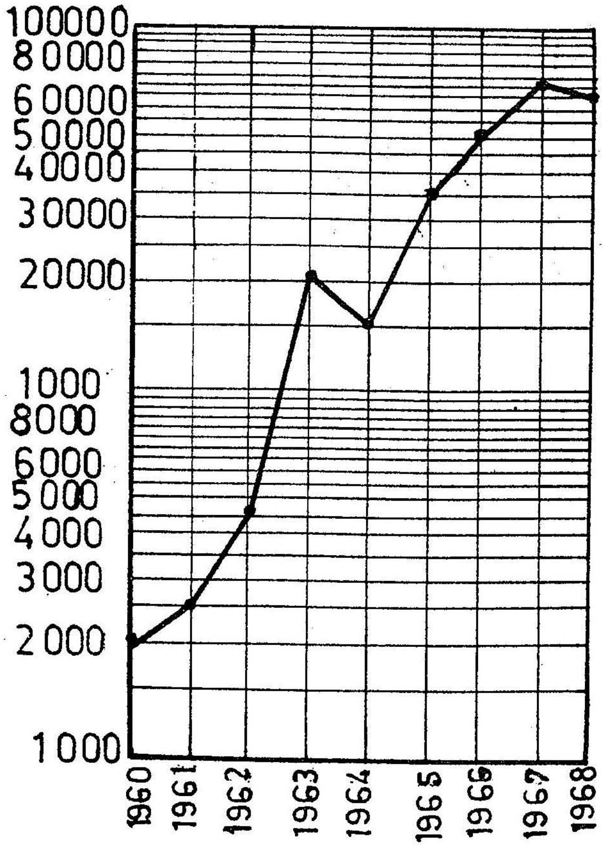


படம் 16.4

எடுத்துக்காட்டு 3

ஆண்டுவாரியாக மக்கள் பதிவு செய்த அளவினைக் கீழ்க்காணும் பட்டியல் தருகிறது. இதனை மடக்கையின் ஓரச்சில் கொண்ட வரைதாளில் வரைந்து காட்டுக.

ஆண்டு	1950	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968
பதிவு	2000	2500	4500	20000	15000	35000	50000	70000	65000



படம் 16.5

16.5 மடக்கையினை ஈரச்சிலும் கொண்ட வரைபடங்கள் (Log-Log graphs)

இவ்வரைபடங்களின் இரு அச்சுகளுமே மடக்கை அளவினைக் கொண்டவையாக இருக்கும். ஆனால் இரு அச்சுகளிலுமுள்ள அளவுகள் சீரான இடைவெளி கொண்டவையாக இராது. பொறியியல் ஆய்வுகளில் பெறப்படும் சிக்கலான சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதற்கு இத்தகைய வரைபடங்கள் உதவுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக $y = 25x^3$ என்னும் சமன்பாட்டிற்கு மடக்கையை எடுத்தால்,

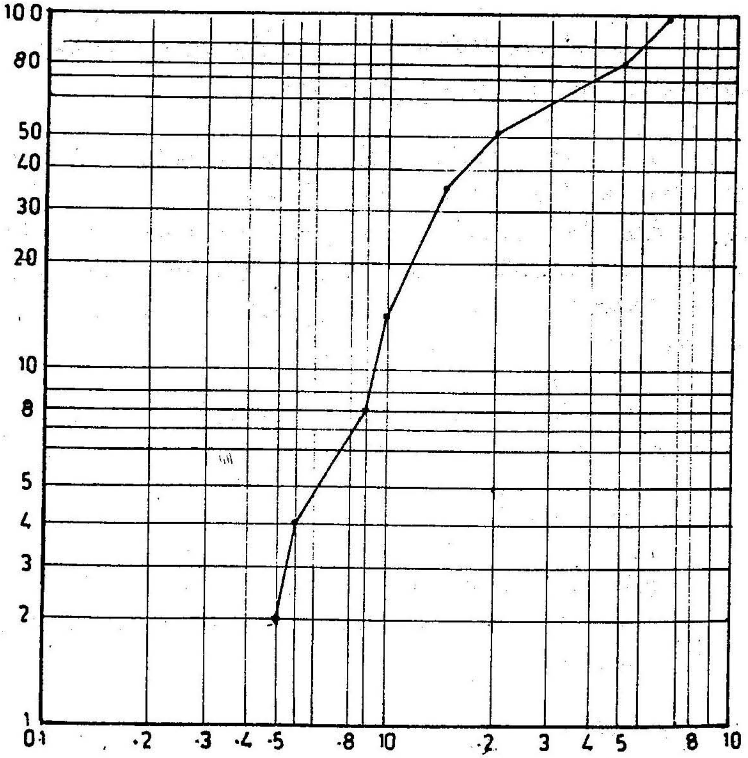
$$\log y = \log 25 + 3 \log x$$

இச்சமன்பாடு $y = mx + c$ என்னும் சமன்பாட்டினை ஒத்துள்ளதால், இதனை மேற்குறிப்பிட்ட வரைதாளில் அமைக்கும் பொழுது ஒரு நேர்கோடு உருவாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 4

ஒரு சிறுவன் ஓடிய தூரத்திற்கு அவன் எடுத்துக்கொண்ட கால அளவினைக் கீழ்க்கண்ட பட்டியல்தருகிறது. இதனை ஈரச்சுகளிலும் மடக்கையினைக் கொண்டே வரைதாளில் வரைந்து காட்டுக.

ஓடிய தூரம் (மீட்டரில்)	2	4	8	15	35	50	80	100
நேரம் (நொடியில்)	0.5	0.6	0.9	1.0	1.5	2.0	5.0	7.5



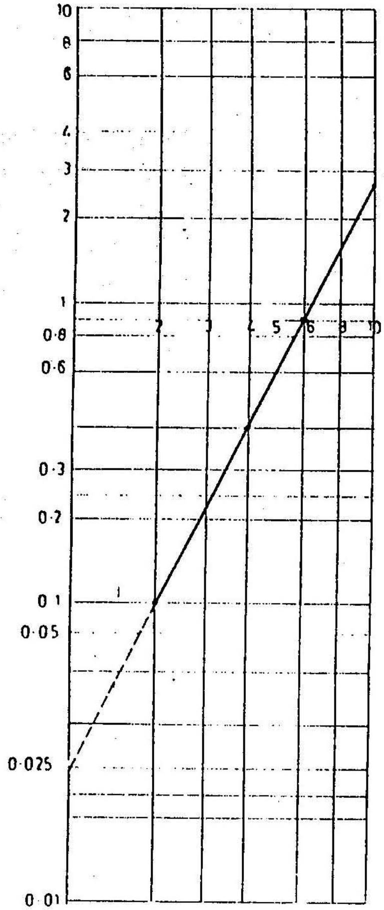
படம் 16.6

எடுத்துக்காட்டு 5

$A = K B^n$ என்னும் சமன்பாட்டில் A,B ஆகிய இரு உறுப்புகளின் அளவுகள்கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. வரைபடம் வரைந்து K,n ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடி.

A	0.1	0.4	0.9	1.6	2.5
B	2	4	6	8	10

$A=k\ B^n$ என்னும் சமன்பாட்டிற்கு மடக்கை எடுத்தால், $\log A = \log k + n \log B$ என்னும் வேறொரு சமன்பாடும் கிடைக்கிறது. Aயின் அளவுகளைக் கிடை அச்சிலும், B யின் அளவுகளை நிலை அச்சிலும் வரைந்தால் ஒரு நேர்கோடு கிடைக்கும்.



படம் 16.7

இவ்வரைபடத்தில் கிடைத்த நேர்கோட்டினை நீட்டும்பொழுது, அது நிலை அச்சினை வெட்டும் அளவு log K யினைக் கொடுக்கும். கோட்டில் சாய்வு n யின் அளவைக் கொடுக்கும். இங்ஙனம் வரைபடத்தில் கிடைத்த அளவுகள் k = 0.25, n=2 எனவே சமன்பாடு $A = 0.025\ B^2$ என்று உருவாகும்.

16.6 பட்டைக் குறி வரைபடங்கள் (Bar charts)

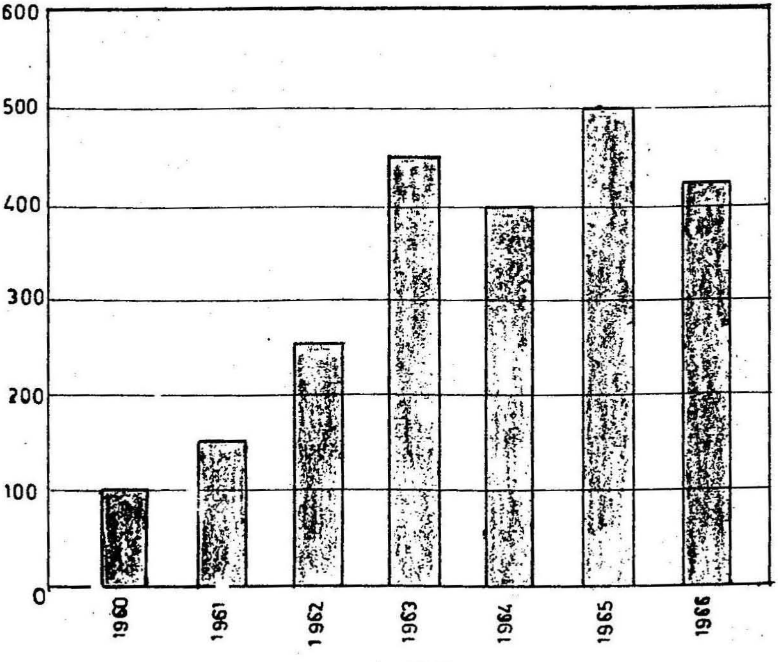
இத்தகைய வரைபடங்களைக் குறுங்கோட்டு வரைபடங்கள் எனவும் குறிக்கலாம். புள்ளி விவர அளவுகளையும் இன்னபிற

விளக்கங்களையும் பட்டைக்குறி வரைபடங்கள் மூலம் எளிதாக வரைந்து காட்டலாம். இது வரைவதற்கு மட்டும் எளிதன்று. காண்பவர்க்கும் மிக எளிதானது.

எடுத்துக்காட்டு 6

ஒரு தொழிலகத்தில் உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள்கள் ஆண்டு வாரியாக ஒரு பட்டியல் மூலம் தரப்பட்டுள்ளன. இதனைப் பட்டைக்குறி கொண்ட வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

ஆண்டு	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966
பொருள்களின் உற்பத்தி	100	150	250	450	400	400	425

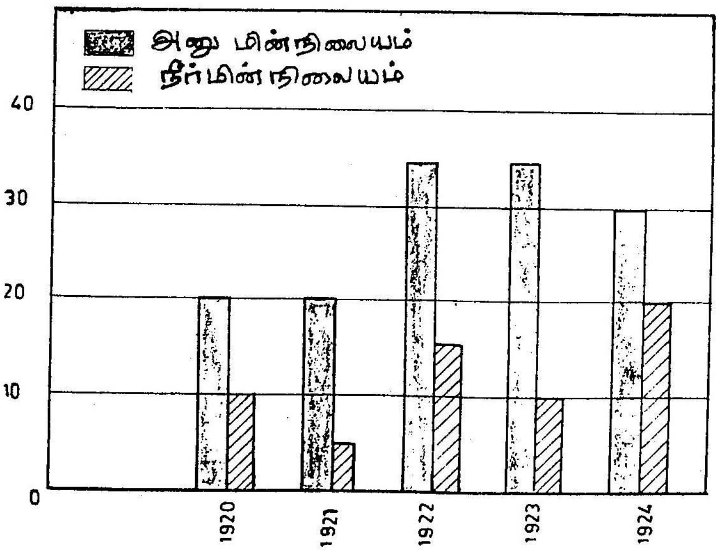


படம் 16.8

இவ்வரைபடத்திலும் தனித்தியங்கும் உறுப்பான ஆண்டுக்கிடை அச்சிலும், பொருள்களின் உற்பத்தி நிலை அச்சிலும் அமைத்துக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. எல்லாப் பட்டைகளும் பூச்சியத்திலிருந்தே தொடங்க வேண்டும். மேலே காட்டப்பட்ட வரைபடத்தில் பட்டைகள் செங்குத்தாகக் காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றைப் படுக்கை வாட்டிலும் காட்டலாம்.

16.6.1 பட்டைக் குறிகொண்ட ஒப்புமை வரைபடங்கள் (Comparative Bar chart)

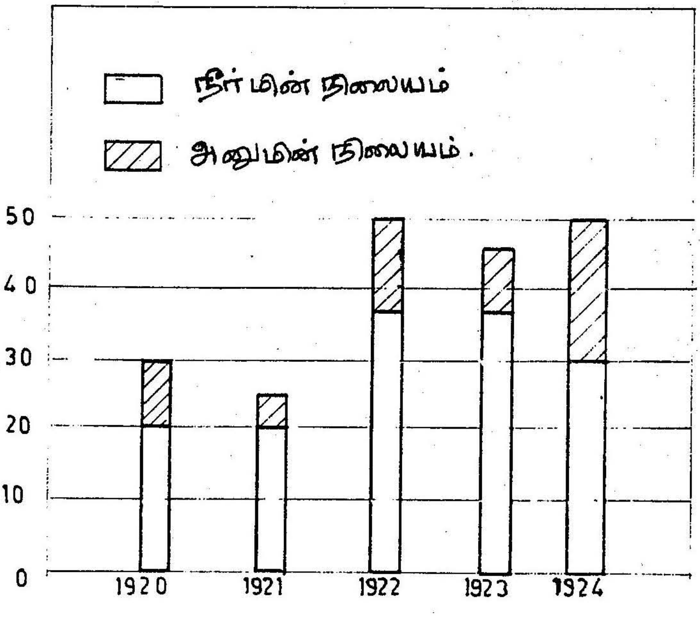
இவ்வரைபடங்கள், பட்டைக்குறி கொண்ட வரை படங்கள் போலவே அமைந்திருப்பினும், இருவேறு உறுப்புகளை ஒன்றுடன் ஒன்றை ஒப்பிட்டுக் காட்டும் தன்மை உடையன. எடுத்துக்காட்டாக, தமிழகத்தில் நீர் மின் நிலையங்களும் அணுமின் நிலையங்களும் உள்ளன. இரண்டிலும் உற்பத்தியாகும் மின் அளவுகளை ஒப்புமை வரைபடங்கள் ஒப்பிட்டுத் தெளிவாக விளக்கும். (படம் 16.8)



படம் 16.9

16.6.2 பட்டைக்குறி கொண்ட கூட்டுத்தொகை வரைபடங்கள் (Compound Bar chart)

இவ்வரைபடங்களும் பட்டைக்குறி கொண்ட வரை படங்களே. ஆனால் ஒத்த குணங்களைக் கொண்ட இரு உறுப்புகளை ஒன்றுடன் ஒன்று கூட்டி அவற்றின் கூட்டுத்தொகையையும் தனித்தனி அளவுகளையும் வரைதாளில் வரைந்து காட்டலாம். எடுத்துக்காட்டாக மேற்குறிப்பிட்ட மின்உற்பத்தியினை எடுத்துக்கொள்ளலாம். நீர் மின் நிலையங்கள் மூலம் உற்பத்தியாகும் மின் அளவுகளை ஒன்றின் மேல் மற்றொன்றைஅமைத்து, தனித்தனி அளவுகளை வரைந்து காட்டுவதோடு, இரு நிலையங்களிலுமே உற்பத்தியாகும் மொத்த மின் உற்பத்தி அளவினையும் காண்போர்க்கு எளிதில் புரிய வைக்கலாம்.



படம் 16.10

16.7 விழுக்காடு கொண்ட வட்டவரைபடங்கள் (Pie charts)

இவ்வரைபடங்களை வட்டகோணப்பகுதி (Sector chart) வரைபடங்கள் என்றும் கூறுவர். சிறுசிறு பகுதிகளைக் கொண்ட ஒரு கலவையினைப்பற்றி விளக்கும்பொழுதோ, பல உறுப்புகளைக் கொண்ட ஓர் அமைப்பினைப் பற்றி விளக்கும்பொழுதோ இம்மாதிரி வரைபடங்கள் உதவியாக இருக்கும். ஏதாவது ஓர் ஆரத்திற்கு ஒரு வட்டம் வரைந்து, அவ்வட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பினை 100 விழுக்காடாகக் கொண்டு, அதில் உள்ளடங்கிய ஒவ்வொன்றின் விழுக்காடு அளவுக்கும் தகுந்தாற்போல ஒவ்வொரு வட்டக் கோணப்பகுதியைக் குறிப்பது வழக்கம். இதனைக் கீழ்க்கண்ட எடுத்துக்காட்டு நன்கு விளக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 7

300 சதுர கி.மீ கொண்ட ஒரு நிலப்பரப்பில் அளவு கீழ்க்கண்டவாறு பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றை வட்ட வரைபடத்தின் மூலம் வரைந்து காட்டுக.

1) சாகுபடி செய்யும் நிலம் 180 சதுர கி.மீ.
2) கட்டிடங்கள் அமைந்தவை 75 சதுர கி.மீ.
3) காட்டு நிலம் 30 சதுர கீ.மீ.
4) மலைகள் சூழ்ந்த நிலம் 15 சதுர கி.மீ.

முதலில் நிலப்பரப்பின் தனித்தனிப்பகுதிகளை மொத்தப்பரப்பின் விழுக்காடாக மாற்றியமைத்துக் கொள்ள வேண்டும்.

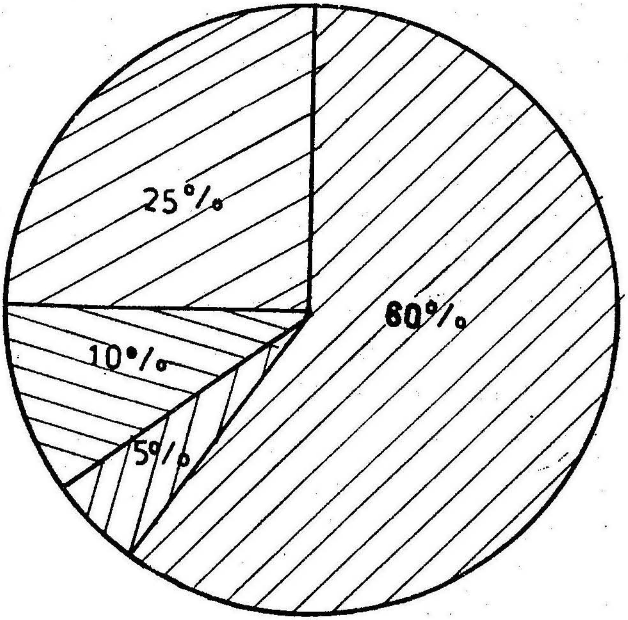
1) சாகுபடி செய்யும் நிலம் : $\frac{180}{300} \times 100 = 60\%$

2) கட்டிடங்கள் அமைந்தவை : $\frac{75}{300} \times 100 = 25\%$

3) காட்டு நிலம் : $\frac{30}{300} \times 100 = 10\%$

4) மலைகள் சூழ்ந்த நிலம் : $\frac{15}{300} \times 100 = 5\%$

ஏதாவது ஓர் ஆரஅளவிற்கு ஒரு வட்டம் வரைந்து அதன் பரப்பினை மேற்கண்ட விழுக்காடு அளவில் பிரிக்க வேண்டும். பரப்பினைப் பிரிப்பதற்கு, வட்டத்தின் மையக் கோணமான 360° பாகையினை மேற்கண்ட விழுக்காடு அளவில் பிரித்தாலே போதுமானது. எனவே 5%, 10% போன்ற விழுக்காட்டுக்கு ஈடாக 18°, 36°, 90°, 216°, என்னும் பாகைகளைப் பிரித்து வட்டப் பகுதிகளை அமைத்தால், அவையே நிலைப்பரப்பின் தனித்தனிப் பகுதிகளை இனம் பிரித்துக்காட்டும்.



படம் 16.11

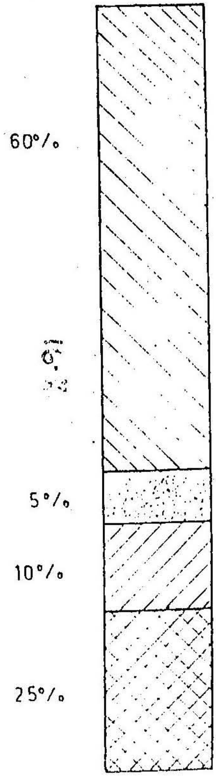
16.8 விழுக்காடு கொண்ட பட்டை வரைபடங்கள் (Percentage Bar charts)

ஒரு வட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பினை 100 விழுக்காடாகவும் வெவ்வேறு உறுப்புகளை வட்டத்துள் உள்ளடக்கிய பகுதியாக வரைவதைப்போல, பட்டை வரைபடத்திலும் அதே முறையைக்

கையாளுகிறோம். ஒரே வேறுபாடு என்னவெனில், பட்டையின் உயரத்தை மட்டும் 100 விழுக்காடும் கொள்ள வேண்டும் . ஏதாவது ஓர் அளவுக்கு அகலமும் உயரமும் கொண்ட நீள் செவ்வகத்தை வரைந்து கொண்டு. அதன் உயரத்தில் தனித்தனிப் பகுதிகளின் உயரம், கணக்கிடப்பட்ட விழுக்காட்டு அளவில் இருக்குமாறு வரைய வேண்டும்.

ஏழாவது எடுத்துக்காட்டில் தரப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களையே இம்முறையில் வரைந்து விளக்கப்பெறலாம்.

ஏதாவது ஒரு அகலத்திற்கும் உயரத்திற்கும் தக்கவாறு ஒரு நீள் செவ்வகம் வரைந்து கொள்க. கணக்கிடப்பட்ட விழுக்காட்டு அளவுகளுக்குத்தக்கவாறு, ஒவ்வொரு பகுதியையும் செவ்வகத்தின் உயரத்தில் அமைக்க வேண்டும். பட்டையின் மொத்த உயரம் நூறு விழுக்காட்டைக் குறிக்கும்.



படம் 16.12

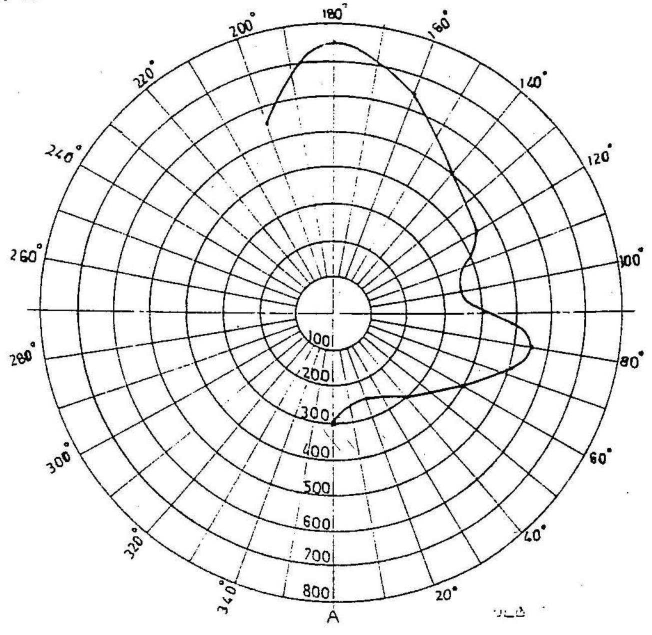
16.9 துருவ வடிவுள்ள வரைபடங்கள் (Polar charts)

வட்டமான அச்சுகளில் அமைக்கப்பட வேண்டிய விளக்கங்களை வரைபடங்களில் வரைந்து காட்ட வேண்டுமானால், இவ்வரைபடங்கள் மிகவும் பயனுடையதாக இருக்கும். ஒரு வட்டத்தின் மையத்திலிருந்து எல்லாத் திசைகளிலும் பரவக்கூடிய ஒரு நிலையையும், துருவ வடிவுள்ள வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டலாம். எடுத்துக்காட்டாக ஒரு மெழுகுவத்தியிலிருந்து சிதறும் ஒளிக்கற்றையின் அளவுகளைக் குறிக்கவும், ஒரு மையப் புள்ளியிலிருந்து சிதறும் வெப்பக்கதிர் அளவுகளைக் குறிக்கவும் இம்மாதிரி வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 8

ஒரு விளக்கு உண்டாக்கும் ஒளித்திறன் அலகு, அதன பாகைக்கு ஏற்றவாறு மாறுபடுகிறது. இதனைத்துருவ வடிவுள்ள வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

பாகை அளவு	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
ஒளித்திறன் அலகு	300	250	300	400	500	350	450	500	650	750	550



படம் 16.13

O யினை மையமாகக் கொண்டு ஏதாவது ஓர் ஆரத்திற்கு ஒரு சிறு வட்டம் வரைக. பின்னர். மையத்தை மாற்றாமல் ஆர அளவினைமட்டும் இருமடங்கு, மும்மடங்கு என்று அதிகப்படுத்தி ஏறக்குறைய ஏழு அல்லது எட்டு வட்டங்கள் வரைக.

ஒளித்திறன் அலகுகள். இணைவட்டங்களில் குறிக்கப்படுவதால், OA என்னும் கோடு வட்டங்களை வெட்டும் புள்ளிகளில், 100,200,300 என்று அளவிடுக. மையப்புள்ளி ஒளியில் பூச்சிய அளவினைக் குறிக்கும். OA என்னும் கோட்டினை முதற்கோடாகக் கொண்டு, ஒவ்வொரு 10 பாகை அளவிற்கும் ஒவ்வோர் ஆரக்கோடாக மையத்திலிருந்து வரைக. பின்னர் பாகையின் அளவுக்குத்தக்கவாறு, ஒளித்திறன் அலகுகளை வரைபடத்தில் குறித்து- அப்புள்ளிகளை ஒரு சீரான கோட்டினால் இணைக்கவும். படம் 16.11 இம்முறையை நன்கு விளக்கும்.

16.10 மூவச்சு வரைபடங்கள் (Tri-linear chart)

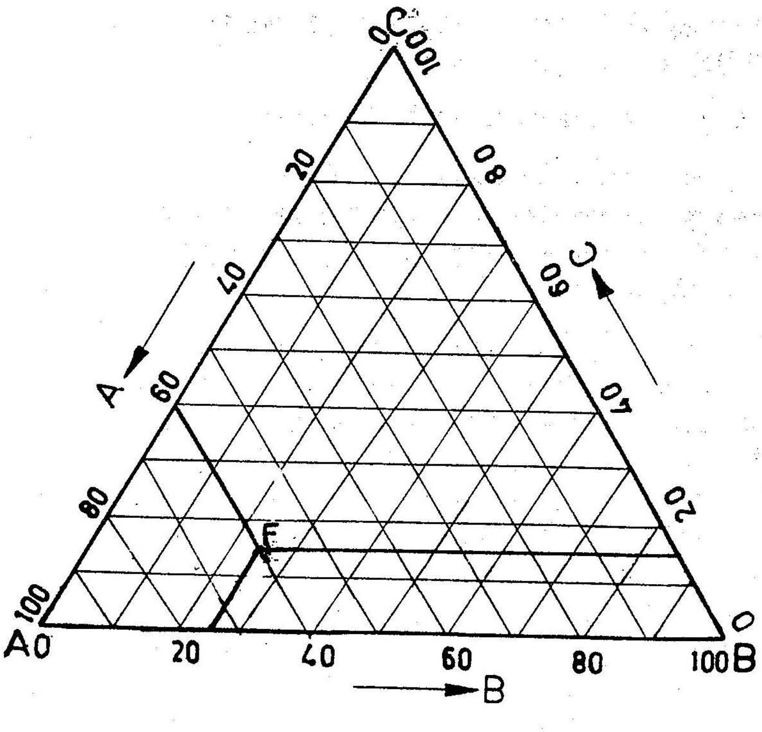
முக்கோண வடிவினாலான இவ்வரை படத்தின் மூன்று பாகங்களும் சமமாக இருப்பதுடன் மூன்று அச்சுக்களையும் குறிக்கும். இச்சமபக்க முக்கோணம் மேலும் சிறு சிறு சமபக்க முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டிருக்கும்.

ஏதாவது ஓர் அளவிற்கு ABC என்னும் சமபக்கம் முக்கோணம் ஒன்றை வரைந்து கொள்க. A என்னும் முனையில் பூச்சியத்தையும் B என்னும் முனையில் நூறு விழுக்காட்டினையும் அமைத்து AB என்னும் பக்கத்தைச் சம இடைவெளி கொண்ட பிரிவுகளாகப் பிரித்து 10%, 20% .... என்று பெயரிடுக. யில் பிரிக்க அதே அளவுக்குச் சமமாக BC என்னும் பக்கத்தையும் CA என்னும் பக்கத்தையும் பிரித்துக் கொள்க. BC என்னும் பக்கத்தின் B முனையில் பூச்சியத்தையும் C முனையில் நூறு விழுக்காட்டினையும் CA என்னும் பக்கத்தில், C முனையில் பூச்சியத்தையும் A முனையில் நூறு விழுக்காட்டினையும் கொண்டு, முன்போலவே 10%, 20%.....என்று பெயரிடுக. கோட்டிலுள்ள ஒவ்வொரு பிரிவிலிருந்தும் மற்ற இரு பக்கங்களுக்கும் இணையாகக் கோடுகள் வரைந்தால், மூவச்சு வரைபடத்தாள் உருவாகும். இவ்வரைபடத்தில் மூன்று அங்கங்களைக் கொண்ட ஒரு பொருளைப் பற்றி மட்டுமே வரைய முடியும்.

மூன்று பொருள்களாலான கலவைகளைப் பற்றிய ஆராய்ச்சி முடிவுகளை வெளியிடுவதற்கும், ஒரு கலப்பு உலோகத்தில் அடங்கிய மூன்று உலோகங்களின் அளவுகளைப் பற்றி ஆராய்வதற்கும் மூவச்சு வரைபடங்கள் பயனுள்ளவையாக அமைகின்றன. இதனைக் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டு நன்கு விளக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 9

60% வெள்ளீயமும் 25% துத்தநாகமும் 15% செம்பும் கொண்ட ஓர் உலோகக் கலவையினை மூவச்சு வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.



படம் 16.14

ABC என்னும் சமபக்க முக்கோணம் ஒன்றை வரைக. அதன் மூன்று பக்கங்களையும் தனித்தனியே பத்துச்சமபிரிவுகளாகப் பிரித்து, பூச்சியம் முதல் நூறு வரை பெயரிட்டு மூன்று உலோகங்களையும் மூன்று அச்சுகளில் பதித்திடுக.

வெள்ளீயத்தின் அளவான 60 விழுக்காட்டினை CA என்னும் அச்சில் அமைத்து, அப்புள்ளி வழியாக CB என்னும் கோட்டுக்கு இணைகோடு வரைக. AB என்னும் அச்சில் துத்தநாகத்தின் அளவான 25 விழுக்காட்டினைப் பதித்து அப்புள்ளி வழியாக CA என்னும் கோட்டுக்கு இணைகோடு வரைக. BC என்னும் அச்சில் செம்பின் அளவான 15 விழுக்காட்டினைப் பதித்து, கிடைக்கப்பெறும் புள்ளி வழியாக AB என்னும் கோட்டுக்கு ஓர் இணைகோடு வரைக. இம்மூன்று கோடுகளும் F என்னும் புள்ளியின் சந்திக்கும். F என்னும் புள்ளியே உலோகக் கலவையின் அமைப்பைக் குறிக்கும்.

பயிற்சி 16

1) கீழ்காணும் பட்டியலை நேரச்சு வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

வெளியீட்டு (நொடிக்கு படிகளில்)	0	1000	1800	2950	4000	5000	5900	6900
திறன்பாடு (விழுக்காட்டில்)	0	30	50	70	81	86	88	87

2) கீழ்க்காணும் புள்ளி விவரக் கணக்கை, மடக்கையினை ஓரச்சில் கொண்ட வரைதாளில் வரைந்து காட்டுக.

ஆண்டு	1890	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960
ஒரே ஊரின் மக்கள் தொகை	2000	4100	3600	5000	8500	12200	31500	6550

3) $A = B. 10^{mc}$ என்னும் சமன்பாட்டில் A,C ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளன. தகுந்த வரைபடம் வரைந்து B,M ஆகியவற்றின் மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்க.

C	1	2	3	4
A	10	100	1000	10000

4) $R=ST^n$ என்னும் சமன்பாட்டில் R, T ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. தகுந்த வரைபடம் வரைந்து s,n ஆகிய உறுப்புகளின் மதிப்பினைக் கண்டுபிடி.

R	2.25	4.00	6.25	9.00	12.25
T	3	4	5	6	7

5) கீழ்க்காணும் பட்டியலைப் பட்டைக் குறி வரைபடத்தின் மூலம் வரைக.

ஆண்டு	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967
தேர்ச்சி பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	30	52	70	55	64	72	68	80

6) ஒரு கல்லூரியில் தேர்வு பெற்ற இளங்கலை, முதுகலை மாணவர்களின் எண்ணிக்கை தரப்பட்டுள்ளது. இதனைப் பட்டைக்குறி கொண்ட ஒப்புமை வரைபடத்தின் மூலம் வரைந்து காட்டுக.

ஆண்டு	1966	1967	1968	1969	1970
தேர்ச்சி பெற்றவர்கள்					
இளங்கலை	45	60	72	65	60
முதுகலை	15	22	20	30	25

7) பயிற்சி எண் 6யில் தரப்பட்டுள்ள விவரங்களைப் பட்டைக்குறி கொண்ட கூட்டுத்தொகை வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

8) ஓர் உலோகக் கலவையில், அலுமினியம் 15%, காரியம் 20%, செம்பு 5%, துத்தநாகம் 40% வெள்ளீயம் 20% என அமைந்துள்ளன. இவற்றை, விழுக்காடு கொண்ட வட்ட வரைபடத்திலும், விழுக்காடு கொண்ட பட்டை வரைபடத்திலும் வரைந்து காட்டுக.

9) ஒரு விளக்கின் ஒளித்திறன் அலகு கோண அளவுக்குத்தக்கவாறு மாறுபடும் பட்டியலாகத் தரப்பட்டுள்ளன. அதனைத் துருவ வடிவுள்ள வரைபடத்தில் வரைந்து காட்டுக.

கோணம் (பாகைகள்)	0	15	40	50	55	70	85	100	120
ஒளித்திறன் அலகு	1200	2000	4000	2500	3000	4500	6000	5800	7000

10) ஒரு மூவச்சு வரைபடம் வரைந்து, அதில் கீழ்க்காணும் அளவுகளைக் குறித்திடுக.

அ) துத்தநாகம் 16%, காரீயம் 62%, வெள்ளீயம் 22%, கொண்ட உலோகக் கலவை.

ஆ) மணல் 42%, பொடிக்கற்கள் 28%, களிமண் 30%, கொண்ட மண்கலவை.

கலைச் சொல் பட்டியல்
(ஆங்கிலம் - தமிழ்)

A

abscissa - கிடை அச்சு
angle - கோணம்
angle,helix - திருகு கோணம்
arc - வில்
archemedian spiral - ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள்
asymptotes - தொலைத் தொடுகோடு
auxiliary ground plane - துணைத் தரைத்தளம்
auxiliary plane - துணைத்தளம்
auxiliary projection - துணைவீழ்ச்சித் தோற்றம்
axis - அச்சு
axis horizontal - கிடை அச்சுக்கோடு
...vertical - நிலை அச்சுக்கோடு
axis of vision - பார்வை அச்சுக்கோடு

B

bisect - இருகூறாக்கு
border lines - எல்லைக்கோடுகள்
bow compass - சிறுகவராயம்
bow divider - சிறுபிரிகருவி

C

centre - மையம்
centre plane - மையத் தளம்

20

centre line	-	மையக் கோடு
centre of vision	-	பார்வை மையம்
clinograph	-	இணை வரைவி
chart	-	வரைபடம்
chart bar	-	பட்டைவடிவான வரைபடம்
chart pie	-	வட்டவடிவ்மான வரைபடம்
...polar	-	துருவ வடிவான வரைபடம்
trillinear...	-	மூவச்சு வரைபடம்
circle	-	வட்டம்
circumference	-	சுற்றளவு
comparative scale	-	ஒப்புமை அளவுகள்
compass	-	கவராயம்
cone	-	கூம்பு
conics	-	கூம்பின் வெட்டு முகங்கள்
construction lines	-	வரை கோடுகள்
cutting planes	-	வெட்டும் தளங்கள்
cycloid	-	சைக்ளாய்டு
epi...	-	வெளி சைக்ளாய்டு
hypo...	-	உள் சைக்ளாய்டு
cylinder	-	உருளை

D

dashed lines	-	விடுகோடுகள்
degree	-	பாகை
development	-	விரிவமைப்பு
diagonal scale	-	மூலைவிட்ட அளவு
diameter	-	விட்டம்
dimensioning	-	அளவுக்குறிப்பு

dimension lines - அளவுக்கோடுகள்
directrix - நெறிகோடு
divider - பிரிசுருள்
dodecahedran - பன்னிரு முகக்கட்டி
dotted lines - புள்ளிக்கோடுகள்
drawing board - வரைபலகை
...instruments - வரைபடக் கருவிகள்
...paper - வரைபடத்தாள்
drawing pencils - எழுதுகோல்கள்
...pins - வரைபட ஆணி

E

eccentricity - மையப் பிறழ்வு
elevation - முன்தோற்றம்
ellipse - நீள் வளையம்
epicycloid - வெளிச் சைக்ளாய்டு
epalrochaoid - வெளி டிரக்காய்டு
eraser - அழிப்பான்
extension lines - நீட்டுக்கோடுகள்

F

first angle projections - முதற்கோண வீழ்ச்சித்தோற்றம்
focus - குவியம்
folding mark - மடிப்புக் குறி
french curves - பிரஞ்சு வளைவுகள்
front view - முன்தோற்றம்
frustum - அடிக்கண்டம்

G

generating circle - சுற்றும் வட்டம்
graph - வரைபடம்
ground line - தரைக்கோடு
ground plane - தரைத்தளம்

H

helical spring - திருகு சுருள்
helix - திருகு
helix angle - திருகு கோணம்
hemisphere - அரைக்கோணம்
heptagon - எழு கோணம்
hexagon - அறுகோணம்
horizon line - படுக்கைக்கோடு
horizon plane - படுக்கைத் தளம்
horizon axis - கிடைஅச்சுக்கோடு
horizontal line - கிடைக்கோடு
hyperbola - மிகு பரவளைவு
hypocycloid - உள் சைக்ளாய்டு
hypotrochoid - உள் டிரக்காய்டு

I

icosahdedran - இருபது முக்கட்டி
inclination - சாய்மானம்
instrument box - வரைபடக் கருவிப் பெட்டி
intersection of lines - கோடுகளின் சந்திப்பு
intersection of solids - பொருள்களின் ஊடுருவல்

involute - இன்வல்யூட்

isometric axis - முப்பக்கச் சமதோற்ற அச்சுக்கோடு

isometric planes - முப்பக்கச் சமதோற்றத் தளங்கள்

isometric projection - முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்றம்

isometric scale - முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சித் தோற்ற அளவி

isometric view - முப்பக்கச் சமதோற்றம்

L

least count - சிறுமதிப்பு

lettering - எழுது முறை

line of sight - பார்வைக்கோடு

linear graph - நேரளவு வரைபடம்

line - கோடு

lines centre - மையக்கோடுகள்

dashed... - விடுகோடுகள்

dimension... - அளவுக்கோடுகள்

dotted... - புள்ளிக்கோடுகள்

horizon... - படுக்கைக்கோடுகள்

horizontal... - கிடைக்கோடுகள்

parallel... - இணைகோடுகள்

vertical... - நிலைக்கோடுகள்

locus - நியமப்பாதை

logrithmic spiral - லாக்ரிதமிக் விரிசுருள்

M

major axis - பேரச்சு

measuring line - அளக்கும் கோடு

mini drafter - சிறு வரை கருவி
minor axis - சிற்றச்சு

N

normal - குத்துக்கோடு

O

oblique plane - சாய்தளம்
octagon - எண்கோணம்
octahedron - எண்முகக்கட்டி
orthographic projection - நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றம்
ordinate - நிலை அச்சு

P

parabola - பரவளைவு
perpendicular axis - செங்குத்து அச்சுக்கோடு
...line - செங்குத்துக்கோடு
...plane - செங்குத்துத் தளம்
perspective projection - நோக்குத் தோற்றம்
picture plane - படத்தளம்
plane scale - நேர் அளவி
plan - மேல் தோற்றம்
plane - தளம்
plane, auxiliary - துணைத் தளம்
auxiliary ground... - துணைத் தரைத் தளம்
auxiliary vertical... - துணை நிலைத்தளம்
centre... - மையத்தளம்
cutting... - வெட்டும் தளம்
ground... - தரைத் தளம்

plane, horizon - படுக்கைத்தளம்

horizontal... - கிடைத்தளம்

isometric - முப்பக்கச் சமதோற்றத் தளம்

oblique - சாய்தளம்

perpendicular - செங்குத்துத் தளங்கள்

picture - படத்தளம்

section - வெட்டும் தளம்

vertical - நிலைத்தளம்

polygons - பல்கோணம்

principal lines - முதன்மைக்கோடுகள்

prism - பட்டகம்

projection - வீழ்ச்சித் தோற்றம்

projection of plane - தளங்களின் வீழ்ச்சி

projection of points - புள்ளிகளின் வீழ்ச்சி

projectors - வீழ்ச்சிக்கோடுகள்

pyramid - கூம்பகம்

Q

quadrants - காற்பகுதிகள்

R

radius - ஆரம்

ratio - விகிதம்

rectangular hyperbola - செவ்வகத்தினுள் மிகுபரவளைவு

reference line - முதன்மைக்கோடு

representative fraction - வரைபின்னம்

S

sand paper	-	உப்புத்தாள்
semi paper	-	அரைவட்டம்
scale	-	வரைவீதம், அளவி, அளவுகோல்
scales, comparative	-	ஒப்புமை அளவிகள்
diagonal...	-	மூலைவட்ட அளவிகள்
plain...	-	நேர் அளவிகள்
vernier...	-	வெர்னியர் அளவிகள்
scale of chords	-	நாண் அளவிகள்
section	-	வெட்டுமுகம்
section lines	-	வெட்டுக்கோடுகள்
section planes	-	வெட்டுத் தளங்கள்
sectional view	-	வெட்டு முகத்தோற்றம்
semi circle	-	அரை வட்டம்
set squares	-	மூலை விட்டங்கள்
solids	-	பொருள்கள்
sphere	-	கோளம்
square	-	சதுரம்

T

tangent	-	தொடுகோடு
tetrahedron	-	நாண்முகக்கட்டி
third angle projection	-	மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித் தோற்றம்
title block	-	விளக்கக் கட்டம்
top view	-	மேல் தோற்றம்
traces of lines	-	கோடுகளின் தளக்குறிகள்
trammel method	-	துண்டுத்தாள் முறை

triangle - முக்கோணம்

true length - உண்மையான நீளம்

true shape of the section - வெட்டு முகத்தின் உண்மைத் தோற்றம்

trochorid - டிரக்காய்டு

trochorid epi - வெளி டிரக்காய்டு

hypo... - உள் டிரக்காய்டு

V

vanishing point - தேய்புள்ளி

vanishing point method - தேய்புள்ளி அமைப்புமுறை

vernier scales - வெர்னியர் அளவிகள்

backward - பின்பக்க வெர்னியர்

vernier forward - முன்பக்க வெர்னியர்

vertex - முனை முகப்பு

vertical axis - நிலை அச்சு

vertical plane - நிலைத் தளம்

visual ray - பார்வைக் கதிர்

...method - பார்வைக் கதிர் அமைப்பு முறை

X

x-axis - கிடை அச்சு

Y

y-axis - நிலை அச்சு

கலைச்சொல் பட்டியல்

(தமிழ் – ஆங்கிலம்)

அச்சு	–	*axis*
அச்சு, கிடை	–	*abscissa, x-axis*
சிறு...	–	*minor axis*
நிலை...	–	*ordinate, y-axis*
பேர்...	–	*major axis*
அச்சுக்கோடு, கிடை	–	*horizontal axis*
செங்குத்து...	–	*vertical axis*
நிலை...	–	*vertical axis*
பார்வை...	–	*axis of vision*
அடிக்கண்டம்	–	*frustrum*
அரைக்கோளம்	–	*semi sphere*
அரைவட்டம்	–	*semi circle*
அளவி, அளவுகோல்	–	*scale*
அளவி, ஒப்புமை	–	*comparative scale*
நாண்...	–	*scale of chords*
நேர்...	–	*plain scale*
முப்பக்கச்சம வீழ்ச்சித்தோற்றம்...	–	*isometric scale*
மூலைவிட்ட...	–	*diagonal scale*
வெர்னியர்...	–	*vernier scale*
அளவுக் குறிப்பு	–	*dimensioning*
அளவுக்கோடுகள்	–	*dimension lines*
அழிப்பான்	–	*eraser*

அறுகோணம் – *hexagon*
ஆரம் – *radius*
ஆர்க்கிமெடியன் விரிசுருள் – *archemedian sprial*
இணைகோடுகள் – *parallel lines*
இணை வரைவி – *chinagraph*
இரு கூறுக்கு – *bisect*
இருபது முகக்கட்டி – *icosahedran*
இலாகிரதமிக் விரிசுருள் – *logarithmic spiral*
இன்வல்யுட் – *involute*
உண்மையான நீளம் – *true length*
உப்புத்தாள் – *sand paper*
உருளை – *cylinder*
எண்கோணம் – *octagon*
எண்முகக்கட்டி – *octahedran*
எழுகோணம் – *heptagon*
எல்லைக்கோடுகள் – *border lines*
எழுதுகோல் – *pencil*
எழுதுமுறைகள் – *lettering*
ஒப்புமை அயவுகள் – *comparative scales*
கவராயம் – *compass*
கவராயம், சிறு – *bow compass*
காற்பகுதிகள் – *quadrant*
கிடைஅச்சுக்கோடு – *horizontal axis*
கிடைக்கோடு – *horizontal line*
குத்துக்கோடு – *normal*
குவியம் – *focus*
கூம்பகம் – *pyramid*
கூம்பு – *cone*

கூம்பின் வெட்டுமுகம் – *conic*
கோடு – *line*
கோடு, அளக்கும் – *measuring lines*
அளவுக்... – *dimension lines*
இணை... – *parallel lines*
கிடைக்... – *horizontal lines*
குத்துக்... – *normal*
தரைக்... – *ground lines*
தொடு... – *tangent line*
நிலைக்... – *vertical lines*
நீட்டுக்... – *extension lines*
படுக்கைக்... – *horizon lines*
பார்வைக்... – *line of sight*
புள்ளிக்... – *dotted lines*
முதன்மை... – *principle line, reference line*
மையக்... – *centre line*
வரை... – *construction line*
விடு... – *dashed line*
வீழ்ச்சிக்... – *projector, projection line*
கோடுகளின் சந்திப்பு – *intersection of lines*
கோடுகளின் தளக்குறிகள் – *traces of lines*
கோணம் – *angle*
கோணம், திருகு – *helix angle*
கோளம் – *sphere*
சதுரம் – *square*
சாய்தளம் – *oblique plane*
சாய்மானம் – *inclination*
சிறுவரை கருவி – *mini drafter*

சிற்றச்சு	- mini axis
சுற்றளவு	- circumference
செங்குத்து அச்சு கோடு	- vertical axis
செங்குத்துக்கோடு	- vertical line
செங்குத்துத்தளம்	- perpendicular line
சைக்ளாய்டு...	- cycloid
சைக்ளாய்டு, உட்...	- hypocycloid
வெளி...	- epi cycloid
டிரக்காய்டு உள்...	- hypotrocoid
வெளி...	- epi trocoid
தரைக்கோடு...	- ground line
தளம்...	- plane
தளம், கிடைத்...	- horizontal plane
சாய்...	- oblique plane
செங்குத்து...	- perpendicular plane
தரைத்...	- ground plane
துணைத்...	- auxiliary plane
துணைத்தரை...	- auxiliary ground plane
துணை நிலைத்...	- auxiliary vertical plane
நிலைத்...	- vertical plane
படத்...	- picture plane
படுக்கைத்...	- horizon plane
முப்பக்கச்சமதோற்றத்...	- isometric plane
மையத்...	- centre plane
வெட்டும்...	- cutting plane, section plane
தளங்களின் வீழ்ச்சி	- projection of planes
திருகு	- helix

திருகு கோணம்	– *helix angle*
திருகு சுருள்	– *helix spring*
துண்டுத்தாள் முறை	– *thammel method*
தேய்புள்ளி	– *vanishing point*
தேய்புள்ளி அமைப்புமுறை	– *vanishing point method*
தொடுகோடு	– *tangent*
தொடுகோடு, தொலைத்	– *asymptotes*
தோற்றம்	– *view*
தோற்றம், வீழ்ச்சித்	– *projection*
துணை வீழ்ச்சித்...	– *auxiliary projection*
நேர்வீழ்ச்சித்	– *orthographic projection*
முதற்கோண விழ்ச்சித்	– *first angle projection*
முன்	– *elevation, frount view*
முப்பக்கச் சம	– *isometric view*
முப்பக்கச் சமவீழ்ச்சி	– *isometric projection*
மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சி	– *third angle projection*
மேல்	– *plan, top view*
நாண் அளவி	– *scale of chords*
நாண்முகக்கட்டி	– *tetrahedran*
நியமப்பாதை	– *locus*
நிலை அச்சு	– *ordinate, y-axis*
நிலை அச்சுக்கோடு	– *vertical axis*
நிலைக்கோடு	– *vertical line*
நிலைத்தளம்	– *vertical plane*
நீட்டுக்கோடு	– *extension line*
நீள்வளையம்	– *ellipse*
நெறிகோடு	– *directrix*
நேரளவி	– *plain scale*

நேரளவு வரைபடம் - *linear graph*
நேர்வீழ்ச்சித் தோற்றம் - *orthographic projection*
நோக்குத்தோற்றம் - *perspective projection*
படத்தளம் - *picture plane*
படுக்கைத்தளம் - *Horizon plane*
பட்டகம் - *prison*
பரவளைவு - *porabola*
பரவளைவு, மிகு - *hyperbola*
பலகோணம் - *polygon*
பன்னிருமுகக்கட்டி - *dodecahedran*
பாகை - *degree*
பார்வைக்கதிர் - *visual ray*
பார்வை கதிர் அமைப்பு முறை - *visual ray method*
பார்வைக்கோடு - *line of sight*
பிரிகருவி - *divider*
பிரிகருவி, சிறு - *bow divider*
பிரெஞ்சு வளைவுகள் - *french curves*
பின்பக்க வெர்னியர் - *backward vernier*
புள்ளிக்கோடுகள் - *dotted lines*
பேரச்சு - *major axis*
பொருள்கள் - *solids*
பொருள்களின் ஊடுருவல் - *intersection of solids*
மடிப்புக்குறி - *folding mark*
மிகுபரவளைவு - *hyperbola*
செவ்வகத்தினுள்... - *rectangular hyperbola*
மீச்சிறு மதிப்பு - *least count*
முகப்பு, முனை - *vertix*
முக்கோணம் - *triangle*

முதற்கோண வீழ்ச்சித்தோற்றம்	– *first angle projection*
முதன்மைக்கோடு	– *principle line, reference lines*
முப்பக்கச் சமதோற்ற அச்சுக்கோடு	– *isometric axis*
...சமதோற்றம்	– *isometric view*
...சமதோற்றத் தளங்கள்	– *isomeitric planes*
...வீழ்ச்சித் தோற்றம்	– *isometric projection*
...சமவீழ்ச்சித்தோற்ற அளவி	– *isometric scale*
முன்தோற்றம்	– *elevation, front view*
முப்பக்க வெர்னியர்	– *forward vernier*
மூலைவிட்ட அளவிகள்	– *diagonal scales*
மூன்றாம் கோண வீழ்ச்சித்தோற்றம்	– *third angle projection*
மேல்தோற்றம்	– *plan, top view*
மையப் பிறழ்வு	– *eccentricity*
மையம்	– *centre*
மையம், பார்வை	– *centre of vision*
வட்டம்	– *circle*
வரைகோடுகள்	– *construction lines*
வரைபடம்	– *chart, drawing, graph*
வரைபடம், துருவவடியுள்ள	– *polar chart*
நேரளவு...	– *linear graph*
பட்டை வடிவான	– *bar chart*
மூவச்சு...	– *trillinear chart*
வட்டவடிவமான	– *pie chart*

21

வரைபட ஆணி – *drawing pins*
வரைபடக்கருவி – *drawing instrument*
வரைபடக் கருவிப்பெட்டி – *instrument box*
வரைபடத்தாள் – *drawing paper*
வரை பலகை – *drawing board*
வரை பின்னம் – *representative fraction*
வரை வீதம் – *scale*
விட்டம் – *diameter*
விரிசுருள் – *spiral*
விரிவமைப்பு – *development*
வில் – *arc*
விளக்கக் கட்டம் – *title block*
வீதம் – *ratio*
வீழ்ச்சிக்கோடுகள் – *projections, projection lines*
வீழ்ச்சித் தோற்றம் – *projection*
வெட்டுக்கோடுகள் – *section lines*
வெட்டுத்தளங்கள் – *cutting planes, section planes*
வெட்டு முகம் – *section*
வெட்டு முகத்தோற்றம் – *sectional view*
வெர்னியர் அளவிகள் – *vernier scale*
வெர்னியர், பின்பக்க – *backward vernier*
முன்பக்க... – *forward vernier*